

Progetto ArAl	Italy	1	Le mini piramidi						
---------------	-------	---	-------------------------	--	--	--	--	--	--

P. Torres II Circolo	I	I	2	3	4	5	1	2	3	Caterina Branca
----------------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	-----------------

12 marzo 2008

Diario 1 (uso del registratore)

Parole chiave

FRASE MATEMATICA, OPERATORE DIREZIONALE, RELAZIONE, UGUALE ¹

La classe è composta da 17 bambini, il giorno 12 marzo ne sono presenti 15 (7 maschi e 8 femmine). Hanno tutti frequentato in modo regolare la scuola materna, c'è una bambina anticipataria e un bambino certificato con la sindrome di Asperger.

Dal mese di febbraio i bambini hanno lavorato sull'addizione utilizzando diversi metodi: le macchine (con le scatole, i bicchieri), la linea dei numeri, i regoli, la bilancia matematica. Da un punto di vista aritmetico tutti sanno calcolare addizioni entro il 10, più della metà entro il 20; l'ausilio della bilancia matematica ci ha permesso di utilizzare indifferentemente scritture come $3 + 5 = 8$ e $8 = 3 + 5$. Inoltre, i bambini sono abituati a tradurre in frasi matematiche le diverse situazioni concrete dalle quali partiamo.

Ora affronteranno le minipiramidi e, in particolare, in questo primo incontro si cercherà di insistere sulla scoperta della regola, portare i bambini a formulare una generalizzazione.

I bambini vengono sistemati in coppia, 6 coppie e 1 trio.

Si introduce il materiale raccontando una storia²:

I: Ieri sera, bambini, ho incontrato i nostri amici Bud e Holly che mi hanno dato dei regali per ognuno di voi, anzi un regalo per ogni coppia

I bambini sono visibilmente emozionati, si guardano tra loro, si sfregano le mani impazienti.

BI (è un'abbreviazione di "bambini", per indicare che hanno risposto in coro o quasi): Davvero??? Che bello!! Cosa ti hanno detto?

I: Che vi vogliono dare delle cose bellissime, ma voi dovete trattarle bene... ecco, guardate, queste sono delle buste, controllate dentro cosa c'è...³

A (Francesco): C'è un foglio colorato...

A (Gaia): ... e dei numeri

A (Paolo): Io ho notato una cosa: i numeri sono doppi

I: Bravissimo, che bella osservazione, ogni numero c'è due volte... ora guardate il foglio... cosa vedete?

A (Andrea): Dei rettangoli..

I: Bravo, quanti sono? come sono messi?

A (Andrea): Sono tre... sono in ordine

I: Cosa vuol dire in ordine? Prova a spiegare meglio⁴

Pensa ma non riesce a rispondere

I: Chi vuole aiutare Andrea bambini... come sono messi i rettangoli... si toccano, sono lontani tra loro?

A (Eleonora): Ce ne sono due in basso e uno in alto... sono vicini...

I: Molto bene Eleonora... bambini, Eleonora ha descritto i rettangoli, dice che ce ne sono due in basso e uno sopra... siete d'accordo?

BI: Sì!!

I: A cosa vi fanno pensare questi rettangoli? Cosa vi sembrano?

A (Claudia C.): Il cappello di un pupazzo di neve

¹ Chiedo all'insegnante di inserire in grassetto nero le parole chiave del glossario che fanno da sfondo all'attività o che, ancora meglio, sono state usate dalla classe o da lei stessa nel corso del lavoro. Esplicitare i termini favorisce una lettura dell'attività alla luce dei riferimenti teorici usati.

² Mi piaceva introdurre le minipiramidi con una storia fantastica che catturasse l'attenzione dei bambini, servisse da innesco, li motivasse. Loro conoscono già i personaggi perché sono i protagonisti del programma di inglese di quest'anno e io li uso in molti contesti perché ai bambini piacciono molto; inoltre, abbiamo i loro pupazzi in classe, quindi c'è un aggancio "concreto".

