

2 Marzo 2009

uso del registratore

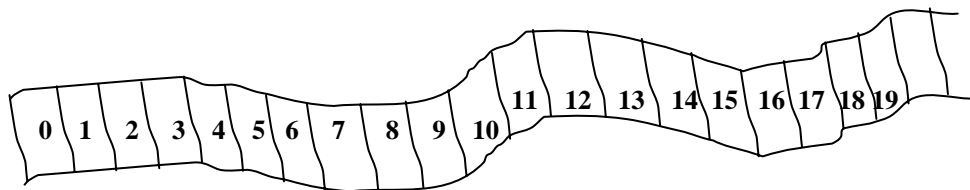
**Parole chiave:** DIVISIONE, DIVISORI, **ECONOMICO**, MULTIPLI, PRINCIPIO DI ECONOMIA. SUCCESSIONI NUMERICHE.

La seguente esperienza di ricerca di regolarità vede coinvolta la **classe terza** (14 alunni), che ha iniziato l'esperienza dalla prima, ha continuato in seconda e sta attualmente proseguendo lungo questo filone. Nelle attività di ricerca di regolarità nelle successioni affrontate finora, i bambini hanno fatto ricorso all'addizione e alla moltiplicazione per rappresentare e risolvere situazioni del tipo: "Quale elemento si troverà all'ennesimo posto"? In questa fase di approfondimento concettuale e di acquisizione dell'algoritmo della divisione, si attiva una riflessione sull'opportunità di un suo utilizzo e sui concetti ad essa inerenti nella relazione tra multipli e divisori.

Il testo proposto ai bambini è il risultato della rielaborazione e dell'adattamento ad hoc di un problema del RMT.

### Saltando, saltando

Una rana, un canguro e una lepre saltellano sulla «pista dei numeri»: Partono tutti dalla casella 0.



1

La rana fa sempre salti da tre caselle (quindi con il primo salto arriva sulla casella 3), il canguro fa sempre salti da sei caselle e la lepre fa sempre salti da quattro caselle.

Quando arrivano tutti alla casella numero 96 decidono di riposarsi.

1) **Quanti salti ha fatto il canguro? Quanti la lepre? Quanti la rana?**

Ciascun animale lascia le proprie impronte sulla casella su cui poggia le zampe.

2) **Su quali caselle ci saranno le impronte di tutti e tre gli animali?**

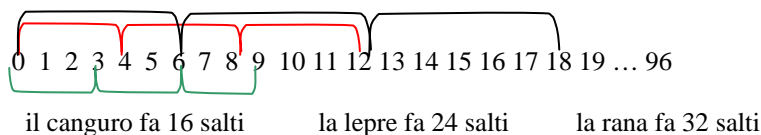
Una pulce che dormiva beatamente sulla testa del canguro si ritrova catapultata nella casella 3, da lì salta e va a finire nella casella 7 e poi nella casella 11, e poi ancora salti tutti uguali...

3) **Su quale casella finisce dopo 10 salti?**

Aurora legge a voce alta il testo del problema mentre gli altri seguono sulle copie consegnate singolarmente.

I: Ora bambini ognuno di voi seguendo le strategie che vorrà deve cercare di rispondere alla domanda n°1. Ricordate di rappresentare in linguaggio matematico il modo con cui arrivate alla soluzione. Quando tutti consegnano si riporta sulla lavagna, uno per volta, una sintesi degli elaborati e gli interessati intervengono con le loro argomentazioni.

Ilenia Emanuele



I: Spiega ai compagni il tuo lavoro.

Ilenia: Prima ho scritto tutti i numeri da 0 a 96 e poi ho fatto i salti da 6 e ho contato i salti. Poi ho fatto i salti da 4 e li ho contati, poi da 3 e li ho contati.

Emanuele: Anch'io ho fatto così. *I due bambini hanno collaborato.*

I: Questo è quello che si vede, ora ditemi: si può rappresentare solo con il linguaggio matematico tutto questo? Gli archetti che avete usato fanno parte del linguaggio matematico? Come si può scrivere?

Ilenia: Sì, si può fare  $6 + 6 + 6 + 6 + 6 + \dots$

I: Bene. Per quante volte?

Ilenia: Per 16 volte fino a 96.

