



9 gennaio 2007

1 (uso del registratore)

La classe è formata da 17 alunni, 5 femmine e 12 maschi. Tutti gli allievi partecipano volentieri all'attività didattica anche se qualcuno è fortemente competitivo e va bilanciato il suo intervento per lasciare spazio agli altri; inoltre sono molto vivaci e chiassosi e questo fatto rallenta spesso il lavoro. I livelli di apprendimento possono essere così riassunti: 6 studenti possiedono buone competenze, 7 sufficienti, 3 scarse e uno studente ha un livello di scolarizzazione inadeguato alla classe che frequenta.

La prima fase dell'attività si svolge in poco tempo perché gli studenti hanno già lavorato con la bilancia. Stabilisco con gli studenti il protocollo e decidiamo che scriveremo sul quaderno le generalizzazioni delle situazioni che incontreremo lavorando con la bilancia, dopo averle condivise.

Sistemo nei due piatti della bilancia reale due pesi uguali.

I: Quali sono le condizioni di equilibrio della bilancia?

A (Antonio): La bilancia è in equilibrio se nei due piatti ci sono pesi uguali.

I: Siete tutti d'accordo?

C: Sì.

I: Scriviamo sul quaderno ciò che ha detto Antonio. Questo è il principio fondamentale della bilancia che dovremo tenere sempre presente durante tutta la nostra attività. Da questo momento in poi utilizzeremo una bilancia virtuale costituita da due quadernoni e da modellini di carta che rappresentano pesi e oggetti da pesare. *Mostro agli studenti alcune figurine che rappresentano pacchi di sale, di riso, di farina e i pesi.*

I: Sul piatto sinistro della bilancia metto un pacco di sale

A (Nicola)¹ interrompe: Da quanto?

I: Cosa significa 'da quanto'?

A (Nicola): Quanto pesa?

I: Sarà quello che dovrete scoprire. *Continuo a lavorare sulla bilancia. Sul piatto destro della bilancia metto 200 grammi,*²



I: La domanda è: quanto pesa il pacco di riso?

A (Nicola): 1 chilo.

I: Ripeto la situazione. Perché pesa 1 chilo?

A (Nicola): Perché le confezioni di sale che si comprano pesano 1 chilo.

I: Quindi quello che ho fatto sulla bilancia è ininfluente perché il sale che si compra pesa 1 chilo? Siccome il sale che si compra nel negozio pesa 1 chilo, per te quel pacco che c'è sulla bilancia pesa 1 chilo?

A (Marco): Il sale pesa 200 grammi.

I: Perché, come fai a dirlo?

A (Marco): I quadernoni (*intende dire i piatti della bilancia*) sono sulla stessa linea.

I: Se i quadernoni sono sulla stessa linea la bilancia com'è?

A (Marco): Uguale, no

A (Leonardo): La bilancia è dritta.

A (Marco): È in equilibrio.

I: Siete d'accordo con Marco?

C: Sì.

I: Nicola, mi stupisce una cosa; se ho detto che nel piatto di destra ho messo un peso da 200 grammi e nel piatto di sinistra un pacco di sale, perché sei uscito dalla situazione presentata ad un'altra ipotetica fuori dal contesto?

Nicola non sa spiegare il perché.

I: Qualcuno vuole sintetizzare?

A (Michela): Il sale pesa 200 grammi perché è mantenuto il principio di equilibrio della bilancia.

I: Siete tutti d'accordo?

C: Sì

I: Ricordiamoci che la nostra ipotesi è che i due piatti della bilancia siano in equilibrio. Vi propongo un'altra situazione: dispongo sul piatto di sinistra un pacco di farina e 50 grammi, sul piatto di destra 120 grammi. La domanda è, riflettete prima di rispondere, quanto pesa la farina? Ricordiamoci che la bilancia è in equilibrio.

A (Nicola): Io lo so ma ho paura di rispondere.

¹ Nicola è uno studente del gruppo descritto prima, ha scarse capacità di ascolto e interviene prima che gli altri abbiano concluso.

² Preferisco inserire dei disegni per favorire la lettura anche da parte dei colleghi che non conoscono l'attività.



Sassari

1

1

2

3

4

5

1

2

3

Rosanna Durzu



I: Ognuno di voi può esprimere il suo pensiero, voi siete 17 alunni, e tutti avete la possibilità di intervenire anzi è importante che tutti lo facciate.

A (Michela): 70 grammi.

I: Spiega come hai fatto.

A (Michela): Perché ho fatto 120 grammi che è il peso che si trova in un piatto e ne ho sottratto 50 grammi.

Esegui l'operazione suggerita da Michela e metto nel piatto di destra un peso da 70 grammi.



I: La bilancia è in equilibrio?

A (Antonio): Sì.

I: Quindi se sottraggo da 120 grammi 50 grammi, la bilancia è in equilibrio?

G: No!

A (Michela): Non ho capito cosa ha fatto.

I: Ho eseguito ciò che tu hai detto e ho domandato se la bilancia è ancora in equilibrio.

A (Michela): No.

I: Allora c'è qualcosa che non va.

A (Carlo): Bisogna aggiungere 70 grammi al piatto di sinistra.

Esegui ciò che dice Carlo e domando se la bilancia è in equilibrio.



A (Carlo): No, perché la farina misura 70 grammi.

A (Luigi): Basta togliere i 50 grammi dalla farina.

I: Esprimiti meglio, ricordatevi che le nostre comunicazioni le dobbiamo trasmettere a [Brioshi³](#) e quindi le dobbiamo tradurre in linguaggio matematico.

I: Allora, tolgo 50 grammi dal piatto della farina, la bilancia è in equilibrio?

A (Luigi): E mettere 50 grammi al posto di 120. no, sottraggo 50 da 120 e sono 70 poi... no, no, addiziono la farina a 70 grammi.

I: Non conosci il peso della farina è proprio quello che devi trovare.

C'è un momento di stallo, invito gli studenti che non sono ancora intervenuti ad esprimere il loro punto di vista.

A (Federica): In un piatto abbiamo 120 e nell'altro il peso della farina più 50. Tolgo 50 dal peso di 120 e 50 pure dalla farina.

I: Federica puoi cercare di esprimere meglio il tuo ragionamento?

A (Federica): Tolgo dal piatto dove c'è la farina 50 grammi e 50 grammi dal piatto dove c'è 120 grammi

I: La bilancia è in equilibrio?

C: Sì

I: Siete tutti d'accordo con Federica?

C: Sì.

I: Quindi quanto pesa la farina?

A (Federica): 70 grammi.

I: Questo è il primo principio, qualcuno vuol dire cosa scriviamo sul quaderno?

A (Marco): Se la bilancia è in equilibrio e togliamo dai due piatti lo stesso peso, la bilancia rimane in equilibrio.⁴

³ Ovviamente ho già presentato agli studenti questo mediatore didattico.

⁴ Gli alunni mostrano nel complesso una bella disposizione alla verbalizzazione. Otto sono intervenuti nella discussione, ma penso che facciano lentamente da traino agli altri. In questi casi cito molto spesso l'articolo: Boero P., (1990), allievi con difficoltà di apprendimento: che fare?, Notiziario UMI, 63-80, in particolare dove scrive: "In base alle nostre esperienze, ci sembrano inutili o addirittura dannosi i seguenti comportamenti e interventi: ... abbassare il livello delle prestazioni richieste alla classe; anche questa scelta può apparire "ragionevole" all'insegnante (soprattutto in presenza di molti allievi con gravi difficoltà di apprendimento); in realtà pure essa ha come conseguenza un minore impegno e una minore "tensione" di lavoro da parte degli allievi migliori, e d'altra parte sul lungo periodo la mancata esposizione a situazioni problematiche impegnative finisce per danneggiare



Sassari

1

1

2

3

4

5

1

2

3

Rosanna Durzu

Gli studenti scrivono sul quaderno il primo principio.

I: Vi propongo un'altra situazione: metto sul piatto di sinistra due pacchi di riso di uguale peso, nell'altro piatto un peso da 200 grammi. Quanto pesa un pacco di riso? Come faccio a trovare il peso di un pacco di riso?



A (Marco): Può ripetere?

Ripeto la situazione e chiedo maggiore attenzione.

A (Michela): 100 grammi.

I: Spiega come hai fatto.

A (Michela): Ho diviso il peso 200 grammi per i pacchi di sale⁵.

I: Attenta, ripensa alla frase che hai detto.

A (Marco): Sottraggo, tolgo a tutt'e due la misura di un pacco di, non lo sappiamo, uno è di 200 e l'altro. (Pensa a voce alta) Divido tutt'e due per 200 grammi⁶.

I: Come puoi dividere i 2 pacchi di riso, di cui non conosci il peso, per 200 grammi?

A (Luigi): Ho preso i 200 grammi e li ho divisi per un pacco di sale

I: Come puoi dividere 200 grammi con un pacco di sale di cui non conosci il peso?

A (Luigi): Stavo dicendo, ci sono due pacchi di sale, ho fatto 200 diviso 1 e fa 1, ogni pacco 1 chilogrammo⁷.

I: Stai attento, 200 diviso 1 fa 200.

A (Luigi): Ah è vero, no.

A (Ivan): Sposto un pacco di sale⁸ dove ci sono i 200 grammi, dal totale sottraggo i 200 grammi.

A (Leonardo): Se i pesi sono uguali la bilancia è in equilibrio.

A (Alessia): Se un peso è di 200 grammi, allora il sale per stare alla pari deve essere 100 grammi l'uno, ogni pacco di sale deve essere 100 per mantenere la bilancia in equilibrio.

