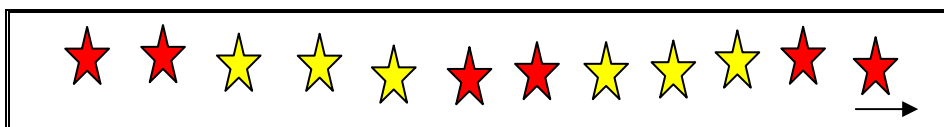


15 gennaio 2008

Diario 2

I: Riprendiamo la successione che abbiamo già visto ieri. Ora ditemi: quante stelle vedete rappresentate?

C: Dodici.



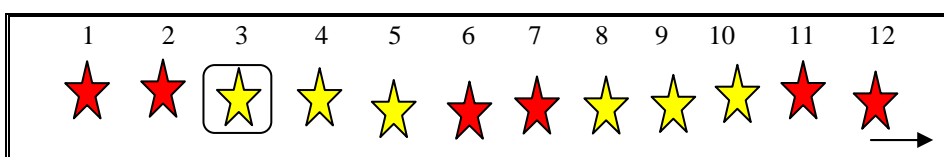
I: Di che colore è la dodicesima stella?

A (Emanuele): Rossa.

I: Ora dimmi: di che colore sarà la quindicesima stella?

A (Emanuele): È gialla. Vedi l'ultima è 12 e poi ricomincio da capo (ritorna alla 1-2-3) 13 - 14 - 15 ed è gialla.

I: Quindi la 15<sup>a</sup> stella è questa qua (circolo la prima stella gialla con un segno):



*Il percorso fatto da Emanuele, suscita reazioni diverse e la discussione si fa caotica.*

I: Qualcuno vuole intervenire con ordine?

A (Fabiola): C'è un problema. Lui è arrivato alla dodicesima che è rossa, se lui va a capo e ricomincia dalla prima, non sta rispettando il modulo, sarebbero 4 rosse.

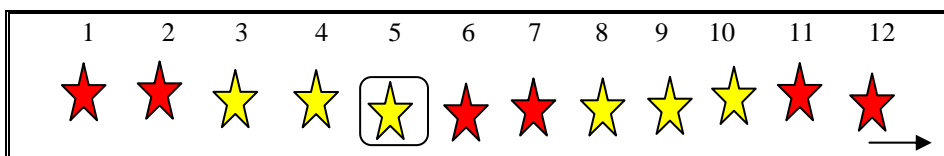
I: Avete capito quel che ha detto Fabiola?

C: Sì.

A (Francesco): Ma tanto è gialla lo stesso.<sup>1</sup>

I: Vedremo se si tratta della stessa stella. Fabiola, che cosa proponi per trovare la quindicesima stella?

A (Fabiola): Che quando va a capo deve lasciare le due rosse, le prime due e continuare dalle gialle se no le rosse diventano quattro. Parte dalla 1<sup>a</sup>, arriva alla 12<sup>a</sup>, torna indietro alla 3<sup>a</sup>, 4<sup>a</sup>, 5<sup>a</sup>.



A (Sergio): Emanuele ha fatto una cosa sbagliata perché ha ricominciato e la fila non può continuare perché è chiusa, perché fa tipo un cerchio e i numeri non possono andare più avanti fino all'infinito.<sup>2</sup>

I: Come conteresti?

A (Sergio): Io conterei partendo da 12 e aggiungendo 3 stelle gialle che sono 15 e la quindicesima è gialla.

I: Quale delle tre stelle gialle del modulo è la 15<sup>a</sup>?

A (Sergio): L'ultima stella gialla.

I: Francesco dice che intanto la stella indicata da Emanuele (3) è gialla e quindi è giusto lo stesso. Chi è d'accordo?

A (Samuele): Non sono d'accordo perché Emanuele non ha rispettato il modulo, e poi se quella (3) era rossa avrebbe detto rossa, non gialla.

<sup>1</sup> Francesco evidentemente ha fatto un percorso corretto e ha capito l'errore, però secondo lui, quel che conta è il risultato perché la risposta sembra "giusta", e non tiene conto del processo. Sembra quello che succede con alunni più grandi quando, per esempio in una espressione in cui degli errori si aggrovigliano fra loro ma il risultato è magicamente giusto, fanno fatica ad accettare il nonsenso di quella apparente correttezza (Prof, ma a me viene giusto!). Come dici tu, siccome è il prodotto quello che conta, se è 'giusto', non ha importanza il processo che lo ha generato. Si manifesta la stessa filosofia del goal fatto con una mano: intanto è un goal in più per la squadra del cuore.