I: **Prova a dirlo da sola, con una frase completa<sup>2</sup>.**

<sup>1</sup> Ho aggiunto l'1 e il 4 perché non comparivano nel tuo disegno. Spero di aver fatto bene.

<sup>2</sup> Ottima richiesta.

Ilenia: Faccio sempre + 6 fino a 96.  
 I: Che cosa significa “faccio sempre + 6”?  
 Emanuele: Vuol dire che aggiunge sempre 6.  
 I: Molto bene. Emanuele e Ilenia, secondo voi, la parola “sempre” si può sostituire con qualcos’altro, magari con un numero? Aggiungo...  
 Emanuele: Aggiungo... *Emanuele sembra disorientato, non finisce la frase e Ilenia non lo aiuta.*  
 I: Vediamo se possono aiutarvi i compagni.  
 Samuele: Certo che si può sostituire, con 16 che è il numero dei salti. Si può dire: aggiungo 6 per 16 volte e arrivo a 96.  
 I: Hai capito? E per i salti della lepre?  
 Emanuele: Aggiungo 4.  
 I: Completa la frase, per quante volte e che cosa ottieni?  
 Emanuele: Aggiungo 4 per 24 volte e ottengo 96. Anche per la rana aggiungo 3 per 32 volte e arrivo a 96.  
 I: Ora immagina di scrivere un’addizione dove aggiungi 3 per 32 volte.  
 Emanuele: Ih!  $3 + 3 + 3 + 3 + 3 \dots$  esagerata!  
 I: Perché esagerata? Lo hai detto tu!  
 Emanuele: È troppo lunga!  
 I: Certo che a scrivere operazioni così lunghe si spreca un sacco di tempo e di carta! Non vi viene in mente un modo più veloce e più economico?<sup>3</sup>  
 G: Sìì.  
 Emanuele: Sì, la moltiplicazione: 4 per 24.  
 Ilenia: 3 per 32 per la rana e 6 per 16 per il canguro.  
 I: Bravi!  
 I: Ecco il lavoro di Fabiola che è simile al vostro perché anche lei ha scritto in successione tutti i numeri fino a 96.

|  |
|--|
| <p>Fabiola</p> <p style="text-align: center;"> <span style="color: red;">×</span>   <span style="color: blue;">×</span>   <span style="color: red;">×</span>   <span style="color: blue;">×</span>   <span style="color: red;">×</span>   <span style="color: blue;">×</span> </p> <p style="text-align: center;">             0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19... 96         </p> <p style="text-align: center;"> <span style="color: blue;">×</span>   <span style="color: blue;">×</span>   <span style="color: blue;">×</span>   <span style="color: blue;">×</span>   <span style="color: blue;">×</span> </p> <p> <math>6 \times 16 = 96</math>   canguro<br/> <math>4 \times 24 = 96</math>   lepre<br/> <math>3 \times 32 = 96</math>   rana         </p> |
|--|

Fabiola: Io ogni volta mettevo le crocette, poi ho contato i salti e ho scritto la moltiplicazione.  
 I: Anche altri bambini hanno fatto le moltiplicazioni, ecco il lavoro di Elena e di Aurora che adesso ci spiegano come hanno fatto.

|        |                                      |
|--------|--------------------------------------|
| Elena  | $6 \times 16 = 96$ salti del canguro |
| Aurora | $4 \times 24 = 96$ salti della lepre |
|        | $3 \times 32 = 96$ salti della rana  |

Elena R.: Per trovare i salti del canguro che erano da 6 io ho fatto tutta la tabellina del 6 fino a 96 e ho ottenuto  $6 \times 16$  uguale a 96. Per gli altri è  $4 \times 24$  perché ho fatto la tabellina del 4 fino a 96, veramente sono arrivata fino a  $4 \times 10$  che è 40, e ho continuato fino a  $4 \times 20$  che è 80 e poi ho fatto + 4 cioè 84, 88, 92, 96. La rana è  $3 \times 32$  perché  $3 \times 10, 30; 3 \times 20, 60; 3 \times 30, 90$ ; sono 30 salti più 2 sono 32.