I: Traduciamo in linguaggio matematico questo ragionamento.

A (Leonardo): Togliere un pacco di sale da un piatto e mettere nell'altro un peso da 100.

I: Tolgo un pacco di sale, di cui non conosco il peso, da un piatto, tolgo 100 grammi dall'altro e mi rimangono 100 grammi, come faccio ad essere certa che la bilancia sia in equilibrio considerando che non so quanto pesa il sale?

Invito gli studenti a riflettere sul primo principio.

A (Marco): Togliamo a tutt'e due 100 grammi⁹

Mi rendo conto che ci siamo impantanati e decido di presentare una situazione analoga a questa ma con misure multiple di tre, penso che aiuterà gli studenti ad allontanarsi dall'idea di sottrarre¹⁰.

I: Sistema su un piatto della bilancia 3 pacchi di riso di peso uguale e 75 grammi nell'altro piatto. Qual è il peso di un pacco di riso?



A (Alessandro): 25.

I: Spiega meglio.

A (Alessandro): Perché 75 diviso 3 fa 25¹¹.

proprio gli allievi con maggiori difficoltà di apprendimento, che faranno molta fatica a superare gli ostacoli che esse presenteranno quando inevitabilmente verranno proposte."

⁵ Evidentemente Michela, che è la stessa che aveva proposto la prima soluzione al primo problema, ha colto solo parzialmente gli esiti della discussione, perché ripropone anche in questo caso la stessa strategia della 'sottrazione'.

⁶ Si ripete la stessa dinamica sociale della situazione precedente: Michela propone la strategia operativa, Marco intuisce il germe del principio del 'fai la stessa cosa da tutte e due le parti' (anche se propone un calcolo sbagliato). Sarebbe produttivo, al momento opportuno, far riflettere la classe sul confronto tra le due strategie Michela - Marco, collocandole la prima in una prospettiva aritmetica e la seconda in quella algebrica (più evoluta).

⁷ Luigi è uno studente impulsivo, spesso interviene senza aver riflettuto attentamente.

⁸ Soprattutto nelle fasi iniziali dell'attività spesso è utile che gli alunni concretizzino le loro proposte spostando concretamente gli oggetti sul modella della bilancia, in modo da rendere sempre ben visibile a se stessi e agli altri il 'filmato' della loro strategia.

⁹ La proposta di Marco è la conseguenza dell'invito a pensare al primo principio. D'altro canto è proprio lui che ha dato il 'la' alla scoperta dei principi. All'inizio è peraltro normale che gli alunni li applichino senza rendersi conto che bisogna essere certi di togliere dai piatti (o di dividere per) la stessa quantità.

¹⁰ Ottima strategia. Si è dimostrata vincente in molte situazioni analoghe.

¹¹ Un classico!



Sassari

1

1

2

3

4

5

1

2

3

Rosanna Durzu

I: Sul piatto di destra tolgo il peso da 75 e metto un peso da 25, la bilancia è in equilibrio?

A (Alessandro): Bisogna sottrarre 2 pacchi di sale.

A (Alessia): Lui ha detto 75 diviso 3 e fa 25 poi divide per i tre pacchi di riso, per mantenere l'equilibrio tolgo 2 pacchi di riso.

I: Quindi in un piatto divido e nell'altro tolgo?

A (Luigi): Abbiamo 3 pacchi di riso in un piatto e 25 grammi nell'altro.

I: La bilancia era in equilibrio con 3 pacchi di riso in un piatto e 75 grammi nell'altro.

A (Luigi): 75 diviso 3 fa 25, 25 per 25 fa 25, quindi ogni pacco pesa $\frac{1}{2}$ chilo.

Si sente un brusio e una parte della scolaresca dichiara di non aver capito il ragionamento di Luigi.

I: Luigi puoi spiegare il tuo ragionamento?

Luigi non è in grado e mi accorgo che gli studenti sono ancorati al primo principio¹².

A (Marco): Allora 75 diviso 3 fa 25, prendo 50 e lo sottraggo al piatto di sinistra.

Metto al posto del peso da 75 un peso da 25.



A (Marco): E gli altri lo sottraggo dagli altri.

I: Chi sono gli altri?

A (Marco): È 50.

I: Come hai ricavato 50?

A (Leonardo): 75 diviso 3 e poi tolgo due pacchi di riso.

A (Michela): Divido 75 per 3 e tolgo due pacchi di riso dai tre pacchi di riso.

A (Federica) *tenta di riprendere il mio discorso con Marco*: Perché 75 meno 50 fa 25 e ognuno dei pacchi di riso pesa 25.

A (Marco): Come fai a sapere che un pacco di riso pesa 25?

A (Michela): Se la bilancia è in equilibrio quello che abbiamo sul piatto di destra equivale a tre volte quello che abbiamo sul piatto di sinistra... *Non sa come continuare.*

A (Marco): *Se divido per 3 ciò che c'è nel piatto di destra, divido per 3 ciò che c'è nel piatto di sinistra, quindi il riso pesa 25 grammi¹³.*

A (Michela): *Se dividiamo ciò che c'è nei piatti della bilancia per uno stesso numero, la bilancia rimane in equilibrio.¹⁴*

I: Vi pare che ciò che ha detto Michela sia corretto?

C: Sì.

Scriviamo sul quaderno il secondo principio e propongo la quarta situazione.

I: Appoggio nel primo piatto un pacco di sale e 150 grammi, nel secondo piatto 4 pacchi di sale. I pacchi di sale hanno tutti lo stesso peso. Quanto pesa un pacco di sale?



Devo ripetere più volte la situazione perché qualche studente inizia a distrarsi e discute col vicino di banco di questioni non attinenti. Per riattivare l'attenzione¹⁵ scrivo alla lavagna:

¹² Forse è stato fuorviante il mio richiamo al primo principio? Probabilmente sì, ma sappiamo molto bene quanto sia difficile gestire nell'attività didattica le microsituazioni. Uno degli scopi della diarizzazione è proprio quello di consentire una lettura a posteriori dell'attività e di riflettere sull'incidenza dei nostri interventi (suggerimenti, inviti, presunte 'dritte', ecc) sull'andamento dell'attività. In termini generali, un punto deve essere chiaro: eventuali errori sono un frutto della disponibilità da parte dell'insegnante di mettersi in gioco. Proprio perché promuovere la discussione è un'attività 'senza rete', molti insegnanti la rifiutano preferendo una più rassicurante lezione frontale.

¹³ Per fortuna c'è Marco! Risolve la situazione per la seconda volta. Onore al merito, ma c'è anche da rilevare che la sua intuizione si realizza all'interno di una ricchissima discussione, che di sicuro l'ha in qualche modo preparata. C'è insomma una integrazione importante fra il gesto individuale e il contorno sociale che le ha fatto da incubatrice. Prima o poi potresti proporre alla classe una riflessione su questi aspetti. Penso che la coinvolgerebbe.

¹⁴ Marco e Michela sono dei notevoli propulsori per la costruzione sociale della conoscenza della classe.

¹⁵ Attività di questo tipo sono molto impegnative per gli alunni, perché comportano la necessità di mantenere l'attenzione attiva in più direzioni: le difficoltà della situazione matematica in sé, gli interventi dei compagni (spesso confusi o poco coerenti, oppure risolutivi, ma ad un livello che trova ancora impreparata gran parte della classe), quelli dell'insegnante, i cambiamenti concreti sui piatti che spesso spiazzano chi non ha le idee chiare e magari ha perso l'intervento che ha condotto allo spostamento degli oggetti fra un piatto e l'altro. Per queste



Sassari

1

1

2

3

4

5

1

2

3

Rosanna Durzu

150g. sale

sale sale sale sale

Intorno alla parola sale ho disegnato un parallelepipedo per non suggerire¹⁶ la terza e la quarta fase.

A (Marco): Tolgo un pacco di sale da ogni piatto della bilancia, poi divido tutt'e due per 3, in uno rimane un pacco di sale e nell'altro 50 quindi il sale pesa 50 grammi¹⁷.

I: Prova a tradurre la situazione in modo più preciso.

A (Marco): Tolgo un pacco di sale dai due piatti della bilancia, divido per 3 ciò che rimane nei due piatti quindi un pacco di sale pesa 50 grammi.

I: Siete tutti d'accordo?

C: Sì.

I: Vi propongo un'altra situazione; appoggio su un piatto della bilancia 270 grammi e due pacchi di riso, nell'altro 5 pacchi di riso e 60 grammi.



Mi rendo conto che scrivere alla lavagna la situazione favorisce l'attenzione, quindi scrivo:

270 g. riso riso

riso riso riso riso riso 60 g.

Anche intorno alla parola riso disegno dei sacchetti.¹⁸

A (Michela): Tolgo dal primo 2 pacchi di riso e dall'altro 60 grammi.

I: La bilancia è in equilibrio?

A (Michela): No, aspetti.

A (Alessia): Da lì sempre, dal primo piatto tolgo 2 pacchi di riso, dal secondo un piatto di riso e 60 grammi.

A (Simona): Tolgo due pacchi di riso dal primo piatto e altri due dall'altro, poi divido 270 per 3¹⁹ ma c'è ancora 60 grammi.

A (Giovanni): Si tolgono due pacchi dal primo e dal secondo poi si sottrae 60 a 270 e poi si divide per tre.

Eseguo ciò che ha detto e chiedo se la bilancia mantiene l'equilibrio.



C: No.

Gli studenti parlano tra loro in modo disordinato. Chiedo a Giovanni di riprendere il suo ragionamento

A (Luigi): Tolgo 2 pacchi di riso dai due piatti più 60 grammi dai due piatti.