³ Ogni coppia riceve una bustina trasparente con la minipiramide stampata su un foglio colorato plastificato e 20 numeri (due serie di 10 numeri da 0 a 9); con l'ausilio del velcro potranno staccare e attaccare i diversi numeri nei tre mattoni della minipiramide. **Fantastico!**

⁴ I bambini sono abituati a lavorare in questo modo quando presento loro dei materiali: osservazione e descrizione. Cerco di stimolarli a descrivere ciò che vedono usando una terminologia via via più specifica (localizzazione nello spazio pagina, numero di elementi...) e solo dopo questa fase possono iniziare a dire cosa dovranno fare, qual è la consegna (in questo caso cosa sembra il disegno).

Progetto ArAl	Italy	2	Le mini piramidi					
---------------	-------	---	------------------	--	--	--	--	--

P. Torres II Circolo	1	1	2	3	4	5	1	2	3	Caterina Branca
----------------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	-----------------

A (Elena): Sembra quello che ci hai fatto fare l'altra volta, quando ci sono le gare e uno arriva primo, e poi gli danno la medaglia...

A (Riccardo): Sì, lo devono premiare

I: È vero, bambini guardiamo tutti, Elena sta dicendo che questo sembra un podio. Va bene, ora continuiamo, abbiamo detto che sembra il cappello di un pupazzo di neve, un podio... poi bambini, ci sono altre idee?

A (Rossella): Sembra una scala...

A (Andrea): Una scala che scende e una scala che sale...

A (Matteo): Tre regoli.

A (Elena): Tre mattoncini

A (Francesco): Sembra un pezzo del mio camino

A (Nicolò): Sembrano delle tavole di legno

A (Matteo): Sembra una torta di compleanno... con i piani

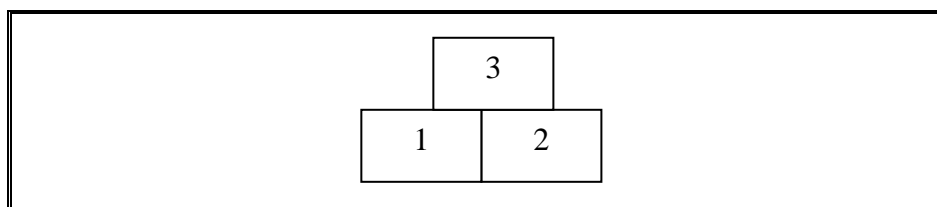
A (Paolo): Sembra il tavolo degli sposi

I: Quanti numeri si possono inserire bambini?

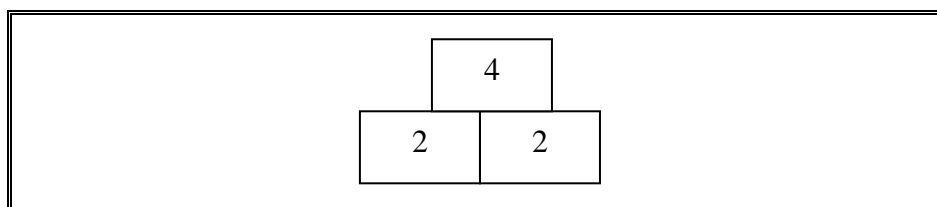
BI: Tre

Riprendo l'idea dei mattoni, cercando di valorizzare l'aspetto della "costruzione". Poi disegno una minipiramide alla lavagna, inserisco dei numeri e invito i bambini a inserirli nelle loro minipiramidi.

I: Osservate questi



I bambini ripetono i numeri ma non scatta alcuna osservazione. Disegno un'altra minipiramide e invito i bambini a inserire questi nuovi numeri nelle loro.