Aurora: Anch’io ho fatto così, ho contato con le tabelline:  $6 \times 10$  e sono arrivata a 60 e poi ho aggiunto 6, perché  $6 \times 6$  che è 36, e poi i salti sono 16 perché ho fatto  $10 + 6$ . La lepre, ho contato  $4 \times 10$  fa 40, 80 sono 20 e  $4 \times 4$  fa 16, e sono 24. La rana è ancora più facile perché  $30 + 30, 60; 60 + 30$  fa 90, + 6 che sono altri 2 salti, fa 32 salti.

I: Avete fatto i calcoli a mente?

Elena R: Sì, qualche volta ho scritto poi ho cancellato.

Aurora: Io ho contato a mente e ho scritto anche su un altro foglio. *Aurora mostra il foglio con i suoi appunti.*

Canguro  $6 \times 10 + 36$     $60 + 36$     $10 + 6 = 16$   
 Rana    $30 - 10$     $60 - 20$     $90 - 30$     $6 - 2$    32  
 lepre    $40 - 10$     $80 - 20$     $16 - 4$    24

I: Questi appunti sono bellissimi perché fanno vedere il tuo ragionamento<sup>4</sup>. Vediamo adesso il lavoro di Daniele.

<sup>3</sup> È l’argomentazione più ricorrente per richiamarli all’opportunità di una scelta più razionale. I due bambini a parole sembrano consapevoli, in realtà, se lavorano autonomamente, non utilizzano la moltiplicazione nei contesti che la richiedono. Come si vedrà anche più avanti, non è uno strumento di cui hanno padronanza.

<sup>4</sup> È vero che sono interessanti ma confesso che non riesco a capirli.

Daniele  
 $6 + 6 + 6 + 6 + 6$      *e molte cancellature*  
 Canguro     $6 \times 11 = 66$      $6 \times 5 = 30$

I: Daniele ci spiega come ha lavorato. Come mai non hai terminato?

Daniele: Per il canguro ho fatto + 6 però ho capito che era troppo lungo e allora ho cambiato e ho fatto  $6 \times 11$  che fa 66 e poi  $6 \times 5$ , 30 e  $11 + 5$  fa 16. E poi non ho fatto in tempo a finire.

Sergio  
 Canguro 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 **16**  
 Lepre    1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 **24**  
 Rana     1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 **34**

Sergio: Ogni volta per il canguro aggiungo 6 fino ad arrivare a 96 e l'ho aggiunto 16 volte. Per la lepre ho fatto 24 salti facendo sempre + 4 fino a 96. Quelli della rana erano + 3 per 32 volte fino a 96.

I: Senza il tuo commento a voce viene difficile capire come hai ragionato.

Sergio: Mi è venuto di risolverlo così. Però adesso potrei fare una moltiplicazione.

I: Hai impiegato molto tempo vero?

Sergio: Sì.

I: Per ultimi vediamo i lavori di sei bambini. Questi bambini hanno utilizzato la stessa operazione. Per esempio:

|          |                      |                    |                              |
|----------|----------------------|--------------------|------------------------------|
| Beatrice | $96 : 6 = 16, r = 0$ | $96 = 16 \times 6$ | Il canguro ha fatto 16 salti |
|          | $96 : 4 = 24, r = 0$ | $96 = 24 \times 4$ | La lepre ha fatto 24 salti   |
|          | $96 : 3 = 32, r = 0$ | $96 = 32 \times 3$ | La rana ha fatto 32 salti    |

I: Perché la divisione?

Elena M: Partendo da 96 ho diviso per 6, perché 6 sono le caselle dove ha saltato il canguro.

I: Spiegati meglio.

Elena M: Non dove, ma quanto è lungo un salto del canguro cioè 6 caselle. La rana fa salti da 3 e quindi  $96 : 3$ , la lepre fa salti da 4 e quindi  $96 : 4$ .

Francesco: Ho fatto la divisione perché è un passaggio più breve, è come arrivare prima. Ho fatto 96 diviso 6 perché 96 è la casella dove si sono fermati e 6 che è il salto da 6 caselle.

I: E quindi?

Michele: Si ottiene il numero dei salti. Ho scelto la divisione e dato che la divisione è collegata alla moltiplicazione e quindi per risolverlo ho fatto prima la divisione e infatti **16 per 6 più 0 è uguale a 96<sup>5</sup>**.