A (Nicola): La bilancia è in equilibrio?

A (Alessia): Poi faccio 210 diviso 3.

A (Michela): Allora, toglì 2 pacchi da uno e dall'altro piatto della bilancia poi togli 60 da 270 e dall'altro piatto poi dividi sia i tre pacchi rimasti che 210 per tre; un pacco pesa 70 grammi²⁰.

Suona la campana e finisce l'ora di lezione.²¹

ragioni conviene probabilmente una maggiore lentezza nella gestione dell'attività, diluendola magari in due incontri e rendendola più operativa anche con l'intervento diretto degli alunni.

¹⁶ Non mi è ben chiaro il ruolo del 'parallelepipedo'. Tendenzialmente in questa fase non si dovrebbe scrivere nulla, ma si dovrebbe privilegiare l'attività manipolativa, proprio per non influenzare la fase successiva, molto delicata, della rappresentazione.

¹⁷ Marco ha colpito ancora!

¹⁸ Ribadisco quello che ho scritto nella nota 16. La tua rappresentazione in qualche modo dà agli alunni un'indicazione (che naturalmente in questo momento non viene percepita da loro a livello cosciente) di come si possa rappresentare la situazione. Sono curioso di vedere se questa mia ipotesi verrà confermata o meno.

¹⁹ Tipica fretta nell'applicazione del secondo principio, dettata dall'inesperienza.

²⁰ Bravissima Michela, voce probabilmente ormai inascoltata!

²¹ Osservazioni conclusive: proporrei, nel caso di ripetizione dell'esperienza in un'altra classe, di diluire l'attività in almeno due incontri, favorire la manipolazione, non usare rappresentazioni. Ottime le modalità della discussione.



Sassari

I

I

2

3

4

5

I

2

3

Rosanna Durzu

11 gennaio 2007

2 (uso del registratore)

I: Prima di iniziare la nostra attività riassumiamo i tre principi della bilancia.

A (Nicola): Se la bilancia è in equilibrio nei due piatti c'è lo stesso peso.

I: Come abbiamo chiamato questo principio?

C: Principio fondamentale.

A (Michela): Il primo principio dice che quando si toglie un peso uguale da entrambi i piatti la bilancia mantiene l'equilibrio.

I: Siete tutti d'accordo?

C: Sì.

A (Matteo): Il secondo principio: se la bilancia è in equilibrio si divide per lo stesso numero in entrambi i piatti, la bilancia rimane in equilibrio.

I: Possiamo esprimere meglio il secondo principio?

A (Alessia): Se si divide per uno stesso numero il contenuto dei due piatti di una bilancia in equilibrio, la bilancia mantiene l'equilibrio.

I: Così va meglio per tutti?

C: Sì.

Propongo agli studenti una situazione analoga alla prima. Metto su un piatto della bilancia un pacco di riso e sull'altro un peso da 500 grammi e domando quanto pesa il pacco di riso. **Gli studenti prendono appunti sul loro quaderno²².**



A (Matteo): Il piatto di riso è nel piatto di destra o di sinistra?

A (Luigi): Non è importante saperlo.

I: Perché?

A (Luigi): Perché il peso è uguale.

I: Spiegati meglio.

A (Michela): Anche se scambi tra loro i pesi la bilancia rimane in equilibrio.

I: **Quello che è emerso ora è importante²³.**

A (Luigi): Anche nell'addizione se scambi l'ordine degli addendi il risultato è uguale.

I: L'equilibrio della bilancia è in relazione con la proprietà dell'addizione?

A (Luigi): **Forse no.²⁴**

Riprendiamo la situazione che avevo presentato e ripropongo la domanda.

A (Antonio): 500 grammi.

I: Come fai a dirlo?

A (Antonio): Perché se è in equilibrio il riso pesa 500 grammi.

I: Antonio vuoi spiegare meglio il tuo ragionamento?

A (Michela): Il riso pesa 500 grammi per il principio fondamentale della bilancia.

I: Siete tutti d'accordo?

C: Sì.

Propongo agli studenti un'altra situazione; sistemo su un piatto della bilancia un pacco di sale e 75 grammi e nell'altro piatto 180 grammi. **Domando il peso del pacco di sale²⁵.**

²² Siccome ho in mente la sequenza dell'Unità, e mi aspetterei l'avvio della terza fase (la rappresentazione) - come esplorazione e conquista del simbolo, conquista della rappresentazione del concetto di equilibrio, confronto fra linguaggi, 'pulizia' delle diverse rappresentazioni, e così via - non so bene come intendi collocare questo momento nell'attività. Ora come ora, ognuno rappresenta come vuole? Avete concordato delle modalità di rappresentazione? Cosa rappresentano gli alunni? Sono degli 'appunti di viaggio' che lasci fare senza ancora ragionarci sopra?

²³ È vero. È un'ottima considerazione.

²⁴ Emerge in modo naturale la proprietà simmetrica delle uguaglianze, preferisco non approfondire ora perché non siamo arrivati alla terza fase "dalla rappresentazione della bilancia al segno uguale". Ho fatto male? La questione si può anche affrontare a livello concreto; probabilmente il 'vedere' davvero lo scambio dei piatti consolida il concetto della simmetria, e prepara il terreno ad aspetti concettuali più evoluti che approfondirete attraverso la rappresentazione.

²⁵ Poiché ho notato che qualche studente risponde senza aver riflettuto, sempre per quella forma di competizione a cui ho accennato nella presentazione della classe, chiedo di aspettare un po' prima di formulare le risposte.



Sassari

1

1

2

3

4

5

1

2

3

Rosanna Durzu

26



A (Carlo): Il sale pesa 110 grammi per il primo principio, perché se si toglie da tutt'e due i piatti lo stesso peso, la bilancia rimane in equilibrio.

G: Quindi 105.

A (Carlo): Ho sbagliato la sottrazione

I: Carlo si è sbagliato sul prodotto ma non sul processo²⁷, siete d'accordo²⁸?

G: Sì.

A (Leonardo): Si sottrae 75 da 180.

A (Michela): Non sono d'accordo con Leonardo perché lui ha detto che togliamo 75 da 180, ma se facciamo così la bilancia non è più in equilibrio, invece dobbiamo togliere 75 da entrambi i piatti.

I: Siete d'accordo?

C: Sì.

Gli studenti scrivono la risposta sul quaderno e la motivano. Propongo una situazione analoga alla terza; dispongo su un piatto della bilancia due pacchi di riso e nell'altro 350 grammi. Dopo aver specificato che i pacchi di riso hanno lo stesso peso chiedo quanto pesa un pacco di riso.



A (Ivan): Divido 350 per i due pacchi di riso.

A (Matteo): Dobbiamo dividere tutt'e due i pesi e guardare se la bilancia resta in equilibrio, se la bilancia resta in equilibrio vuol dire che abbiamo fatto bene.

I: È necessario che guardiamo (*sottolineo col tono di voce il termine guardiamo*) che la bilancia resti in equilibrio, vi ricordo che la nostra è una bilancia virtuale.

A (Simona): Dobbiamo dividere 350 per i due pacchi di sale e i due pacchi di sale per due.

A (Giovanni): Sono d'accordo con Simona.

A (Carlo): Dobbiamo dividere il contenuto dei due piatti per uno stesso numero.

A (Simona): Io ho detto così.

I: Tu hai detto che dividevi 350 per i due pacchi di sale, è lo stesso che dire diviso due?

A (Michela): Il riso pesa 175 grammi, ho calcolato perché togliendo, no dividendo il contenuto di entrambi i piatti per due ho ottenuto 175 grammi.

I: Siete d'accordo?

C: Sì

Gli studenti scrivono la risposta sui quaderni esplicitando l'applicazione del secondo principio. Propongo una situazione analoga alla quarta.

I: In un piatto della bilancia dispongo un pacco di sale e 440 grammi, nell'altro piatto 5 pacchi di sale. I pacchi di sale hanno tutti lo stesso peso. Quanto pesa un pacco di sale?



Leonardo farfuglia una probabile risposta, senza riflettere.

²⁶ Disegno i pesi incogniti e quelli sconosciuti indifferentemente sul piatto di destra o di sinistra, pur non sapendo come li avete disposti davvero durante l'esperienza, proprio per consolidare la simmetria di cui si è parlato nel commento precedente (probabilmente hai fatto la stessa cosa).

²⁷ Ti propongo di trascrivere termini come 'prodotto', 'processo', 'rappresentazione', 'linguaggio', eccetera su delle strisce di cartone che potete appendere alla parete, in modo che gli alunni vedano crescere il Glossario – espressione del quadro teorico all'interno del quale state lavorando, condivisibile con una qualsiasi delle 'classi ArAl' di Belluno, Aosta o Pesaro – e siano quindi consapevoli che anche la 'loro' matematica possiede aspetti culturali, metodologici, teorici, 'filosofici'. Le strisce consentono anche di riflettere sui termini. In una quarta, alcuni giorni fa, ho chiesto di formulare una frase che contenesse 'Brioshi', 'processo', 'trasparente' (termini presenti nelle strisce appese in aula). Non ho ancora sottomano il diario, ma il senso era più o meno questo: "Se scrivo a Brioshi, è meglio che gli mandi il processo, perché è più trasparente, e lui capisce meglio cosa ho fatto".

²⁸ Ovviamente gli studenti conoscono la differenza tra i due perché ne parliamo ogni volta che si presenta l'occasione anche in altri contesti.



Sassari

1

1

2

3

4

5

1

2

3

Rosanna Durzu

I: Il nostro protocollo era che tutti dovevate scrivere la situazione sul quaderno, dovevate riflettere un po' e poi alzando la mano intervenire per dare la risposta spiegando il perché.