<sup>2</sup> Sembra che Sergio, più che preoccuparsi dell'errore, non ammetta questa strategia "perché fa tipo un cerchio", associa questo procedimento ad una linea chiusa, infatti quando gli viene chiesto di contare, immagina di "aggiungere" seguendo la freccia direzionale. Comunque è importante che siano emerse questi due punti di vista: dell'andare a capo e della circolarità; almeno così si può intervenire anche su bambini che magari hanno immagini mentali analoghe ma non le esprimono. Senza questo tipo di esplorazione e di argomentazione non si riuscirebbe ad condividere i mondi mentali degli alunni, che resterebbero inevitabilmente opachi.

A (Sergio): Oppure poteva essere blu o di un altro colore.

I: Volete dire che è solo un caso che sia gialla?

A (Samuele): Sì è un caso.

I: Avete ragione. Quindi a che cosa dobbiamo fare attenzione quando facciamo un lavoro di questo tipo?

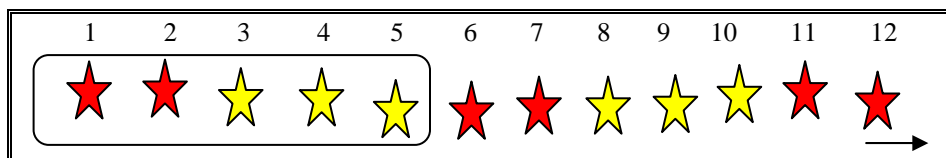
G: Al percorso.

I: E nel percorso dobbiamo rispettare sempre... ?

C: ... il modulo.

I: Bravissimi. Andiamo ora alla ricerca della 30<sup>a</sup> stella, dovete spiegare il percorso che fate per individuarla.

A (Elena R.): **Io mi cirondo il modulo<sup>3</sup>.**



A (Elena R.): Conto così: 1 - 2 - 3 - 4 - 5 (riparte dalla 1<sup>a</sup>) 6 - 7 - 8 - 9 - 10 (riparte dalla 1<sup>a</sup>) 11 - 12... e così via fino a 30 contando sempre gli elementi del 1° modulo.

A (Michele): Io posso fare 2 + 3 che fa 5.

I: Che cosa rappresenta il 5?

A (Michele): Gli elementi del modulo.

I: Prova ad essere più preciso. Che cosa ci indica il 5 riferito a questo modulo?

A (Michele): Il numero degli elementi del modulo.

I: Bene, continua.

A (Michele): Allora 5 più 5 fa 10, 10 più 5 fa 15, più 5 fa 20, più 5 fa 25, più 5 fa 30 e siccome aggiungo sempre 5, la trentesima stella è gialla.

I: Avete trovato altri modi per contare?

A (Emanuele): Arrivo a 12 e poi salto le prime due e continuo, 13 (indica la 3) 14 (indica la 4) 15 (indica la 5 e continua fino a 30 che coincide con la 10). È gialla, l'ultima stella gialla.

A (Giuseppe): Se fa così sembra che il modulo è giallo, giallo, giallo rosso, rosso, invece è 2 rossi e 3 gialli.

A (Emanuele): Allora salto le ultime due rosse, arrivo a 10 e vado di nuovo da capo e conto 11 (1) 12 (2)... 20 vado a capo 21 (1)... prosegue fino a 30 (10). Vedi è come prima, gialla!

I: Forse anche prima il tuo percorso era corretto.

*Emanuele non appare molto convinto e non risponde.*

I: Secondo voi i due percorsi seguiti da Emanuele sono corretti? Nel primo percorso, arrivato alla 12, andava a capo e ricominciava dalla 3. Nel secondo percorso, arrivato alla 10 andava a capo e ricominciava dalla 1.

A (Fabiola): È giusto perché sempre due rosse contava quando andava a capo.

A (Beatrice): Quando contava le ultime due (11 - 12) che sono rosse e poi continuava con le tre gialle (3 - 4 - 5) rispettava il modulo e quindi è giusto.

A (Daniele): Si può anche contare così: io parto dalla stella 10 che è gialla, aggiungo un'altra volta 10 che fa 20, aggiungo un'altra volta 10 che fa 30. La stellina è gialla (10).