Samuele: Ho scelto la divisione perché potevo fare in fretta, un modo più economico. Ho messo il dividendo che è la casella dove si riposano, poi i divisori che corrispondono alla lunghezza dei salti 6, 4, 3, e ho trovato i quozienti che mi dicono quanti salti hanno fatto la rana, la lepre e il canguro.

Andriy: **Ho fatto la divisione perché mi è venuta in mente.<sup>6</sup>**

Beatrice: Ho scelto di fare le divisioni perché è il modo più veloce, perché 96 non è nelle tabelline del 6, del 4, del 3, e allora conviene fare la divisione, perché secondo me fai prima.

Aurora: Se continui le tabelline oltre il 10 arrivi a 96. **Sono infinite le tabelline!<sup>7</sup>**

Elena M: Forse Beatrice intendeva nelle tabelline che abbiamo studiato che vanno da 1 a 10, ma ha anche ragione Aurora perché continuando si va oltre il 10.

I: In conclusione, quali operazioni si possono utilizzare per rappresentare e risolvere questa situazione?

Daniele: Si può utilizzare l'addizione, ma è un modo troppo lento. Penso la moltiplicazione e la divisione.

Samuele: Io penso che si può fare anche la sottrazione:  $96 - 6$ , ne togliamo sempre 6. Come nell'addizione invece di aggiungere 6, togliamo 6. Se parti da 0 si fa + 6, se parti da 96 si fa - 6.

C: È vero! *Gran confusione.*

I: Bravi! Continuiamo domani.

<sup>5</sup> Sarebbe interessante scrivere in linguaggio matematico la frase di Michele, che mette in relazione i quattro termini della divisione:  $16 \times 6 + 0 = 96$  e dando quindi dignità al povero resto che altrimenti finisce in disparte, come se non c'entrasse davvero con l'operazione..

<sup>6</sup> Andriy quando può taglia corto. Succede quando deve organizzare un discorso complesso e le difficoltà linguistiche emergono particolarmente. Di solito non lascio correre, se mai lo aiuto a esprimersi, ma in questa situazione i bambini manifestavano già cenni di stanchezza.

<sup>7</sup> Aurora difende "a spada tratta" il processo risolutivo da lei adottato.

4 Marzo 2009

*L'attività continua con il secondo e il terzo quesito del problema*

**Saltando, saltando**

Una rana, un canguro e una lepre saltellano sulla «pista dei numeri»: Partono tutti dalla casella 0.



La rana fa sempre salti da tre caselle (quindi con il primo salto arriva sulla casella 3), il canguro fa sempre salti da sei caselle e la lepre fa sempre salti da quattro caselle.

Quando arrivano tutti alla casella numero 96 decidono di riposarsi.

**1) Quanti salti ha fatto il canguro? Quanti la lepre? Quanti la rana?**

Ciascun animale lascia le proprie impronte sulla casella su cui poggia le zampe.

**2) Su quali caselle ci saranno le impronte di tutti e tre gli animali?**

Una pulce che dormiva beatamente sulla testa del canguro si ritrova catapultata nella casella 3, da lì salta e va a finire nella casella 7 e poi nella casella 11, e poi ancora salti tutti uguali...

**3) Su quale casella finisce dopo 10 salti?**

I: Su quali caselle ci saranno le impronte di tutti e tre gli animali? Qualcuno intervenga per spiegare come procedere.

Daniele: Secondo me prima bisogna cercare le impronte di ogni animale, per esempio: 6, 12, 18.

Sergio: Ogni animale lascia le impronte sulle caselle. Quelle del canguro le troviamo ogni 6 avanti, partendo da 0 e dopo 6, 12, 18. Dopo la lepre salta ogni 4 caselle, va da 0 a 4, da 4 a 8 e così via. Quelli della rana sono ogni 3 e vanno avanti.

Francesco: Fino ad arrivare a 96 con i salti.

Fabiola: Le impronte le troviamo sui salti che hanno fatto. Se scriviamo i numeri troviamo le impronte.

Elena R. Secondo me si devono scrivere i numeri delle impronte. Occorre scrivere anche lo 0 perché lasciano le impronte nella casella di partenza.

I: Se siete d'accordo sul fatto che occorra scrivere i numeri, a turno me li dettate e io li scrivo alla lavagna.