A (Antonio): Si toglie un pacco di sale da ognuno dei due piatti e i restanti si dividono per 440.

I: Credi di aver spiegato bene il processo?

A (Antonio): In italiano sì.

A (Nicola): Tollo un pacco di sale da entrambi i piatti della bilancia, mi restano 4 pacchi in uno e 440 nell'altro, poi divido 440 per 4.

A (Antonio): E io cosa ho detto?

A (Nicola): No, tutt'e due i piatti per 4.

I: Tutt'e due i piatti?

A (Nicola): Da tutt'e due i piatti divido per 4.

I: **Vogliamo verbalizzare meglio, con più precisione²⁹?**

A (Michela): Tollo da entrambi i piatti un pacco di sale e divido il contenuto di entrambi i piatti per 4, ottengo 110 che è il peso di un pacco di sale.

Chiedo a Nicola di confrontare il suo ragionamento con quello di Michela per trovare differenze.

A (Nicola): L'ha detto meglio.

I: In che senso l'ha detto meglio?

A (Nicola): Non dovevo dividere i piatti ma il contenuto dei due piatti.

I: Siete tutti d'accordo?

C: Sì.

Gli studenti scrivono la risposta sul quaderno. Propongo alla classe una situazione analoga alla quinta.

I: Dispongo su un piatto della bilancia 2 pacchi di riso e 320 grammi, nell'altro piatto 6 pacchi di riso e 40 grammi. I pacchi di riso hanno tutti lo stesso peso, quanto pesa un pacco di riso?



A (Nicola): **Togliamo da entrambi i piatti 40 grammi³⁰** (non continua la frase)

A (Alessandro): Dividiamo 6 pacchi di riso per 2, no, sottraiamo 2 pacchi di riso. Continua ad esprimere qualcosa in modo confuso.³¹

A (Matteo): Bisogna togliere dai due piatti della bilancia la stessa quantità.

A (Nicola): Leviamo i 40 grammi dal contenuto dei due piatti, togliamo due pacchi da tutt'e due i piatti e **restano 320 grammi** e quattro pacchi di riso, poi **dividiamo per 2³²** il contenuto di tutt'e due i piatti. Il riso pesa 70 grammi.

A (Anna): Faccio 320 meno 40 e li tolgo da tutt'e due i piatti, tolgo 40 grammi da tutt'e due i piatti. Rimane 280 nel piatto di sinistra e poi faccio... poi tolgo due pacchi di riso da entrambi i piatti, quindi non ci sono più i due pacchi di riso nel piatto di sinistra e ci sono 4 pacchi nel piatto di destra, poi faccio 280 diviso 4 e mi dà 70³³.

A (Carlo): **Bisogna levare 40 grammi da ogni piatto poi bisogna dividere il contenuto di un piatto 280 diviso 4³⁴.**

I: Vorrei che voi steste attenti alle differenze di linguaggio, di ciò che dicono i compagni, perché Anna e Carlo sono convinti di aver detto la stessa cosa³⁵.

A (Michela): Allora, tolgo da entrambi i piatti 40 grammi e due pacchi di riso e poi divido quel che resta in entrambi i piatti per 4, il riso pesa 70 grammi.

I: Siete tutti d'accordo?

C: Sì.

Ci soffermiamo ad analizzare ciò che hanno detto Carlo, Anna e Michela, gli studenti scrivono sul quaderno ciò che ha detto Michela.

Assegno agli studenti, per casa, l'invenzione di situazioni analoghe a quelle che abbiamo analizzato in classe e chiedo che venga anche proposta la soluzione.

A (Carlo): Si può applicare due volte il secondo principio?

Poiché è suonata la campana di fine lezione non rispondo alla richiesta di Carlo perché credo meriti attenzione.

²⁹ Ottima richiesta. Potete aggiungere ai termini esposti anche 'verbalizzare'.

³⁰ Man mano che i ragazzi formulano le loro proposte, qualcuno (tu o un alunno) le concretizzate togliendo realmente gli oggetti? Riprodurre la scena è un supporto visivo molto potente.

³¹ Non posso registrare perché c'è un po' di rumore di sottofondo e dalla registrazione non capisco.

³² Siccome arriva ad un corretto '70', penso che Nicola credesse di dire 'restano 280 grammi' e 'dividiamo per 4'.

³³ Il ragionamento è condotto sul filo algebrico del 'faccio la stessa cosa da entrambe le parti', nella conclusione risbucca l'idea aritmetica del 'faccio un'operazione'.

³⁴ Stesso atteggiamento di Anna. In termini generali, possiamo dire che ci troviamo in una delicata, importante fase di passaggio fra due livelli del balbettio algebrico.

³⁵ Affermo questo perché i due studenti annuiscono come per dire "Io cosa avevo detto?".

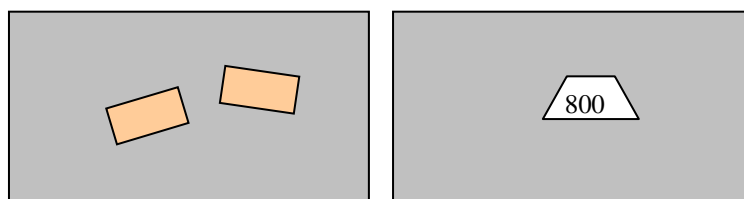


25 gennaio 2007

3 (uso del registratore)

Alla fine della lezione precedente avevo proposto ai ragazzi di inventare, a casa, delle situazioni problematiche analoghe a quelle esaminate a scuola. All'inizio della lezione che viene riportata in questo diario, chiedo agli studenti di fare le loro proposte per alzata di mano. Disponiamo sulla cattedra i due quadernoni che rappresentano i piatti della bilancia e i rettangoli e trapezi di carta che rappresentano rispettivamente gli oggetti e i pesi. **Concordiamo che chi propone la situazione problematica non propone la soluzione**³⁶; poiché come ho già detto la classe è piuttosto vivace propongo ai ragazzi che sia io ad eseguire gli spostamenti sulla bilancia.

A (Matteo): Nel piatto di sinistra ci sono 2 pacchi di sale e nel piatto di destra ci sono 800 grammi. Inizia a dare la risposta.



I: Avevamo detto che tu avresti proposto ai compagni la situazione problematica, dovresti essere più preciso.

A (Matteo): Ah sì, la domanda è quanto pesa il sale.

I: Prima che qualcuno proponga la soluzione vorrei sapere se si deve verbalizzare meglio la situazione problematica che ha proposto Matteo. Matteo vuoi ripetere?

A (Matteo): Ci sono nel piatto di sinistra 2 pacchi di sale e nel piatto di destra 800 grammi. **Quanto pesa il sale?**³⁷

A (Michela): Ah, che la bilancia è in equilibrio.

A (Matteo): Ecco, in questo modo la bilancia è in equilibrio.

A (Ivan): Forse che i pacchi di sale hanno lo stesso peso.

I: Siete d'accordo con Ivan e Michela?

C: Sì.

I: Ora potete proporre la soluzione.

A (Marco): **In tutt'e due i piatti divido per due**³⁸.

I: Siete d'accordo?

C: Sì

I: Marco non hai dato la risposta, hai indicato il processo manca il prodotto.

A (Marco): Il pacco di sale equivale a 400 grammi.

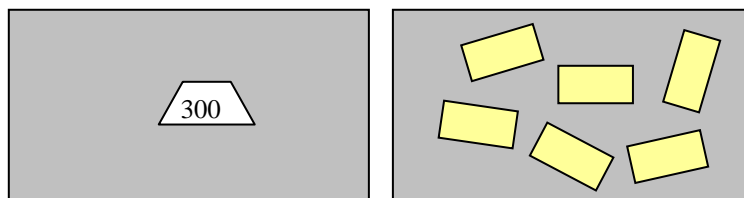
A (Manuel): **Il pacco di sale pesa 400 grammi**³⁹

I: Siete tutti d'accordo?

C: Sì.

I: Sentiamo un'altra proposta **diversa da quella proposta da Matteo**⁴⁰

A (Simona): In un piatto metto 300 grammi e nell'altro 6 pacchi di riso...



³⁶ Perché questo suppongo susciti maggiore attenzione ed interesse.

³⁷ Sarebbe meglio favorire un'impostazione della domanda del tipo: 'Rappresenta la situazione in modo da trovare il peso di un pacco di sale'. La coppia rappresentare-risolvere costituisce uno dei punti nodali del pensiero pre-algebrico (vedi il Glossario).

³⁸ Marco è stato bravo. Conviene abituare gli alunni, in casi come questo, ad esplicitare anche il principio in base al quale propongono quella determinata operazione, in questo caso il secondo. Questo consente di rendere costantemente trasparenti i riferimenti generali teorici (l'applicazione di principi o di proprietà) che conducono ad una determinata scelta operativa.

³⁹ Passaggio interessante ma non ho voluto provocare la discussione perché lo ho ritenuto poco opportuno in questa fase del lavoro

⁴⁰ Lo faccio per vivacizzare la discussione e per evitare che gli studenti utilizzino passivamente l'analogia.



Sassari

1

1

2

3

4

5

1

2

3

Rosanna Durzu

I: Non hai espresso la domanda e dovresti precisare meglio.

A (Simona): I pacchi di sale pesano tutti la stessa quantità e, quanto pesa l'uno?

I: Potresti esprimerti meglio, col linguaggio matematico?

A (Simona): Quanto pesa un pacco di riso?⁴¹

I: Prima che qualcuno di voi si esprima vi faccio una domanda:- la situazione problematica che ha presentato Simona è diversa da quella che ha presentato Matteo?