A (Samuele): Io conto così: 2 più 3 fa 5, ancora 5 e sono a 10 che è gialla, visto che 10 è una decina, può essere 30 la gialla perché è 10 più 10 più 10.

I: Di che colore è la 40<sup>a</sup> stellina?

A (Sergio): Gialla, perché ne aggiungo 10.

I: E la 45<sup>a</sup>?

A (Francesco): Gialla, da 40 aggiungo 5.

I: E la 47<sup>a</sup> di che colore sarà?

A (Aurora): Rossa, perché se la 45<sup>a</sup> è gialla, la 47<sup>a</sup> è rossa perché ne aggiungo due. Oppure si può anche contare così: vado alla 7 e aggiungo 10 e sono a 17, ancora 10 fa 27, ancora 10 fa 37, ancora 10 e arrivo a 47.

I: Molto interessante. Come ti è venuta quest'idea?

A (Aurora): **Ho pensato<sup>4</sup>.**

I: Ora vi chiedo un'ultima cosa, ognuno di voi sul foglietto, in linguaggio matematico, pensate a Brioshi, scriverà il percorso che ha fatto per scoprire di che colore è la 30<sup>a</sup> stella. *Consegnati i foglietti, tutto si rimanda all'indomani.*

<sup>3</sup> La bambina con molta sicurezza circonda il modulo alla lavagna e procede nel conteggio, il suo modo di procedere può essere rappresentato con gli schieramenti, i bambini non conoscono ancora l'operazione di moltiplicazione.

<sup>4</sup> La classe ha lavorato alla griglia dei numeri, che ora sta appesa proprio davanti ad Aurora e credo che da lì abbia tratto ispirazione. In questo caso ha funzionato.

17 gennaio 2008

Diario 3

Si riprendono i foglietti, un paio sono bianchi, e man mano che si leggono si visualizzano alla lavagna le diverse modalità di scrittura, si scatena una sorta di tifoseria.

- |   |
|---|
| <p>a) <math>10 + 10 + 10</math><br/> b) <math>2 + 3 + 5 + 10 + 10</math><br/> c) <math>5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5</math><br/> d) <math>2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3</math><br/> e) <math>5 + 5 + 10 + 10</math></p> |
|---|

I: Ha avuto più successo la c) al primo posto, al secondo posto la a), al terzo posto la e). Ma questo non è importante. Piuttosto ditemi che cosa rappresentano tutte queste scritture.

A (Elena R.): Come abbiamo fatto per arrivare a 30, per trovare la trentesima stella.

A (Elena M.): È il percorso che abbiamo fatto contando.

I: Benissimo. Rappresentano dei percorsi. Cosa hanno in comune tutti questi percorsi?

G: Arrivano a 30.

G: Sono uguali a 30.

I: È vero sono uguali a 30, ma sono tutti modi per... pensate alla mascherine<sup>5</sup>.

A (Michele): ... scrivere 30.

I: Spiega ai compagni che cosa vuoi dire.

A (Michele): Che quando scrivo  $10 + 10 + 10$  è sempre 30. Ognuna di queste scritture è il percorso che abbiamo fatto per portarci al numero 30.

A (Giuseppe): Anche  $5 + 5 + 10 + 10$  è come scrivere 30.

A (Elena R.): Anche  $5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5$  è 30.

A (Elena M.): Questi modi sono tutte scritture per rappresentare il numero 30, e rappresentare vuol dire far vedere il numero 30<sup>6</sup>.

I: Ricordate le mascherine?

A (Giulia): C'erano dei numeri nascosti, a volte c'era nascosto lo stesso numero.

A (Daniele): Le mascherine erano diverse ma c'era nascosto lo stesso numero.

A (Aurora): Dietro c'erano alcuni numeri uguali e alcuni diversi.

A (Daniele): Erano mascherine sorelle quelle che avevano i numeri uguali.

I: Bravi. Secondo voi, c'è qualche relazione tra le mascherine sorelle e quelli che voi chiamate percorsi?<sup>7</sup>

A (Samuele): Saranno fratelli, nascondono il 30.

A (Michele): Eh sì sono fratelli.

A (Elena M.): Ci portano tutti allo stesso numero, allora sono fratelli.