A (Kuba): $2 + 2 = 4$

A (Paolo): Allora anche prima $1 + 2 = 3$

A (Eleonora): Ho notato una cosa: nei mattoni in basso c'è l'addizione, in quello in alto... (non si ricorda la parola)

A (Kuba): Il risultato!!!⁵

⁵ *Lo so, probabilmente qui avrei dovuto stimolare il bambino ad abbandonare quel termine per utilizzarne un altro (es.: numero) più aderente al concetto algebrico dell'uguale inteso non come operatore direzionale; ho preferito non spezzare il discorso della ricerca della regola, visto che mi sembrava che i bambini stessero facendo un grande sforzo. Condivido, ma ti consiglio di attivare prima possibile, accanto alla coppia alla quale ti sei già riferita 'operatore direzionale/relazione di equivalenza', anche 'processo/prodotto' e 'forma canonica/non canonica'. A questo proposito, mi soffermo su alcune riflessioni di carattere generale.*

Il Glossario, come si è detto più volte, è stato concepito in funzione dell'insegnante. È stata la frase finale nella prova d'esame di un docente SSIS che ci ha condotti a formulare delle ipotesi su un suo possibile ampliamento come strumento di supporto culturale anche per gli studenti. La frase diceva: "Penso che l'esperienza per un docente sia effettivamente l'aspetto maggiormente formativo, soprattutto se ognuno di noi si mette nell'ottica di 'manifestare' in modo continuo il proprio stile di insegnamento."

'Manifestare in modo continuo il proprio stile di insegnamento'. Andando probabilmente al di là delle intenzioni dell'autore, un'implicazione di questa affermazione è la seguente: la matematica potrebbe essere insegnata rendendo consapevoli gli studenti di come aspetti anche apparentemente estranei ad essa – la competenza nell'uso dei linguaggi, in primis di quello naturale; il saper tradurre da un linguaggio all'altro; l'importanza degli aspetti sintattici e semantici di un linguaggio; la differenza fra rappresentare e risolvere una situazione problematica; imparare a distinguere il processo e il prodotto – costituiscano la base portante della costruzione significativa delle conoscenze matematiche.

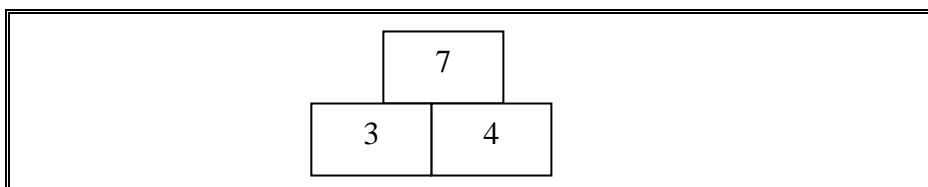
I: Molto bene, bravissimi, mi sa che abbiamo scoperto una regolina molto importante... state dicendo che per trovare il numero in alto dobbiamo fare l'addizione con i numeri in basso?

BI: Sìì!

A (Paolo): Mi sa che tu l'hai fatto apposta, non ci hai detto niente prima...

I: L'ho fatto apposta così poi l'avete scoperta da soli la regola... volevo vedere se ve ne sareste accorti da soli... e ve ne siete proprio accorti... bravi, ma vediamo se è vero...

Disegna un'altra minipiramide con i numeri.



A (Rossella): Nei mattoni bassi c'è 3 e 4 e in alto 7. C'è il + in mezzo al 3 e il 4... $3 + 4 = 7$

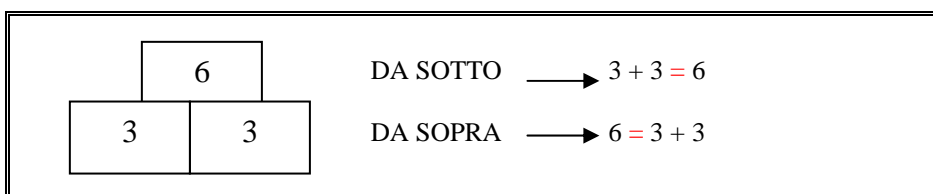
A (Andrea): La sai una cosa? $3 + 3 = 6$

I: È vero, provate a farmelo vedere con i mattoni...