G: No.

I: Vorrei che qualcuno motivasse il no.

A (Marco): Perché si utilizza lo stesso principio di congruenza⁴²

I: Avevo chiesto di riflettere un po' prima di parlare, Marco stai attento, prova ad esprimere meglio ciò che volevi dire.

A (Marco): Che il processo è uguale.

I: Bene, Marco dice che il processo è uguale, io avevo chiesto di proporre situazioni problematiche diverse da quella proposta da Matteo⁴³, Comunque proponiamo la soluzione alla situazione problematica proposta da Simona.

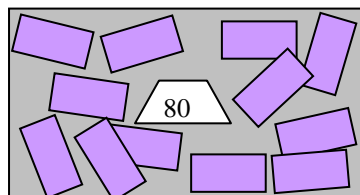
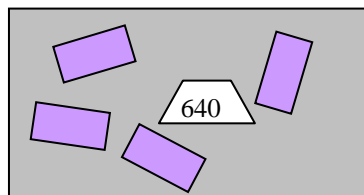
A (Nicola): Si divide per 6 il contenuto dei due piatti della bilancia⁴⁴, un pacco di riso pesa 50 grammi.

I: Siete tutti d'accordo?

C: Sì.

I: Passiamo ad un'altra situazione problematica.

A (Luigi): Metto nel piatto di sinistra 4 pacchi di zucchero e 640 grammi, nell'altro 12 pacchi di zucchero e 80 grammi, ogni pacco di zucchero ha lo stesso peso, quanto pesa un pacco di zucchero?



A (Michela): Può scriverlo alla lavagna?

I: Preferirei di no perché non vorrei suggerire la fase successiva del nostro lavoro, però ognuno di voi, come abbiamo stabilito, può scrivere questa situazione come crede sul quaderno, tipo appunti di viaggio, perché può servirgli per ragionare, oppure uno per volta potete avvicinarvi alla bilancia e provare direttamente sulla bilancia.

A (Giovanni): Si dividono i due piatti per 4.

I: La bilancia rimane in equilibrio?

A (Giovanni): No.

I: Vuoi agire sulla bilancia per renderti conto?

A (Giovanni): No⁴⁵.

I: Quindi se la bilancia non è più in equilibrio c'è qualcosa che non va nel tuo ragionamento? Vuoi ragionare ancora un po' e poi intervieni?

A (Michela): Allora, tolgo 80 grammi dal contenuto di entrambi i piatti, tolgo da entrambi i piatti 4 pacchi di riso... no... di zucchero.

I: Per maggiore chiarezza di' ai compagni cosa rimane nei due piatti della bilancia⁴⁶

A (Michela): In un piatto ci sono 560 grammi e nell'altro 8 pacchi, poi divido il contenuto di entrambi i piatti per 8 e ottengo 70 grammi.

I: Siete tutti d'accordo?

⁴¹ Stessa osservazione della nota 37.

⁴² Credo sia condizionato dallo studio dei criteri di congruenza dei triangoli che stiamo esaminando in questo periodo. Probabilmente, o forse voleva esibire un linguaggio di registro, secondo lui, 'alto', mostrandoti che era capace di mutuarlo da un altro tema matematico.

⁴³ Tu volevi che loro proponessero situazioni più varie, ma in effetti la tua domanda lasciava spazio anche all'interpretazione più 'ristretta', e quindi alla variante più banale (mantenere la stessa struttura $a = bx$ cambiando semplicemente i valori di a e di b).

⁴⁴ V. Nota 38.

⁴⁵ In questi casi è produttivo incentivare l'argomentazione, invitando a motivare il 'no'.

⁴⁶ Chiedo questa precisazione perché mi accorgo dalle facce che qualcuno ha perso il filo del discorso. Concordo, anche perché questo prepara alla successiva rappresentazione dell'equazione alla quale vi state avvicinando, in cui ogni volta che si 'fa' qualcosa, bisogna riportare nella riga successiva quello che rimane sulla bilancia. Può convenire, in questa fase ancora fortemente concreta dell'attività, che qualcuno dei ragazzi più deboli faccia da 'spalla' a chi parla, e manipoli gli oggetti realizzando le proposte dei compagni e verbalizzi a sua volta quello che compie mentre lo compie. È molto meno banale di quanto non sembri.



Sassari

1

1

2

3

4

5

1

2

3

Rosanna Durzu

G: Sì.

I: Michela, vuoi specificare **quali principi della bilancia hai applicato**⁴⁷?

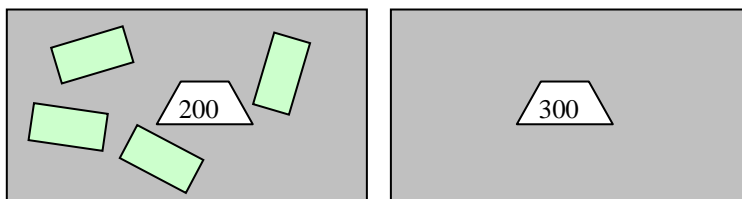
A (Michela): Ho applicato per due volte il primo principio e una volta il secondo.

I: Quando proponete il processo risolutivo, qualunque cosa voi facciate dovete mantenere l'equilibrio della bilancia. Quando si perde l'equilibrio della bilancia, cosa significa?

A (Michela): Che il ragionamento non è corretto.

I: Vi do questo suggerimento perché, presi dalla voglia di intervenire, non ricordate che è importante verbalizzare il processo, voi vi buttate sulla risposta, o meglio sul prodotto, dimenticate che per mantenere l'equilibrio della bilancia ciò che faccio nel contenuto di un piatto devo farlo anche nell'altro⁴⁸. Volete proporre un'altra situazione problematica?

A (Carlo): Nel piatto di sinistra ci sono 200 grammi e 4 pacchi di farina che hanno tutti lo stesso peso. Nel piatto di destra ci sono 300 grammi, quanto pesa un pacco di farina?



A (Marco): Come hai detto? In un piatto ci sono 200, nell'altro 4 pacchi di farina e 300 grammi?

A (Alessandro): Io non lo so fare.

I: Carlo, ripeti la situazione problematica. Carlo ripete verbalizzando correttamente.

Michela e Manuel chiedono contemporaneamente di parlare. **Do la parola a Manuel**⁴⁹

A (Manuel) Non sono molto sicuro.

A (Alessandro): **Non è molto semplice**⁵⁰.

I: Carlo, vuoi ripetere? Carlo nel ripetere scambia la collocazione degli oggetti posti nei piatti della bilancia.

G: Prima avevi detto in un altro modo.

I: Vi ricordate cosa avevamo detto a proposito dello scambio dei piatti?

A (Marco): Che è indifferente.

A (Antonio): Divido i rispettivi pesi per 4.

I: Antonio, vuoi avvicinarti alla bilancia per eseguire ciò che stai proponendo?

A (Antonio): No, sono stanco. *Noto un momento di stasi.*

A (Anna): Prendo 300 grammi divido per 4 e fa 75.

I: La bilancia è in equilibrio?

A (Anna): No.

A (Federica): Dal piatto di destra tolgo 200 grammi e tolgo 200 grammi dal piatto di sinistra. *Non va avanti, chiedo maggiore concentrazione.*

A (Marco): Tollo da ambedue le parti 200 grammi, quindi in un piatto rimangono 100 grammi e nell'altro 4 pacchi di farina e divido ambedue i piatti, i così per 4.

I: Così Brioshi non lo capisce.

A (Matteo): Divido tutt'e due i piatti per 4.

I: Brioshi ancora non capisce.

A (Matteo): Il contenuto dei due piatti per 4, quindi un pacco di farina pesa 25 grammi.

I: Vuoi ripetere il processo spiegando quali principi hai applicato?

Si crea un po' di disattenzione, chiedo agli studenti un maggiore coinvolgimento perché la discussione non è a tre ma chi propone le situazioni problematiche e chi propone le soluzioni si rivolge alla classe. Spiego che la mia è una funzione di mediatore e di guida.

I: Quando chiedo se siete d'accordo con ciò che dicono i compagni la vostra risposta Sì o No deve scaturire dalla comprensione e condivisione di ciò che stiamo discutendo. Marco ripeti il processo indicando i principi che hai utilizzato.

A (Marco⁵¹): All'inizio ho sottratto 200 da tutt'e due i piatti utilizzando il primo principio, poi ho diviso il contenuto dei due piatti per uno stesso numero applicando il secondo principio.

⁴⁷ Bene. Per molti è il momento della verità.

⁴⁸ Faccio questa precisazione perché mi accorgo che i ragazzi stanno perdendo il senso delle proposte risolutive cioè si allontanano dall'obiettivo di questo lavoro rispetto alla verbalizzazione e rispetto al processo – prodotto. *Concordo pienamente. La verbalizzazione e, ancora di più, l'argomentazione, sono aspetti determinanti verso la costruzione di significati stabili.*

⁴⁹ Per favorire chi interviene poche volte.

⁵⁰ Mi accorgo che è calata l'attenzione degli studenti.



Sassari

1

1

2

3

4

5

1

2

3

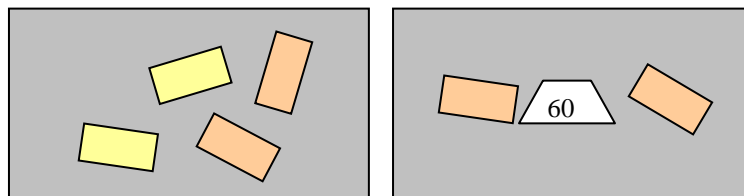
Rosanna Durzu

I: Siete d'accordo?

