



01 Marzo 2008

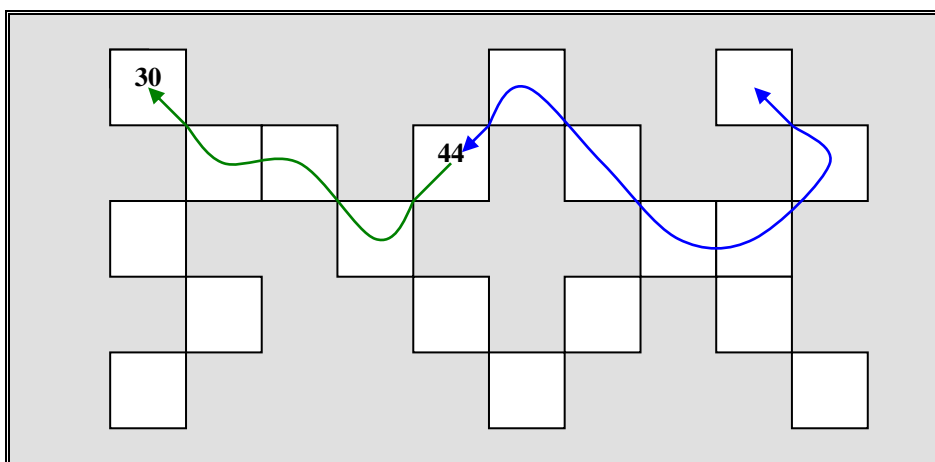
1 (Usa del registratore)

**Parole Chiave**

ARGOMENTARE, BRIOSHI, CONDIVISIONE, FRASE MATEMATICA, TRADUZIONE, TRASPARENTE- OPACO

La classe è composta da 18 ragazzi che fanno parte dello stesso gruppo sin dalla scuola elementare. È presente uno studente con difficoltà di apprendimento certificata. Dall'osservazione dei ragazzi in tutto il primo quadrimestre emerge un quadro molto interessante perché la maggior parte degli allievi ha piacere di "discutere" di matematica tra pari e con l'insegnante; infatti non ho fatto fatica a coinvolgerli nel progetto ArAl. Quattro studenti sono piuttosto lenti nelle varie fasi del lavoro e non sempre riescono ad inserirsi nelle discussioni, questo comporta la necessità di interpellarli personalmente per favorire la loro partecipazione e soprattutto per creargli uno spazio espressivo che è spesso occupato da altri ragazzi più esuberanti e più consapevoli delle proprie competenze. Abbiamo già analizzato la griglia, scoperto le regolarità e costruito le definizioni sulle regolarità; attualmente l'attività si svolge sui frammenti di griglia 0 - 99.

Nascondo la griglia che è appesa nell'aula e riporto alla lavagna un suo frammento.



I: Facciamo finta di dover dare i comandi ad una **macchinina**<sup>1</sup> per spostarsi nella griglia, cioè la macchinina parte da 44 e segue il percorso verde. Le informazioni per muoversi devono essere tradotte con una frase matematica che indica il percorso; eseguire il calcolo per verificare il risultato. Ognuno di voi scriva sul quaderno le frasi matematiche che poi proporrà ai compagni per decidere assieme quali inviare a Brioshi.

Gli studenti hanno a disposizione cinque minuti circa, comunque prima di iniziare la discussione aspetto che tutti abbiano concluso.

I: Scrivo alla lavagna le vostre proposte e accanto ad ognuna segno tra parentesi quanti studenti hanno tradotto nello stesso modo.

A (Gabriele): *Propone la traduzione a) che riporto alla lavagna. Due alunni hanno tradotto nello stesso modo.*

$$\begin{array}{l} \text{a) } 44 + 9 = 53 \quad (3^2) \\ 53 - 11 = 42 \\ 42 - 1 = 41 \\ 41 - 11 = 30 \end{array}$$

I: Ciò che ha proposto Gabriele insieme ad Andrea e Cristina traduce con una frase matematica il percorso verde della macchinina? Argomentate la risposta.

A (Giovanni S): È giusto quello che ha scritto Gabriele ma lei ha detto di farlo tutto in un'unica espressione.

I: Quindi secondo te Gabriele e gli altri non hanno rispettato la consegna?

A (Giovanni S): Io avrei fatto direttamente e propono la frase contrassegnata con b)

$$\text{b) } 44 + 9 - 11 - 1 - 11 = 30 \quad (9)$$

<sup>1</sup> Uso la metafora della macchinina perché credo sia molto vicina all'esperienza dei ragazzi; qui si tratta di convertire le frecce del telecomando in messaggi di tipo numerico.

<sup>2</sup> Il numero tra parentesi indica quanti studenti hanno tradotto allo stesso modo.