I bambini realizzano la minipiramide proposta da un compagno. La scrivo alla lavagna.

I: Bambini, chi mi sa leggere la frase che si forma?... Partiamo da sotto⁶...

Mentre i bambini parlano io scrivo le frasi alla lavagna come fossi sotto dettatura⁷.



A (Riccardo): $3 + 3 = 6$

A (Paolo): Oppure $6 = 3 + 3$... è uguale, non cambia nulla, fa sempre 6⁸

A (Nicolò): Sì che cambia, prima metti uguale alla fine e poi all'inizio.

I: Avete ragione tutti e due, cambia il modo di scrivere le due frasi, ma il significato rimane uguale... ok, chi mi vuole ripetere la regolina?⁹

A (Riccardo): Vuoi dire... per esempio $0 + 5 = 5$?¹⁰

Tale prospettiva ci ha condotti quindi a formulare un'ipotesi sull'ampliamento della funzione del Glossario: che si possa pensare ad un contratto didattico che preveda l'esplicitazione costante da parte dell'insegnante delle motivazioni profonde che lo guidano nelle sue scelte metodologiche e di contenuto. In questo modo gli alunni vedrebbero se stessi come compartecipi nella costruzione dei saperi e il Glossario diventerebbe lo sfondo permanente dell'insegnamento e dell'apprendimento, attraverso il quale gli alunni verrebbero condotti a riflettere sull'importanza di condividere – fra loro e con l'insegnante - il senso di termini chiave come quelli che ho elencato all'inizio di questo lungo Commento.

Ciò comporta, come premessa inevitabile, che sia l'insegnante il motore primo di questa condivisione, e che quindi diventi attore consapevole e convinto nella gestione del Glossario. In conclusione: propongo che, man mano che si incontrano costrutti teorici dell'early algebra presenti nel Glossario, l'insegnante li faccia riportare su delle strisce di cartone che rimangano ben visibili su una parete dell'aula in modo da diventare un bagaglio culturale in progress condiviso al quale alunni e insegnante cercheranno di fare continuo riferimento.

⁶ Interessante questo 'partire da sopra' e 'partire da sotto', prepara all'uguale come equivalenza fra due rappresentazioni dello stesso numero.

⁷ Ottima strategia.

⁸ Sono abituati a lavorare con questa scrittura, anche se all'inizio qualche bambino diceva che era "sbagliata" (essendo in prima elementare mi viene da pensare ad influenze esterne alla scuola, probabilmente all'ambito familiare). È probabile. Molte volte penso che bisognerebbe ri-educare i genitori spesso, come scrive Cesare Cornoldi, matematicofobici, e quindi 'portatori' di misconcezioni matematiche. Comunque penso che prima o poi bisognerà affrontare con gli alunni (se non l'hai già fatto) l'abito mentale procedurale retrostante quel verbo 'fa'.

⁹ Rileggendo la sbobinatura mi rendo conto che avrei dovuto lasciare aperta la discussione tra i due bambini, far loro argomentare queste due posizioni, mentre ho dato la mediazione finale lasciando cadere quest'opportunità. Condivido. La questione è davvero di grande importanza, e appena puoi ti conviene riprenderla.

¹⁰ I bambini mi guardano perplessi, è difficile per loro arrivare alla concettualizzazione; per me non è semplice stimolarli, far capire loro il concetto di "regola", farli passare dall'esempio concreto al piano concettuale.

Progetto ArAl	Italy	4	Le mini piramidi					
---------------	-------	---	------------------	--	--	--	--	--

P. Torres II Circolo	I	I	2	3	4	5	1	2	3	Caterina Branca
----------------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	-----------------

I: Quello è un altro esempio... ora però stiamo provando a dire la regolina, cioè una cosa che va bene per tutte le minipiramidi... vi ricordate prima cosa ha detto Eleonora? Ha detto che tra i numeri in basso cosa dobbiamo mettere?