C: Sì.

I: Sentiamo un'altra proposta.

A (Michela): Nel piatto di sinistra⁵² ci sono 2 pacchi di riso dello stesso peso e 2 pacchi di sale dello stesso peso; nell'altro piatto 2 pacchi di sale dello stesso peso dei due precedenti e 60 grammi. Quanto pesa 1 pacco di riso?



A (Federica): Tolgo 2 pacchi di sale da entrambi i piatti e poi divido per 2 i 60 grammi.

G: No.

A (Giovanni): Divido per 2 il contenuto di entrambi i piatti.

A (Leonardo): È la stessa cosa.

I: Non è la stessa cosa, state attenti, confrontiamo le due affermazioni stando attenti al linguaggio matematico.

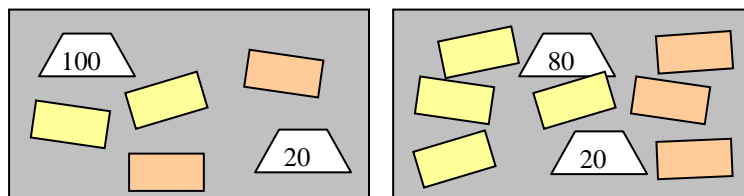
Federica dice:- Divido per 2 60 grammi. Giovanni dice:- Divido per 2 il contenuto di entrambi i piatti. *Eseguo sulla bilancia ciò che hanno proposto i due ragazzi e faccio rilevare agli studenti se in entrambi i casi si mantiene l'equilibrio della bilancia. Gli studenti commentano tra loro.*

I: Siete d'accordo con Federica o con Giovanni?

C: Con Giovanni.

I: Non preoccupatevi di stabilire in piccoli gruppi se è giusto o sbagliato, proponiamo alla classe le nostre idee in ordine, poi facciamo insieme le considerazioni⁵³.

A (Michela): Nel piatto di sinistra ci sono 2 pacchi di riso dello stesso peso, 2 pacchi di sale dello stesso peso, 100 grammi e altri 20 grammi; a destra ci sono 4 pacchi di riso dello stesso peso dei precedenti, 3 pacchi di sale dello stesso peso dei precedenti, 80 grammi e 20 grammi. Chiedo il peso sia del riso che del sale⁵⁴.



A (Leonardo): Di un pacco o di tutto?

A (Michela): Di un pacco.

I: È possibile risolvere questa situazione problematica con i tre principi della bilancia?⁵⁵

G: Sì.

G: No.

I: Come fate a dire sì o no senza aver riflettuto un po' e senza argomentare la risposta?

A (Nicola): Tolgo 2 pacchi di riso da tutt'e due i piatti, tolgo i due 20 grammi, tolgo 80 da tutt'e due i piatti, quindi ho 20.

Mentre Nicola parla eseguo sulla bilancia ciò che dice. Si crea un certo imbarazzo tra i ragazzi che parlottano tra loro a voce bassa. Li invito ad intervenire.

⁵¹ L'uomo è decisamente prezioso; spesso studenti come lui hanno però anche un effetto 'smorzante', perchè fanno da appoggio per i compagni che gli si adeguano in modo acritico.

⁵² Le situazioni sono molto varie. Bello.

⁵³ Ho ritenuto necessario questo richiamo perchè i ragazzi tendevano a parlottare tra loro e non a condividere in modo più ampio.

⁵⁴ Bel problema. Penso però che sia poco probabile che Michela sappia esattamente cosa sta proponendo.

⁵⁵ Ho fatto male a porre questa domanda? L'intenzione era quella di vivacizzare una giornata in cui alcuni studenti erano poco attivi. Se non l'avessi fatto forse non avrebbero notato la differenza tra questa e le altre situazioni problematiche sinora esaminate. Da un punto di vista locale, sappiamo bene quante microdecisioni debba assumere l'insegnante nel corso delle attività, e quindi è inevitabile che la loro efficacia sia molto varia; in questo senso le tue motivazioni, di carattere per così dire sociale, sono assolutamente legittime. Sul piano generale (e metodologico) sarebbe preferibile che gli alunni si ponessero da soli delle questioni mentre esplorano le situazioni problematiche; detto in altre parole, che imparassero ad accostarsi anche al problem posing, oltre che al problem solving.



Sassari

1

1

2

3

4

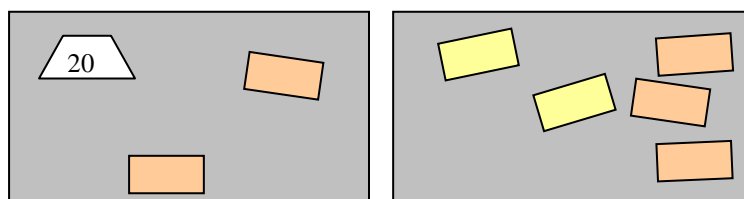
5

1

2

3

Rosanna Durzu



A (Matteo): Tolgo 20 grammi dal pacco di sinistra.

I: Come faccio a togliere 20 grammi da un pacco di cui non conosco il peso?

A (Marco): Divido 2 pacchi di riso per 20.

I: Come posso dividere 2 pacchi di riso di cui non conosco il peso, per 20?

A (Ivan): Non si può fare.

I: Si può risolvere questa situazione problematica con i principi della bilancia che conosciamo?

C: No.

I: Ripeto che sì o no devono essere argomentati? *Gli studenti iniziano a discutere tra loro a voce alta.*

A (Carlo): Da una parte ci sono 7 pacchi.

I: Carlo stai mettendo insieme i pacchi di riso e di sale, Michela non ha detto che hanno tutti lo stesso peso.

Purtroppo suona la campana e dobbiamo rimandare la discussione⁵⁶, chiedo agli studenti di riflettere a casa per prepararsi alla prossima lezione

⁵⁶ *Avrei dovuto tralasciare questa situazione problematica o è importante arrivare a delle conclusioni? Vista a tavolino, forse sarebbe convenuto rimandare la conclusione alla lezione successiva in modo da completare il percorso assieme. L'equazione di riferimento della proposta di Michela è: $2x + 2y + 120 = 4x + 3y + 100$ che non consente di trovare i valori delle incognite. Sono curioso di vedere cosa ti portano i ragazzi, che probabilmente coinvolgeranno i genitori. Potresti usare questa situazione per introdurre l'embrione del concetto di sistema di due equazioni di I° a due incognite, che normalmente alla scuola media non viene affrontato. Personalmente lo faccio da molti anni, perché mi sono convinto che alunni di seconda media che affrontino dalla prima il mondo delle equazioni attraverso l'esplorazione della bilancia a piatti e l'argomentazione attorno alle loro esperienze siano in grado di capire anche questa situazione matematica. Si possono utilizzare in questo senso situazioni del tipo: 'un rettangolo ha una dimensione che è $\frac{3}{7}$ dell'altra e l'area misura 42cm^2 '; rappresenta la situazione in modo da trovare le due dimensioni' oppure: 'Penso a due numeri, uno è il quadruplo dell'altro e la loro somma è 30. Rappresenta la situazione in modo da trovare i due numeri'. Se pensi che possa essere produttivo, ne parliamo nel prossimo incontro.*



30 Gennaio 2007

4

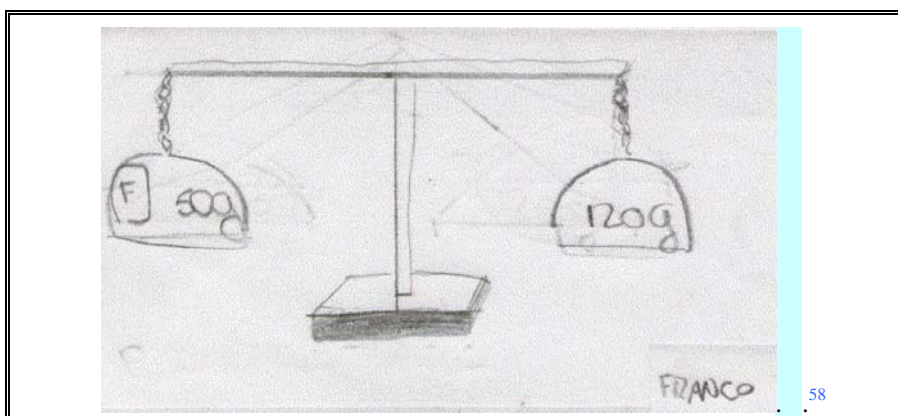
(uso del registratore)

Siamo nella terza fase (Dalla rappresentazione della bilancia al segno "uguale")

Consegno a ciascun studente un post-it e chiedo di rappresentarvi la bilancia; successivamente i bigliettini verranno attaccati alla lavagna e si aprirà la discussione.

I: Rappresentate le prime due situazioni problematiche che abbiamo individuato all'inizio del nostro lavoro, con un disegno in cui si vede l'equilibrio della bilancia in modo essenziale.

Gli studenti eseguono il lavoro in circa venti minuti; noto che **alcuni si trattengono sui particolari⁵⁷** e sono preoccupati dell'aspetto descrittivo, in un caso c'è anche l'uso del colore. Attacciamo i post-it alla lavagna e inizia la discussione.



I: Quali bilance non corrispondono alla consegna e quindi dovremmo eliminare? Vi chiedo di argomentare le vostre proposte. Ripeto la consegna evidenziando l'essenzialità della rappresentazione e l'equilibrio della bilancia.

A (Michela): Quella di Franco non è perfettamente in equilibrio, cioè non è dritta.

I: Cosa vuol dire che non è dritta?

A (Michela): Non è perfettamente in equilibrio perché i due pesi sono leggermente diversi.