Media Tissi

1

1

2

3

4

5

1

2

3

Rosanna Durzu

I: Quanti di voi hanno scritto la stessa frase matematica di Giovanni? *Alzano la mano otto studenti.* Ci sono altre proposte di traduzione?

A (Lorenzo M): *Detta la frase c)*

$$c) 44 + 9 - (11 - 1) - 11$$

I: Lorenzo, hai indicato il processo ma non il prodotto<sup>3</sup>, vuoi indicarlo ora?

A (Lorenzo M): Il risultato è 32 quindi non va bene.

$$c) 44 + 9 - (11 - 1) - 11 = 32$$

Aggiungo il risultato alla fine dell'espressione proposta da Lorenzo.

I: Completiamo il quadro delle vostre proposte e poi iniziamo la discussione. Qualcuno ha tradotto come Lorenzo?

A (Tamar): Io ho sbagliato perché ho scritto  $44 + 9 - 11 + 1$  che non dà 30, quindi...

I: In questo caso è più importante il processo o il prodotto?

A (Tamar): Sono importanti tutt'e due perché la frase mi dice come si sposta la macchinina, il numero se ho fatto bene<sup>4</sup>

A (Giovanni S): Bisogna dare indicazioni dello spostamento della macchinina, ma anche se raggiunge così la casella giusta.

I: Qual è la casella giusta?

A (Tamar): Quella indicata alla fine del percorso verde.

I: Ragazzi, completiamo la compilazione delle frasi proposte e riprendiamo la discussione.

A (Michele): *Detta la frase d)*

$$d) (44 + 9) - 11 - (1 + 11) = 30$$

I: Qualcun altro ha tradotto come Michele?

C: *No<sup>5</sup>. Ecco come appare la lavagna dopo la frase d)*

a)	$44 + 9 = 53$	(3)
	$53 - 11 = 42$	
	$42 - 1 = 41$	
	$41 - 11 = 30$	
b)	$44 + 9 - 11 - 1 - 11 = 30$	(9)
c)	$44 + 9 - (11 - 1) - 11 = 32$	(1)
d)	$(44 + 9) - 11 - (1 + 11) = 30$	(1)

I: Ora iniziamo la discussione e insieme indichiamo la frase o le frasi che vogliamo spedire a Brioshi.

A (Tamar): Gli spediamo la b) perché è trasparente.

A (Simone): Sì perché indica tutti gli spostamenti della macchinetta secondo le regole della griglia.

C: Sì mandiamo la b).

I: Controlliamo le altre frasi.

A (Gabriele): *Aveva proposto la a) insieme ad altri due studenti* Credo che la mia sia sbagliata perché ho separato le operazioni, non va bene.<sup>6</sup>

G: Non possiamo mandarla.

<sup>3</sup> *Gli studenti hanno più volte incontrato i termini evidenziati, la maggior parte di essi ha consapevolezza dei loro significati; non sempre li usano spontaneamente perché, secondo me, ancora non fanno parte pienamente del loro "vocabolario".*

<sup>4</sup> *Questo passaggio è molto interessante perché implica la necessità di verificare. Ciò è già accaduto in altri ambienti matematici, cioè diversi dall'early algebra*

<sup>5</sup> *È da precisare che ci sono due studenti assenti e uno studente non propone niente.*

<sup>6</sup> *L'auto correzione di Gabriele deriva da una breve condivisione ed è molto importante perché scaturisce dal confronto e dalla discussione con gli altri e non per "fede".*



Media Tissi	I	I	2	3	4	5	I	2	3	Rosanna Durzu
-------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---------------

A (Michele): La c) non è corretta perché nella parentesi c'è  $(11 - 1)$  e quindi vuol dire meno 10 e quindi si prende due numeri<sup>7</sup>.

A (Tamar): Non ho capito cosa vuol dire Michele.

A (Michele): Perché  $44 + 9$  fa 53 meno 10 non ti porta nella casella giusta.

I: Mi pare che la c) l'avesse già esclusa chi l'aveva proposta, cioè Lorenzo, ma la discussione è importante farla per condividere le nostre scelte.<sup>8</sup>

A (Giulia): Professoressa, Michele ha aggiunto solo le parentesi, è tutto uguale a parte l'1 e l'11 che prima era meno 11 poi però è diventato più 11.

A (Michele): E no, se no sarebbe  $44 + 9$  più il risultato di 9 meno 11, senza la parentesi non si rende il processo.

I<sup>9</sup>: Secondo te la parentesi cambia il modo di procedere della macchinetta?

A (Michele): Sì.

I: Dovresti argomentare<sup>10</sup>.

A (Michele): Se no si farebbero i calcoli diversi.

I: Cosa significa i calcoli diversi, spiega meglio.

A (Michele): Per le ragioni che ho detto prima,  $44 + 9$  meno 11 non sarebbe possibile<sup>11</sup>.