A (Gaia): Il più

I: Bene, e poi in alto che numero ci va, un numero a caso?

A (Rossella): No, facciamo $0 + 5$ e sopra ci va 5 perché $0 + 5$ fa¹¹ 5

I: Va bene, anziché dire che mettiamo il più, che altra parolina possiamo dire?

A (Nicolò): Addizione

I: E poi?

A (Nicolò): Aggiungere

I: Ok, molto bene, addizione, aggiungere, il più, sono tutte paroline diverse che però ci dicono la stessa cosa...¹² quindi ora possiamo provare a dire la regolina

A (Claudia C.): Dobbiamo mettere insieme i numeri in basso e scrivere il risultato¹³ sopra

I: Proviamo ad iniziare dall'alto: per trovare il numero che c'è in alto cosa dobbiamo fare?

A (Rossella): Dobbiamo mettere il più...

I: Oppure?

A (Rossella): Addizionare... i numeri che sono in basso

I: Molto bene, provate ad inventare da soli delle minipiramidi con questa regolina.

I bambini lavorano in coppia, provano le minipiramidi e tutte le coppie lavorano seguendo la regola, sembra che abbiano capito il meccanismo. A turno, le coppie presentano la loro minipiramide alla classe, dicendo prima i tre numeri scelti e introducendo $+ e =$ solo nel momento in cui "costruiscono" le frasi matematiche¹⁴ partendo dal basso e dall'alto. Qualcuno, partendo dall'alto si confonde...

A (Riccardo): (i numeri sono 3, 5 e 8)... $8 + 3 = 5$

I: Attento... dove va il $+$?¹⁵

A (Riccardo): Tra i numeri in basso... è vero, allora è $3 + 5 = 8$ ¹⁶

I: Va bene, allora bambini ricordiamoci che tra i numeri in basso si può mettere solo il più, invece per scendere o salire che segno ci vuole?

BI: L'uguale...

A (Paolo): È la stradina che ci porta da un piano all'altro.

I: Bravissimi, ricordatevi questa regolina molto importante.

Alle 9,45 l'esperienza si conclude. Ora la riportano sul quaderno costruendo alcune minipiramidi a piacere e formulando la regola.

SCOPRIAMO LA REGOLA: PER TROVARE IL NUMERO IN ALTO DEVO ADDIZIONARE I NUMERI IN BASSO.

¹¹ Va benissimo che per ora i bambini si esprimano con il 'fa', ma per le note ragioni cerca di far emergere in modo significativo l'altro aspetto dell'uguale.

¹² Va molto bene evidenziare sin d'ora il ruolo delle parafrasi e la capacità di riconoscerle e interpretarle.

¹³ Sempre lo stesso punto di vista procedurale del 'fare'. Ti conviene non lasciare che l'imprinting sia solo di questo tipo, altrimenti poi fai più fatica ad aprire al punto di vista relazionale.

¹⁴ Mi è sembrato utile separare i due momenti (dire i tre numeri, dire la **frasi matematiche** con i tre numeri e i segni $+ e =$) per evidenziare ancora di più il fatto che i segni stabiliscono delle **relazioni** tra i tre numeri, relazioni che devono avere una loro validità e che per questo danno senso alle frasi matematiche. Sono una buona strategia e un ottimo obiettivo.