0 3 6 9 12 15 18 21 24 27 30 33 36 39 42 45 48 51 54 57 60 63 66 69 72 75 78 81 84 87 90 93 96  
 0 4 8 12 16 20 24 28 32 36 40 44 48 52 56 60 64 68 72 76 80 84 88 92 96  
 0 6 12 18 24 30 36 42 48 54 60 66 72 78 84 90 96

I: Ecco fatto. Spiegate ora che cosa rappresentano questi numeri in matematica. Che cosa sapete di questi numeri?

Andriy: 0, 6, 12... sono i numeri dove il canguro lascia le impronte, sono i multipli del 6. Poi i multipli del 3 e del 4.

Daniele: Infatti sono multipli e si ottengono facendo l'addizione sempre + 6 + 6... + 4 + 4... + 3 + 3...

Emanuele: Secondo me i multipli sono in tutte le tabelline. Per esempio  $6 \times 5$  fa 30 e 30 è multiplo di 6 e di 5 anche perché  $5 \times 6$  fa 30. **Cambia solo il movimento.**<sup>8</sup>

Elena M.: Il posto! Possiamo ottenere multipli con le moltiplicazioni.

Daniele: Si può ottenere anche con l'addizione se il numero è uguale. Se invece faccio una divisione possiamo ottenere un numero multiplo.

I: Come? Spiega meglio.

Daniele: Possiamo ottenere un numero multiplo anche con la divisione, ad esempio  $96 : 4$  otteniamo 24, 24 è un multiplo di 4.

I: In questo caso hai ragione, ma funziona sempre? Tu dici che il quoziente è multiplo del divisore.

Aurora: Non è vero! Per esempio  $24 : 6$  è uguale a 4, ma 4 non è multiplo di 6, del divisore.

*I compagni commentano, Daniele è perplesso ma non insiste.*

Elena M.: Nella divisione  $96 : 6$  è uguale a 16, 96 è multiplodi 6 perché 96 è uguale a  $16 \times 6$ .

<sup>8</sup> *Bellissimo! Detto da uno che non sta mai fermo.*

Michele: Se il quoziente lo moltiplichiamo per il divisore e ottengo il dividendo, allora il resto è uguale a 0<sup>9</sup>.

Beatrice: Invece quando il numero non è multiplo il resto è diverso da 0.

I: In questo caso, 96 è multiplo solo di 6 che è il divisore o è multiplo anche del quoziente che è 16?

Aurora: Anche di 16, perché 96 è uguale a  $6 \times 16$  e anche  $16 \times 6$  è uguale a 96.

Sergio: 96 è multiplo di 6 e anche di 16 perché il resto è zero<sup>10</sup>.

I: Bene! Dite ora su quali numeri troviamo le impronte di tutti e tre gli animali? A turno li indicate e io li cirondo.

|   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 0 | 3 | 6  | 9  | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 | 30 | 33 | 36 | 39 | 42 | 45 | 48 | 51 | 54 | 57 | 60 | 63 | 66 | 69 | 72 | 75 | 78 | 81 | 84 | 87 | 90 | 93 | 96 |
| 0 | 4 | 8  | 12 | 16 | 20 | 24 | 28 | 32 | 36 | 40 | 44 | 48 | 52 | 56 | 60 | 64 | 68 | 72 | 76 | 80 | 84 | 88 | 92 | 96 |    |    |    |    |    |    |    |    |
| 0 | 6 | 12 | 18 | 24 | 30 | 36 | 42 | 48 | 54 | 60 | 66 | 72 | 78 | 84 | 90 | 96 |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |

I: Che dite?

Francesco: Questi numeri sono multipli di 3, di 4, di 6.

Andriy: Questi numeri sono gemelli, no, multipli.

Samuele: Deciditi! Multipli, gemelli...

Andriy: Per esempio nella tabellina del 3, del 4, del 6 c'è il 12. Allora 12 è multiplo di 3, di 4, di 6.

Aurora: Le impronte sono nei multipli di tutti.

Andriy: Le impronte sono nei numeri gemelli.

I: Perché sono gemelli?

*Andriy non riesce a spiegarsi.*

Samuele: I numeri gemelli sono quando il prodotto è uguale. Posso scrivere alla lavagna?