A (Franco): No, sono uguali.

A (Michela): Questa linea non è dritta. È la linea che indica i due piatti della bilancia.

I: Cosa rappresenta questa linea?

A (Matteo): L'ago della bilancia, il centro che tiene....⁵⁹

I: Questo segmento cosa rappresenta?

A (Antonio): I piatti.

I: Quindi dal disegno di Franco cosa sembra?

A (Matteo): Sembra che un piatto sia più in basso dell'altro.

I: Potete verbalizzare in modo più completo le vostre osservazioni?

A (Carlo): *Indicando un altro disegno.* Quel disegno non va bene perché non è perfettamente in equilibrio.

I: Vi ricordo che dovevate rappresentare l'equilibrio della bilancia in modo essenziale.

A (Michela): *Indicando una bilancia ricca di particolari.* Questa non è essenziale.

I: Siete d'accordo con Michela?

C: Sì.

Mentre procede la discussione stacciamo i post-it che rappresentano le due bilance che non soddisfano la consegna.

A (Michela): Quella di Luigi non è essenziale.

I: Perché non è essenziale?

A (Federica): Sembra un grappolo con due...

A (Michela): È una bilancia complessa, non è essenziale. Gli studenti sono d'accordo per l'eliminazione della bilancia disegnata da Luigi.

A (Matteo): La mia ha un piatto più in alto dell'altro. Fa autocritica della sua rappresentazione.

⁵⁷ Penso che tu abbia letto le osservazioni nell'Unità 6 a proposito di questi aspetti (inizio Terza Fase). L'analisi dei disegni, come avrai visto, è un momento molto interessante e importante.

⁵⁸ Mostro questo disegno che indica la tipologia delle prime rappresentazioni per non appesantire il file come suggerisce Giancarlo. Il nome in basso al disegno non è dell'autore.

⁵⁹ È evidente che ha "perso" l'oggetto della discussione. Penso ti riferisca alla richiesta di 'essenzialità'.



Sassari

1

1

2

3

4

5

1

2

3

Rosanna Durzu

I: Matteo, aggiungi qualcosa alla descrizione del tuo disegno, cosa volevano rappresentare i due cerchi sopra i piatti?⁶⁰

A (Matteo): Il peso.

A (Antonio): Tipo le bilance dei negozi?

I: Cioè la bilancia a molla, Matteo ha abbondato nella rappresentazione. *Stacciamo il suo post-it.*

A (Marco): Nella bilancia di Manuel i pesi sono uguali, 120 e 120 quindi non rappresenta la situazione problematica.

I: Ma sono rispettati l'essenzialità e l'equilibrio?

A (Marco): Solo l'equilibrio perché i pesi sono uguali.⁶¹ *Eliminiamo la bilancia di Manuel.*

A (Luigi): La bilancia di Marco non è in equilibrio e poi, in realtà, ci sono due bilance. *Nel disegno appaiono due bilance con due piatti sopra. Eliminiamo la bilancia di Marco.*

I: Osservate bene, l'equilibrio della bilancia da che cosa è rappresentato?

A (Antonio): Dalla perpendicolarità

A (Michela): Dall'asta che regge i pesi. *Indica la linea che rappresenta i piatti.*

I: Ricordate che nella bilancia abbiamo due piatti, che dobbiamo rappresentare l'equilibrio in modo essenziale. *Mettiamo a confronto il disegno di Antonio e quello di Michela*

G: Quello di Michela è da eliminare. *Non sanno dire perché; mi accorgo che hanno ripreso il gioco delle eliminazioni⁶².*

I: Siate seri, questi atteggiamenti non sono produttivi, vi ho chiesto di argomentare le vostre proposte. *Gli studenti discutono tra loro in modo disordinato. Secondo voi i disegni che sono rimasti attaccati alla lavagna si possono considerare essenziali?*⁶³

A (Antonio): Certi no.

A (Federica): No, perché il disegno non fa vedere che è proprio una bilancia⁶⁴.

A (Antonio): *Non sono precisi⁶⁵.*

A (Marco): Nella bilancia essenziale dovremmo togliere i colori.

I: Soltanto togliere i colori?

A (Michela): Anche la rappresentazione del piatto è eccessiva.

A (Luigi): Non c'è bisogno di mettere i fili che reggono il piatto.

I: Vogliamo comunicare a Brioshi che la bilancia è in equilibrio in maniera essenziale⁶⁶, lui capisce solo il linguaggio matematico che in questo caso si traduce in un disegno.

A (Federica): *È necessario che si vedano i due piatti in equilibrio⁶⁷.*

Dopo la selezione sulla lavagna sono rimasti 5 disegni più o meno simili; decidiamo che tutti gli studenti produrranno un'altra rappresentazione sulla base di ciò che si è discusso e che ha affermato Federica. Per la seconda rappresentazione gli studenti impiegano circa 10 minuti. Attacciamo i post-it alla lavagna e inizia la discussione.

⁶⁰ Cerco di evitare che l'eliminazione delle bilance avvenga in modo generico perché mi accorgo che gli studenti iniziano una specie di "gioco" delle eliminazioni relativo principalmente alle simpatie reciproche e le argomentazione sono molto generiche.

⁶¹ È interessante notare che Marco velocemente superi il rigore della rappresentazione di ciò che sta sui due piatti e si renda conto che l'essenziale è l'equilibrio, cioè l'allineamento dei due piatti.

⁶² Mi stupisce che si comportino come dei bambini. È la prima volta che trovo una reazione di questo tipo, e penso che possa dipendere dal fatto che non hanno chiaro il contratto didattico. Se la mia ipotesi fosse vera, questo provocherebbe la confusione di piani o, come dici nelle righe successive, una discussione disordinata. Credo che in questi casi sia conveniente interrompere l'attività così come si sta sviluppando e rinegoziare il contratto.

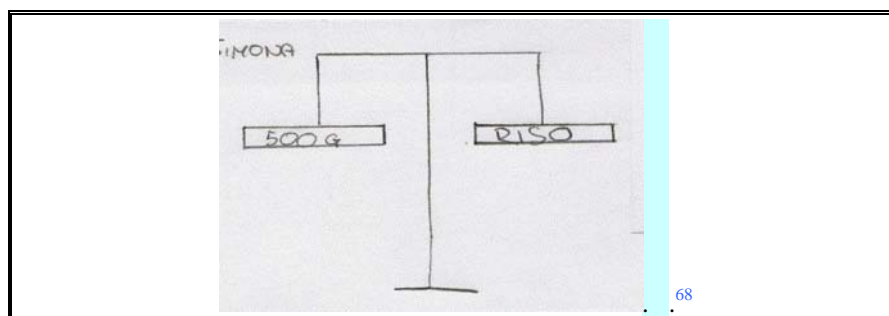
⁶³ Mi rendo conto che gestire questa discussione non è facile perché si muovono diverse dinamiche che vanno dalla difesa di ciascun studente del proprio lavoro, all'invidia per la valorizzazione di quello di un altro studente e facilmente si perde di vista l'obiettivo iniziale.

⁶⁴ Federica non sa esattamente cosa state cercando. Lei pensa ad un 'disegno che faccia capire chiaramente che è effettivamente una bilancia', insomma, un disegno realistico.

⁶⁵ Idem.

⁶⁶ Mi viene il dubbio che la classe in realtà non abbia capito cosa intendi per 'essenziale', e che stia girando spesso a vuoto attorno ad un obiettivo opaco. Ancora una questione di contratto.

⁶⁷ Forse si sarebbe potuto chiedere a Federica di chiarire cosa intende con 'vedere i piatti in equilibrio'. La sua posizione sembra un po' più evoluta di quella di altri compagni. Il contratto dovrebbe prevedere intensi momenti di dialogo fra pari (con l'insegnante in funzione di coordinatore) e non centrato sempre sull'insegnante-arbitro.



A (Carlo): La bilancia di Franco non è essenziale, ci sono troppe linee.

A (Marco): È tridimensionale, **non serve**⁶⁹.

A (Franco): Quella di Nicola, sono due bilance, la escludiamo.

I: Siete d'accordo?

C: Sì

I: Per alcune rappresentazioni anziché dire che cosa è essenziale e cosa non lo è dovrete dire **cosa togliereste per renderle essenziali**⁷⁰.

A (Michela): *Indicando un disegno.* Questo non è in equilibrio e **i pezzi che ci sono sopra non corrispondono**⁷¹. Anche quella di Luigi per lo stesso motivo.

A (Luigi): Anche quella di Matteo.

I: Perché? *Nessuna risposta.*

A (Michela): *Indicando un'altra rappresentazione.* In questa i pesi sono all'altezza della base della bilancia.

A (Marco): In questa il coso non ha sostegno.

I: Marco, verbalizza con più precisione, il "coso" non si sa cosa sia.

A (Marco): Per indicare l'essenziale non c'è bisogno di mettere due piatti, da una parte e dall'altra.

I: Siete d'accordo con Marco?

C: **No**⁷².

A (Marco): Nel senso che non c'è bisogno di dividere i due piatti.

I: Ho capito che i termini essenziale ed equilibrio della bilancia per voi non sono indicazioni sufficienti, allora vi domando :- nei disegni che abbiamo davanti cosa lascereste per indicare l'equilibrio della bilancia?⁷³

A (Federica): Solo i piatti.

I: E per indicare l'equilibrio cosa facciamo?

A (Nicola): **Toglierei tutto tranne i piatti, noi sappiamo già che se la bilancia è in equilibrio i pesi sono uguali quindi possiamo anche non disegnarli.**⁷⁴

I: Siete tutti d'accordo?