¹⁵ In una lezione precedente, usando la bilancia matematica, un bambino aveva fatto una riflessione sul significato dell'**uguale**, anche in relazione alle due rette parallele del segno: l'uguale sembra una stradina che ci porta da una parte all'altra della bilancia. È anche per questo che i bambini lo scrivono con il rosso, come fosse una strada che congiunge due siti, che porta da una parte all'altra. Però ora mi pongo un problema: è utile insistere con questo giochino del $+$ solo in basso e dell' $=$ come stradina che li porta da un piano all'altro? È partita da loro ma mi sta venendo il dubbio che in questo modo i bambini si "fossilizzano" sulla posizione spaziale dei segni all'interno della minipiramide, e non sul significato della relazione che deve legare i tre numeri scelti (a prescindere dal fatto che questi tre numeri siano collocati in una minipiramide). Mi spiego meglio: ho il dubbio che Riccardo abbia detto la frase in modo corretto solo perché ha collocato spazialmente il segno $+$, non perché ha capito che con 3, 5 e 8 la frase ha una sua validità se metti il $+$ tra il 3 e il 5. La metafora è bella, anche se il concetto di 'congiungere' e quello di 'essere uguale' sono distanti fra loro. La 'rivoluzione concettuale' la si fa ponendo 'allo stesso livello' i due simboli ' $+$ ' e ' $=$ '. In un'ottica tradizionale il segno ' $+$ ' precede l'altro, perché prima 'addiziono' a sinistra e poi 'ottengo' a destra. Se guardiamo la cosa da un punto di vista relazionale (e quindi fuori dal tempo e dallo spazio) la situazione è completamente diversa: in questo caso ho tre 'oggetti' 3, 5, 8 e devo trovare le relazioni che li collegano: 3 e 5 sono collegati da una relazione additiva, $3+5$ e 8 da una relazione di equivalenza.

¹⁶ Non arriva a verbalizzare la scrittura partendo dall'alto

Progetto ArAl	Italy	5	Le mini piramidi					
---------------	-------	---	------------------	--	--	--	--	--

P. Torres II Circolo	I	I	2	3	4	5	1	2	3	Caterina Branca
----------------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	-----------------

COMMENTI

La sbobinatura fa riferimento al momento in cui ho introdotto le minipiramidi in una classe, il giorno precedente al suo arrivo a scuola, per cui ora, rileggendo il tutto, mi vengono in mente tantissime riflessioni sul diverso modo di introdurre lo stesso argomento (lei ha introdotto le minipiramidi nell'altra prima dove lavoro).

Cercherò di fare un po' di ordine.