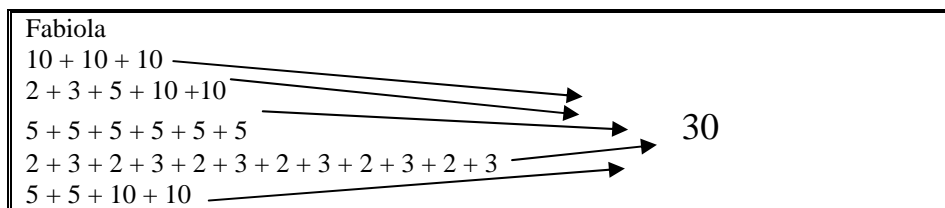
A (Francesco): Sono tutte scritture sorelle.

I: Ricordate come avevate comunicato a Brioshi che alcune mascherine erano sorelle?

C: Sì!!!

I: Ora cercate di comunicare a Brioshi quello che ha detto Francesco: sono tutte scritture sorelle, oppure sono percorsi fratelli, come vi pare.

I bambini lavorano individualmente e successivamente si visualizza alla lavagna quanto hanno prodotto:



I: Cosa significano le frecce?

<sup>5</sup> I bambini a novembre hanno lavorato all'Unità delle mascherine, ritengo che sia questa una buona occasione per riprendere i concetti allora affrontati.

<sup>6</sup> Gli alunni usano un bel linguaggio, si esprimono con proprietà, mostrando confidenza – ingenua, ma siamo in pieno balbettio algebrico – con termini come rappresentare, che in seguito permetterà di allargare il campo alla coppia rappresentare-risolvere.

<sup>7</sup> Bella questione. Favorisce sia l'ampliamento che l'approfondimento.

A (Fabiola): Significano che tutte le scritte vanno a 30 quindi danno risultato 30.<sup>8</sup>

<p>Giulia:</p> $10 + 10 + 10 =$ $2 + 3 + 5 + 10 + 10 =$ $5 + 5 + 5 + 5 + 5 =$ $2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 =$ $5 + 5 + 10 + 10 =$
---

I: Alla fine hai messo sempre il segno uguale, perché?

A (Giulia): Uguali a 30, voglio dire che sono tutti uguali a 30.

I: Perché non l'hai scritto?

A (Giulia): Non lo so, mi sembra giusto così.

I: Prova a leggere.

A (Giulia):  $10 + 10 + 10$  uguale,  $2 + 3 + 5 + 10 + 10$  uguale,  $5 + 5 + 5 + 5 + 5$  uguale...

<p>Giuseppe:</p> $10 + 10 + 10$ $==$ $5 + 5 + 5 + 5 + 5$ $==$ $2 + 3 + 5 + 10 + 10$ $==$ $2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3$ $==$ $5 + 5 + 10 + 10$
---

I: Vuoi spiegare che significa questo segno?

A (Giuseppe): È uguale, l'ho fatto perché quando io faccio l'operazione metto il segno "uguale" per far capire a Brioshi che tutte queste scritte sono sorelle<sup>9</sup>.

I: Sentiamo come leggi.

A (Giuseppe):  $10 + 10 + 10$  uguale a  $5 + 5 + 5 + 5 + 5$  uguale a  $2 + 3 + 5 + 10 + 10$  continua perfettamente sino alla fine.

<p>Francesco e Samuele:</p> $10 + 10 + 10 = 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 2 + 3 + 5 + 10 + 10 = 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 = 5 + 5 + 10 + 10 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 5 + 10 + 10 = 30$
---

I: Nei vostri lavori, alla fine, compare il 30. È il risultato?

A (Francesco): Alla fine ho fatto uguale 30 perché tutte queste strade portano al 30.<sup>10</sup>

A (Samuele): Ho messo 30 ma non come risultato ma perché tutti sono modi per rappresentare il numero 30.

<p>Emanuele Sergio</p> $10 + 10 + 10 = 30$ $2 + 3 + 5 + 10 + 10 = 30$ $5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 30$ $2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 = 30$ $5 + 5 + 10 + 10 = 30$
--

I: Come fate a comunicare che queste scritte sono sorelle?

A (Emanuele): Tutte sono uguali a 30.

<sup>8</sup> Usa le frecce al posto del segno uguale con un significato direzionale che più direzionale non si può!

<sup>9</sup> Giuseppe è arrivato in seconda; non di rado, forse perché gli viene suggerito a casa, nel fare le operazioni in colonna usa il segno uguale.

<sup>10</sup> Francesco è stato il primo ad utilizzare il segno uguale per indicare la relazione di uguaglianza tra le mascherine. Nella prima versione del suo lavoro non compariva il 30 finale, è stato aggiunto in un secondo momento, inoltre la sua spiegazione sembra aver subito qualche influenza dall'intervento di Fabiola.