*Samuele, Andriy, Elena R. scrivono sulla lavagna e i compagni intervengono con i loro esempi.*

|  |   |   |
|--|---|---|
| Samuele                                | Andriy                                      | Elena                                   |
| $3 \times 4 = 6 \times 2 = 4 \times 3$ | $24 = 4 \times 6 = 6 \times 4 = 3 \times 8$ | $3 \times 12 = 4 \times 9 = 6 \times 6$ |

I: Pare che tutti siate d'accordo sul fatto che alcuni numeri si possono rappresentare con tante, diciamo con più di due moltiplicazioni, perché?

Elena R.: Perché per esempio 36 è multiplo di tanti numeri: di 3, di 12, di 4, di 9, di 6.

Michele: E anche di 2 perché è pari.

I: Abbiamo capito che un numero può essere multiplo di tanti numeri. Quindi si può dire che quel numero ha tanti... Pensate alla divisione.

*Si crea confusione perché i bambini si scambiano le opinioni con i vicini e non solo. Si sente di tutto: prodotti addendi, quozienti, dividendi, divisori. Recuperata la calma.*

Michele: Dividendi, no divisori.

Samuele: Secondo me, divisori.

Francesco: Il dividendo è multiplo del divisore quando il resto è uguale a 0. Allora sono divisori il 3, il 4 del 36.

I: Quindi diciamo che 36 è multiplo di...

Aurora: ... di 2, di 3, di 4, di 6, di 9, di 12.

I: Oppure che i divisori di 36 sono...

Michele: I divisori di 36 sono 2, 3, 4, 6, 9, 12.

I: Ne ha anche altri. Il numero 5 è divisore di 36?

C: Nooo!

<sup>9</sup> Riprendo il Commento 5. Evidentemente hai lavorato molto bene sul linguaggio, e le argomentazioni sono ricche e chiaramente costruite. Inoltre gli alunni si ascoltano fra loro. Se tu chiedi di tradurre in linguaggio matematico la frase di Michele si ottiene per esempio:  $96:6=16$ , ma poi c'è il problema di dove sistemare lo zero. Si scopre così che la rappresentazione come divisione lega sì i quattro numeri (96, 6, 16, 0) ma lascia il resto da parte come un orfanello. L'unico modo per rappresentarli tutti è di servirsi di una rappresentazione che 'cortocircuita' la divisione ed è di tipo moltiplicativo-additivo (per esempio  $96=6 \times 16 + 0$  con tutte le sue derivate). È anche molto importante far verbalizzare le scritture in linguaggio naturale in termini generali: 'Il prodotto è uguale al prodotto fra il divisore e il quoziente più il resto'.

<sup>10</sup> Gli scambi fra alunni sono di ottimo livello.

Beatrice: Non è divisore perché il resto è diverso da zero.<sup>11</sup>

I: Propongo di continuare con il terzo punto del problema. Leggiamo attentamente.

Una pulce che dormiva beatamente sulla testa del canguro si ritrova catapultata nella casella 3, da lì salta e va a finire nella casella 7 e poi nella casella 11, e poi ancora salti tutti uguali...

3) Su quale casella finisce dopo 10 salti?

I: Ognuno di voi cerchi di immaginare la situazione e di rappresentarla in linguaggio matematico su un foglio. Successivamente alla lavagna si riportano i prodotti dei bambini.

$10 \times 4 + 3$        $3 \times 10 + 4$        $4 \times 10$        $3 + 4 \times 10$        $4 \times 11 - 1$   
 $3 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4$   
 $0 - 3 - 7 - 11 - 15 - 19 - 23 - 27 - 31 - 35 - 39 - 43$   
 $3 - 7 - 11 - 15 - 19 - 23 - 27 - 31 - 35 - 39 - 43$

Ora intervenite per commentare tutte queste scritture.

$10 \times 4 + 3$

Samuele: 10 è il numero dei salti per 4 che è la lunghezza dei salti più 3 che è la casella da dove è partita.

Michele: Non va bene perché 10 sembra la lunghezza dei salti e 4 il numero dei salti, anche 3 andrebbe prima perché è il numero da cui è partita la pulce.

Samuele: Se il 3 è prima o dopo non me ne frega, perché lo puoi addizionare o prima o dopo. Penso invece che sia più giusto  $4 \times 10$  di  $10 \times 4$ .<sup>12</sup>

$3 \times 10 + 4$

Aurora: È sbagliato perché 3 non è la lunghezza dei salti.