*Gli studenti sono silenziosi, perciò li invito a discutere col compagno sulle implicazioni di ciò che sta dicendo, li invito a discutere tra loro*

A (Giovanni S): Si può fare perché  $44 + 9$  dà 53. Se tu togli la parentesi devi fare come si presenta e sarebbe  $44 + 9$  meno 11 quindi la stessa cosa.

A (Giulia): Michele, noi stiamo discutendo di  $44 + 9$  meno 11 ma io avevo notato che tu hai scritto 1 più 11 dentro la parentesi.<sup>12</sup>

A (Massimiliano): Rivolto a Michele Perché hai messo le parentesi? Per me non ce n'era bisogno.

A (Michele): Per me le parentesi ci vogliono.

I: Bisogna argomentare le proprie idee e proposte, non ci sono affermazioni o negazioni assolute<sup>13</sup>.

A (Michele): Comunque il risultato dell'espressione dà<sup>14</sup> sempre 30 perché  $44 + 9$  dà 53, 53 meno 11 dà 42 meno 1 più 11 che fa 12, 42 meno 12 fa 30.

A (Tamar): Se dà 30, allora perché hai messo la parentesi, hai detto che comunque anche senza saresti arrivato a 30.

A (Michele): Siccome ci sono molte addizioni, non ci sono moltiplicazioni per dare le precedenze, ho messo le parentesi.

I: Pensi che ci siano precedenze?

A (Michele): No.

<sup>7</sup> Michele talvolta preso dalla foga del discorso non riesce ad esprimere bene il suo pensiero ma è evidente che ha ben chiaro nella testa il concetto. Michele con il suo 'si prende due numeri' e tu con il tuo commento 'ha ben chiaro in testa il concetto' mi avete messo un po' in crisi perché in realtà non sono sicuro di aver capito cos'è che ha chiaro Michele. Mi sono chiesto quale sia il soggetto che 'si prende due numeri'. Sono arrivato a questa conclusione: Michele ha cercato di capire dove finiscano le due unità della differenza fra 30 e 32; ha per così dire 'scartato' le parti uguali delle scritture (b) e (c) - e cioè ' $44+9$ ' e ' $-11$ ' - e ha confrontato quelle diverse ' $-11-1$ ' e ' $-(11-1)$ ' che danno come risultato rispettivamente ' $-12$ ' e ' $-10$ '. In definitiva, secondo me, è il calcolo ' $11-1$ ' che 'si prende due numeri' (e cioè la differenza fra 32 e 30). Questo mi fa venire in mente un punto molto importante dell'avvio al pensiero algebrico, è cioè che bisogna abituare gli alunni a confrontare rappresentazioni differenti e a capire se si riferiscono allo stesso numero o no; nel caso si riferiscano a numeri diversi, gli alunni devono imparare a spiegare quale sia maggiore senza dover fare calcoli. È a questo anche che mi sono riferito quando ho parlato prima di parti uguali e parti differenti.

<sup>8</sup> È la prima volta che incontro dei ragazzi così disinvolti nella discussione tra pari, con molti di essi non è necessario stimolare la discussione. Vero, è piacevole seguirli, anche perché si chiamano per nome, e questo personalizza molto i loro interventi.

<sup>9</sup> Non mi sono resa conto che Michele confonde l'ordine di esecuzione delle operazioni perché la mia attenzione era rivolta all'interessante proposta di  $-(1 + 11)$  che indica l'elaborazione di un balbettio algebrico.

<sup>10</sup> La aggiungo fra le parole chiave usate.

<sup>11</sup> Qui mi accorgo che Michele insiste su una modalità di calcolo scorretta ma preferisco stimolare il resto della classe verso la discussione perché sinora nessuno aveva notato l'errore del compagno nel voler eseguire, prima dell'addizione, la sottrazione  $9 - 11$ . Si vedrà più avanti che ho fatto una buona scelta perché si vivacizza la discussione.

<sup>12</sup> Finalmente si sposta l'attenzione sul punto interessante perché si capisce che Michele "difende" l'uso della prima parentesi più per caparbia che per convinzione. Scelgo di non intervenire per sbloccare la situazione perché trovo interessante e divertente la discussione che si crea intorno all'uso delle parentesi.

<sup>13</sup> Perfetto.

<sup>14</sup> Solita faccenda del 'dà' e del 'fa'. Probabilmente succede lo stesso anche a te, ma quando sento queste espressioni mi suonano sempre i campanellini e attivo una breve riflessione.



Media Tissi	1	1	2	3	4	5	1	2	3	Rosanna Durzu
-------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---------------

A (Giovanni L): Appunto, perché non ci sono precedenze non dovevi mettere le parentesi.