- *Lei ha realmente lavorato perché i bambini arrivassero da soli alla regola, mentre nella classe dove ho lavorato io i bambini erano arrivati a capire cosa succedeva nella minipiramide ma non hanno verbalizzato la regola, l'ho fatto io e loro hanno ripreso le mie parole; sono d'accordo dunque con ciò che diceva durante l'incontro del pomeriggio di abituare di più i bambini ad argomentare, a parafrasare, a verbalizzare.*
- *Mi rendo anche conto che provare a verbalizzare o argomentare ciò che succede è una fase leggermente diversa dalla concettualizzazione o generalizzazione che richiede non solo un ulteriore astrazione ma anche una scelta di vocaboli che il bambino deve padroneggiare. Per questo credo che sia un processo di pensiero estremamente difficile per un bambino di prima elementare o della scuola materna. Mi spiego meglio: un bambino di terza, quarta o quinta elementare, anche se non abituato a ricercare delle regole come metodologia esplicita e perseguita dall'insegnante mette in atto dei processi che comunque lo portano, bene o male, a generalizzare, ad argomentare (es.: i temi, i problemi standard, le letture, le regole implicite tra pari nelle relazioni sociali o in famiglia), mentre un bambino di 4, 5, 6 anni ha ovviamente più difficoltà, è uno sforzo maggiore che gli si chiede. Certo, poi le regole da scoprire saranno più semplici, ma io lo vedo proprio come un passaggio ulteriore, faticoso. E, probabilmente, questa mia convinzione mi porta a 'spianare' loro la strada nel momento in cui li vedo in difficoltà. I temi che affronti sono di grande importanza e stimolano numerose riflessioni. Le attività che comportano una ricerca di regolarità (nel vostro caso l'individuazione della 'regolina') favoriscono lo sviluppo del balbettio logico sin dalla scuola dell'infanzia. Il linguaggio naturale svolge un ruolo determinante in questo processo attraverso l'argomentazione, verso la scoperta delle relazioni fra gli elementi della situazione problematica esplorata (per voi la minipiramide) e quindi verso l'individuazione della sua struttura. La costruzione comune della regola, sviluppata al livello consentito dall'età degli alunni, costituisce il risultato collettivo di una lettura relazionale della situazione, in cui l'attenzione è puntata non tanto sui suoi elementi, quanto sulle relazioni che li collegano. Confrontando situazioni diverse, si riconoscono come analoghe quelle che presentano la stessa struttura; si dice cioè che tra esse intercorre una analogia strutturale. Riuscire a stabilire tali corrispondenze fra situazioni differenti conduce a parlare di sviluppo del pensiero analogico. La scuola dell'infanzia si inserisce al primo gradino di questo processo, all'interno di una logica di continuità con la scuola primaria, dove questi embrioni di pensiero matureranno progressivamente nel tempo, intrecciati fra loro, nell'esplorazione di un'aritmetica costruita verso lo sviluppo del pensiero algebrico e quindi verso la generalizzazione e l'astrazione. Le difficoltà sono evidenti ma c'è tutto il tempo che si vuole. L'evoluzione del balbettio deve essere una progressione graduale 'spalmata' su tutto il tempo scuola, attraverso la costruzione di ambienti di apprendimento che stimolino, attraverso il confronto delle argomentazioni, la costruzione sociale delle conoscenze.*
- *Ho aderito con molto entusiasmo a questo progetto. Circa tre anni fa ho seguito un corso con il prof. Sini che ci ha fatto conoscere ArAl e le diverse esperienze; credo nella didattica metacognitiva (sono formatrice P.A.S. del metodo Feuerstein), e ho cercato di applicarla nel mio lavoro. In ambito matematico la difficoltà maggiore che ho avuto è stata quella di lavorare seguendo i principi dell'argomentazione e della generalizzazione ma comunque su materiali "classici", andando un po' "a naso". Le unità di ArAl, invece, mi permettono di avere una base dalla quale partire sia come metodologia che come "contenuti" (le minipiramidi, la griglia dei numeri, le mascherine), contenuti sempre aderenti e che ben si prestano all'applicazione della metodologia.*
- *Dopo questa supervisione la ricaduta sul mio lavoro è enorme sotto molti punti di vista:*
 - *in termini di relazione con i bambini;* mi riferisco al fatto di forzare un po' più la mano con loro, di lasciarli più da soli nella ricerca dei perché, senza preoccuparmi troppo se li vedrò in difficoltà; lasciarli argomentare di più, promuovere le discussioni tra loro senza offrire io una mediazione che li metta d'accordo. Nel rileggere le sbobinature mi rendo conto di non aver saputo cogliere alcune microsituazioni (come le chiama lei) che invece avrebbero potuto portare ad esiti interessanti.
 - *come sfondo teorico da tenere in considerazione e da utilizzare come riferimento durante il lavoro quotidiano:* mi rendo conto che la comunicazione tra insegnante e alunno, in quanto veicolo che promuove un certo tipo di pensiero, dev'essere affinata e supportata da una padronanza dei termini, delle strategie che si stanno attivando, dei processi di pensiero che ci sono dietro ad ogni risposta dei bambini, e questo è sicuramente un aspetto sul quale dovrò e mi piacerà lavorare.
 - *in termini di accorgimenti pratici, immediati, concreti da realizzare nel lavoro quotidiano;* ritengo siano utilissimi i commenti che lei fa negli altri diari perché indicano operativamente un certo tipo di comportamento verbale e non da tenere in quella situazione e quali effetti questo può avere sui processi di pensiero del bambino; inoltre, apprezzo molto come puntualizza e commenta alcune frasi dei bambini cercando di leggerne dietro le possibili spiegazioni.