Francesco: Dovevo partire da 3 non da 4.

$4 \times 10$

Beatrice: Non è giusto perché manca il 3, si parte da 3.

$3 + 4 \times 10$

Michele: 3 è il numero da cui è partita la pulce, 4 è la lunghezza del salto, e 10 è il numero dei salti che ha fatto.

$4 \times 11 - 1$

Elena M.: Perché  $4 \times 11$  è 44 meno 1 per arrivare a 43.

I: Perché 11? Perché meno 1?

Elena non sa spiegare il procedimento che ha seguito.<sup>13</sup>

$0 - 3 - 7 - 11 - 15 - 19 - 23 - 27 - 31 - 35 - 39 - 43$

Francesco: Secondo me è sbagliato

<sup>11</sup> A riascoltare la discussione, sembra che si stia costruendo correttamente la nozione della relazione tra multipli e divisori; però nessuno dei bambini ha rilevato l'incongruenza linguistica riferita al termine **divisore** (a mio avviso utilizzato impropriamente) perché abbiamo sempre attribuito al **divisore** la funzione di operatore senza alcuna distinzione tra divisioni con  $r = 0$  e divisioni con  $r \neq 0$ . Non capisco esattamente cosa vuoi dire. Non penso che c'entri la differenza che molti insegnanti evidenziano impropriamente, e della quale abbiamo già parlato nei nostri incontri, fra quoto e quoziente.

<sup>12</sup> Semantica del contesto e semantica della matematica? C'è una sorta di contaminazione, ma non fino in fondo. La commutatività dell'addizione non vale per la moltiplicazione (non capisco chiaramente: ti riferisci alla precedenza della moltiplicazione sull'addizione?). Samuele sta costruendo delle cose interessanti. Hai ragione.

<sup>13</sup> Credo che si tratti di un caso in cui si ha un'intuizione ma non si è consapevoli del perché. Non saprei, non ne sono così sicuro. Penso che scavare nel pensiero di Elena potrebbe essere interessante, aiutandosi con la 'metafora dell'autobus' (Unità 7, Diario 7).

Sergio: L'errore sta nello 0 perché la partenza è nel 3.

Francesco: Partendo da 0 doveva andare al 4 perché i salti sono da 4, e ha fatto anche un salto in più.

|  |
|--|
| $3 - 7 - 11 - 15 - 19 - 23 - 27 - 31 - 35 - 39 - 43$ |
|--|

Ilenia: Ho pensato, sono partita da 3 e poi ho aggiunto sempre 4 e dopo 10 sono arrivata a 43.

|   |
|---|
| $3 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4$ |
|---|

Emanuele: Il 3 è da dove è partita, e poi ho aggiunto 10 volte 4 perché ha fatto 10 salti.

Elena R.: È giusta ma è un po' lunga.

I: Quale di queste scritture, vi piace di più?

*La classe sceglie*  $3 + 4 \times 10$ .

I: Secondo voi, la pulce può arrivare alla casella n°96?

Emanuele: Sì perché fa sempre + 4.

Francesco: Sì perché fa come la lepre che fa salti da 4 e arriva a 96.

Elena M.: La lepre non parte da 3 e la pulce non può arrivare a 96.

Michele: Dico di no, perché la pulce è arrivata alla casella 43 che è un numero dispari e se si aggiunge 4 che è un pari, otteniamo un numero dispari.

Aurora: Non può arrivare perché inizia da 3 e fa salti da 4 e fa sempre dispari.

Samuele: Non ci riesce ad arrivare a 96 perché arriva a  $96 - 1$ , perché la partenza è il 3, non il 4.

Sergio: Non può arrivare a 96 che è pari, perché se si addiziona un numero pari con uno dispari si ottiene un dispari.

Beatrice: Non arriva perché arriva a 95. Facendo la tabellina del 4 si arriva a 96, ma siccome la lepre è partita da 3 arriva a 95.

I: **Bravissimi!**<sup>14</sup>

<sup>14</sup> Davvero: bravissimi tutti, grandi e piccini. Ottime argomentazioni, molti chiare sul piano linguistico e fini su quello matematico. E sono appena in terza primaria.