Progetto ArAl	Italy	2	Successioni						
---------------	-------	---	-------------	--	--	--	--	--	--

Sassari I* Caniga 2A	I	I	2	3	4	5	I	2	3	Teresa Nughedu
----------------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----------------

A (Sergio): Sì, perché per arrivare a 30 abbiamo fatto un percorso, tipo quando qualcuno lasciava le tracce e delle impronte per esempio  $10 + 10 + 10$ . Tipo delle mappe che ci portano al numero 30.<sup>14</sup>

*Tutti sono attenti ma nessuno interviene.*

I: Chi vuole intervenire, siete rimasti senza parole, avete capito quel che ha detto Sergio?

A (Michele): Io volevo proseguire con l'argomento di Sergio, è giusto quello che ha detto, che lascia le tracce. Per esempio il 5 io l'ho contato 6 volte addizionandolo e sono arrivato a 30.<sup>15</sup>

A (Samuele): Io volevo dire che ad esempio ci sono dei numeri che sono opachi come 30, e altri numeri che sono trasparenti come  $2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3$ .

A (Giuseppe): Il 30 è opaco perché non lo puoi vedere attraverso quello che c'è.

I: Che cosa vuoi dire?

A (Giuseppe): È opaco perché dietro ha dei numeri che non puoi vedere.

A (Andrij): Il 30 è opaco perché non si vedono che ci sono tutti i modi per arrivare a 30.

A (Francesco): Il 30 è opaco perché non sappiamo il percorso della successione che abbiamo fatto.<sup>16</sup>

I: E invece trasparente?

A (Francesco):  $10 + 10 + 10$  è trasparente perché vediamo l'addizione per arrivare a 30.

I: Cerchiamo ora di riassumere. Tra tutte queste rappresentazioni, questi modi di scrivere il numero trenta, a quali si può attribuire la qualità di opaco e a quali la qualità di trasparente.

A (Giulia): Il 30 è una scrittura opaca perché non ci fa vedere facilmente i numeri che formano il 30.

A (Elena M.): Il 30 è una scrittura opaca perché nasconde dei numeri invece tutte le altre scritture ci fanno vedere come si arriva alla trentesima stella.

A (Michele): Secondo me, la scrittura più trasparente di tutte è  $2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3$ .

I: Perché?

A (Michele): Perché ci fa vedere il modulo 2 rossi e 3 gialli.

A (Fabiola): Hai ragione anche  $2 + 3 + 5 + 10 + 10$  ci fa vedere il modulo.

I: Avete ragione, alcune scritture sembrano più trasparenti di altre perché ci fanno vedere più cose<sup>17</sup>, per esempio il modulo. Bravi. Terminiamo qui.

<sup>14</sup> Sergio visualizza la relazione con una similitudine di tale efficacia che viene immediatamente recepita dai compagni. È vero. Sergio è intervenuto in modo davvero molto espressivo, e anche Michele mi è piaciuto.

<sup>15</sup> A partire da espressioni come quella utilizzata da Michele ( il 5 io l'ho contato 6 volte ) è stata avviata la riflessione sulla relazione dei numeri nella coppia ordinata (5; 6), che ha permesso un primo approccio alla moltiplicazione come addizione ripetuta.

<sup>16</sup> Francesco conclude uno scambio molto lungo di interventi veramente interessanti, che mostrano che i bambini hanno davvero intuito il significato dei due termini.

<sup>17</sup> A questo punto, per completare la riflessione sui concetti di 'trasparente' e 'opaco', ti suggerirei di introdurre il principio di economia, che arricchisce il loro significato e favorisce una chiave di lettura omogenea per interpretare in modo convincente le rappresentazioni fatte dagli alunni. Per esempio  $2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3$  è molto trasparente ma poco economica,  $2 + 3 + 5 + 10 + 10$  è più economico ma meno trasparente, e così via. In genere si potrebbe giungere a dire che trasparenza ed economicità sono inversamente proporzionali (non solo in matematica), e che la chiarezza di un processo, un ragionamento, una rappresentazione sono il risultato di un'alchimia molto delicata giocata fra questi due termini, e in fondo ognuno di noi – adulto o bambino che sia – possiede sensibilità diverse che possono però essere confrontate utilizzando parametri di giudizio davvero condivisi.