I: Noi dobbiamo decidere quali frasi mandare a Brioshi<sup>15</sup> che deve capire qual è il percorso scelto per andare da 44 a 30.<sup>16</sup>

A (Walter): Però 1 più 11 non c'è nel frammento di griglia, cioè non indica il percorso della macchinetta.

A (Michele): Lo sapete perché ho fatto 1 più 11? È tanto convinto della correttezza del suo ragionamento che va alla lavagna e indica sul frammento di griglia Perché a 44 aggiungete 9 poi salite di 11 e poi togliete 1; quindi dovete togliere 11 + 1 evidenza l'equivalenza tra  $-1-11$  e  $-(1+11)$ .

Michele verbalizza la sua proposta aiutandosi col movimento sulla griglia.

A (Michele): Ho aggiunto i numeri da sottrarre per farlo direttamente<sup>17</sup>

A (Giulia): Tu per spiegare a noi cosa hai fatto hai usato i gesti e le parole, Brioshi capisce solo il linguaggio matematico<sup>18</sup>.

A (Tamar): Brioshi non può capire la frase matematica di Michele.

I: Secondo voi la frase matematica d) è diversa dalla b)? *Le indico sulla lavagna*

A (Silvia): Ciò che ha scritto lui non è trasparente perché il percorso non indica una casella per volta.

A (Giovanni L): Se tu proponi 1 più 11 Brioshi capisce un altro percorso.

A (Michele): Ma io non ho scritto direttamente 12<sup>19</sup>.

A (Giovanni L): Comunque 1 più 11 è un altro percorso.

I: La frase di Michele indica il processo per spostarsi nella griglia da 44 a 30 seguendo il percorso verde?

G: Sì, ma non è trasparente.

A (Yuri): Comunque la prima parentesi non serve.

A (Michele): Sì, è vero, ma la seconda sì.

A (Tamar): Io direi che mandiamo la b) perché è trasparente e c'è anche il risultato

*I ragazzi sono tutti d'accordo con Tamar. Purtroppo nel frattempo è suonata da un po' la campana che segna la fine dell'ora.*

I: Potremmo decidere di "congelare" la frase di Michele e di mandarla a Brioshi quando la nostra comunicazione con lui si sarà evoluta<sup>20</sup>, ne ripareremo la prossima volta, voi nel frattempo riflettete sulla discussione che c'è stata.

<sup>15</sup> Aggiungo Brioshi alle parole chiave.

<sup>16</sup> Cerco di indirizzare gli studenti verso l'equivalenza ma non voglio porre la domanda direttamente, vorrei che scaturisse dalla loro discussione, ho forse dato troppo spazio a questo momento? No, perché senza il 30 la frase risulta 'monca'. Di fatto tu hai chiesto di rappresentare il processo che permette di passare da 44 a 30, e gli elementi in gioco da collegare attraverso delle relazioni sono il numero iniziale, tutti i numeri intermedi e quello finale. Le relazioni che collegano l'iniziale e gli intermedi sono di tipo additivo, quella che collega il tutto al 30 è una relazione di equivalenza. Quindi la tua impostazione mi sembra del tutto corretta, anche perché puoi contare su una bella adesione da parte della classe.

<sup>17</sup> Forse avrei dovuto intervenire sull'uso dei termini evidenziati ma un diario purtroppo non può riportare il clima della discussione che era vivace e molto coinvolgente; ho preferito lasciare più spazio alla condivisione. Condivido la scelta.

<sup>18</sup> L'osservazione di Giulia è molto fine. Ha intuito che il processo di appropriazione di un concetto può anche utilizzare molti mediatori (Vygotskij li chiamerebbe mediatori semiotici) – in questo caso gesti e parole – ma che l'obiettivo è quello della rappresentazione in linguaggio matematico.

<sup>19</sup> Michele è probabilmente condizionato dalla sua personale lettura della situazione e non riesce a vedere l'equivalenza fra la sua scrittura  $-(11+1)$  e la forma canonica  $-12$ .

<sup>20</sup> Non so, avrei dovuto condurre diversamente la lezione? Ho perseguito l'idea che i ragazzi potessero arrivare al concetto di equivalenza, anche perché ci sono state altre occasioni per analizzarlo; forse qui si complicava per la necessaria intuizione della proprietà distributiva del segno meno che si contrapponeva alla forza data ai termini trasparente e opaco. Trovo comunque sempre più interessante la stesura del diario per l'individuazione delle microsituazioni (che altrimenti sfumerebbero) che offrono spunti e suggerimenti per una futura conduzione della lezione come una sorta di "allenamento". Concordo. Nel nostro prossimo incontro vorrei cercare di porre in evidenza assieme a te i molti aspetti importanti che emergono dal diario, sia per le cose che sono successe durante la lezione che per i risultati della loro lettura a posteriori.