G: Sì.

A (Antonio): Non sono d'accordo perché dove appoggi questi due piatti?

A (Nicola): **Non importa dove li appoggi, noi per la bilancia virtuale abbiamo usato due quaderni**⁷⁵.

A (Antonio) È vero.

Sulla lavagna sono rimaste solo le rappresentazioni più lineari sulle quali si è discusso per la loro semplificazione, chiedo agli studenti una terza rappresentazione sulla base delle osservazioni che abbiamo condiviso. Per la terza rappresentazione gli studenti impiegano dieci minuti circa. Come al solito attacchiamo i post-it alla lavagna e iniziamo la discussione.

⁶⁸ Mostro questo disegno che indica la tipologia delle seconde rappresentazioni. È evidente che rispetto alle prime si sono "ripulite".

⁶⁹ Si potrebbe chiedere a Marco qualcosa come 'In che senso 'non serve?'

⁷⁰ A parte il solito concetto-perno di 'essenziale', il punto è, oltre al cosa togliere, il perché toglierla, con quale obiettivo, in nome di quale idea di essenzialità. Credo che bisogna rendere il concetto trasparente.

⁷¹ Non ho il disegno e quindi non so esattamente cosa intenda Michela, ma mi vien da pensare che quel 'non corrispondono' si riferisca, per lei, ad una scarsa aderenza del disegno alla realtà (e quindi anche Michela sembrerebbe fuori strada).

⁷² Perché, no?

⁷³ Ho forzato un po' la mano. Ho fatto bene? Più che bene! Direi: finalmente!

⁷⁴ Bel passaggio; durante la discussione gli studenti non si sono mai soffermati molto sui disegni che si trovavano sui piatti della bilancia ma qui viene affermata l'inutilità dei disegni stessi per indicare l'equilibrio della bilancia. Credo che l'osservazione di Nicola sia la conferma che finalmente il contratto didattico è davvero chiaro a tutti.

⁷⁵ Nicola (che finora non era mai intervenuto nella discussione) dà un contributo decisivo. Il confronto tra pari si rivela efficace, (forse non per tutti) decisivo.



Sassari

1

1

2

3

4

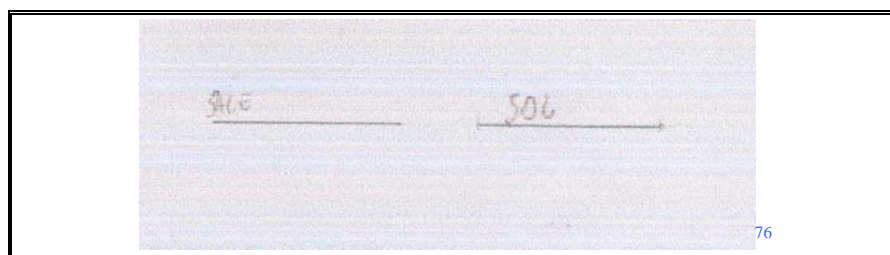
5

1

2

3

Rosanna Durzu



A (Luigi): Questa bilancia non va bene perché ha solo i pesi e non ha i piatti

I: Spiega perché non va bene.

A (Luigi): E, no avevo capito un'altra cosa.

A (Nicola): Perché in tutti i problemi c'è in un piatto il riso e nell'altro un peso definito, invece qui c'è già l'equilibrio perché ci sono due pesi uguali.

I: Cosa significa? Verbalizza meglio, con più precisione.

A (Luigi): Non si può definire l'equilibrio.

I: Quando la bilancia è in equilibrio?⁷⁷

A (Federica): Quando ha due pesi uguali.

I: Alludendo alla bilancia oggetto di discussione. Quindi questa bilancia potrebbe rappresentare l'equilibrio.

A (Federica): Sì, anche se non rappresenta una situazione problematica che abbiamo visto prima.

Si vivacizza la discussione ma in modo disordinato, devo riprendere gli studenti per ottenere un certo ordine negli interventi.

A (Federica): Quella di Nicola la escluderei perché non fa vedere i piatti⁷⁸ e i pesi non sono in equilibrio.

I: Siete d'accordo?

G: Sì.

A (Nicola): Eliminiamo quella di Alessandro perché non rappresenta l'essenzialità.⁷⁹

G: Anche quella di Matteo per lo stesso motivo.

I: Siete tutti d'accordo?

C: Sì.⁸⁰

G: Eliminiamo quella di Luigi.

I: Perché?

A (Carlo): Perché i piatti sono separati.

I: Cosa serve per indicare l'equilibrio della bilancia?

A (Carlo): Un piatto.

I: Siete d'accordo?

A (Antonio) Sì, solo le linee.

I: Indicando alcune rappresentazioni attaccate alla lavagna. Allora le rappresentazioni di Michela, di Ivan, di Federica, Di Marco e Anna sono accomunate da una buona indicazione dell'equilibrio della bilancia?

G: Sì.

A (Carlo): No, ci vuole ancora...

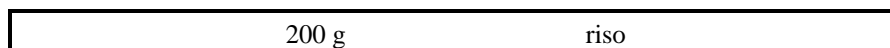
A (Michela): Per rappresentare la bilancia in equilibrio dobbiamo specificare che i piatti fanno parte di una sola bilancia⁸¹.

I: Come facciamo?

A (Carlo): Si mette un'asta.

I: Disegna alla lavagna la tua idea.

Carlo disegna:



⁷⁶ Questo disegno indica la tipologia della terza rappresentazione

⁷⁷ Forse sarebbe stato interessante chiedere a Luigi 'In che senso 'Non si può definire l'equilibrio'? È un'affermazione quasi filosofica, frutto di una sua 'logica esperienziale' meritevole di indagine.

⁷⁸ Pur non conoscendo il disegno di Nicola me lo vedo 'essenziale'. Federica dice che 'non fa vedere i piatti' perché sta pensando ancora alla bilancia 'vera'.

⁷⁹ Effettivamente Alessandro è l'unico rimasto ancorato al primo/secondo modello di rappresentazione.

⁸⁰ In questa fase si va più spediti, probabilmente gli studenti hanno maturato l'idea della rappresentazione essenziale ma ancora non hanno raggiunto la sintesi o non riescono ad esprimerla. È l'onda lunga benefica della chiarezza del contratto didattico. Nessuno si sogna più di invidiare nessun altro perché l'obiettivo 'scientifico' è trasparente e indirizza chiaramente il flusso delle osservazioni e degli interventi.

⁸¹ È la stessa Michela dei 'pezzi che non corrispondono'? Fa fatica a staccarsi dalla concretezza.



Sassari

1

1

2

3

4

5

1

2

3

Rosanna Durzu

I: Questa rappresentazione per voi va bene? Riprendiamo il concetto di equilibrio, dobbiamo comunicare a Brioshi l'equilibrio della bilancia col linguaggio matematico.

A (Michela): Disegniamo un solo piatto.

A (Carlo): Indicando che i pesi sono uguali.

A (Nicola): Indicando che la bilancia è in equilibrio con i piatti allineati.

A (Carlo): Tra un piatto e l'altro scrivo uguale.⁸²

I: Siete d'accordo con Carlo?⁸³

A (Michela): A uguale b.

A (Carlo) Ma non è a uguale b.

A (Manuel): Si possono togliere i piatti e scrivere 200 g uguale riso.

I: Per indicare l'equilibrio della bilancia in modo essenziale cosa togliereste dal disegno di Carlo?

A (Matteo): I pesi

Carlo scrive alla lavagna

$$\text{—————} = \text{—————}$$

I: Siete d'accordo con la rappresentazione che ha fatto Carlo?

C: Sì.

I: Ora andate a posto e scrivete sul quaderno la rappresentazione essenziale della bilancia in equilibrio che ha disegnato Carlo alla lavagna e che abbiamo condiviso.

⁸² Questo passaggio è esaltante, credo di aver esultato anche durante la lezione perché mi è piaciuta proprio l'evidenza nella costruzione dell'uguaglianza attraverso il dialogo chiaro ed essenziale fra tre studenti. Bello!

⁸³ È vero. Viva il contratto, viva il dialogo fra pari, viva la discussione, viva Carlo e Nicola, viva la tenacia dell'insegnante nel guidare l'attività a buon fine!



22 febbraio 2007

5 (uso del registratore)

La lezione precedente a questo diario è stata tenuta da Giancarlo Navarra (d'ora in poi IR) in compresenza con Tore Sini e Rosanna Durzu. Eravamo all'inizio della quarta fase (rappresentazione delle situazioni problematiche). Gli studenti hanno riportato sul quaderno le loro proposte che successivamente sono state trascritte alla lavagna. IR ha guidato la discussione e dalla condivisione delle idee dei ragazzi si è arrivati all'individuazione della traduzione in linguaggio matematico che potesse essere inviata a Brioshi. I ragazzi sono stati produttivi ed entusiasti, la discussione è stata interessante, gli interventi numerosi.⁸⁴ Continuo la quarta fase.

I: La situazione problematica che dobbiamo tradurre è questa: abbiamo in un piatto della bilancia due pacchi di riso e nell'altro piatto 350 g. Sul quaderno dovete scrivere la rappresentazione di questa situazione problematica che poi condivideremo scrivendola alla lavagna e discutendola. Ricordate il protocollo della lezione con Giancarlo? Avevamo stabilito che il peso dei pacchi di riso li avremmo rappresentati con una lettera e avremmo spiegato il significato della lettera con la legenda.

I ragazzi (5 di essi sono assenti) scrivono abbastanza velocemente le loro proposte che vengono riportate alla lavagna:

- | | |
|---|-------------------------------------|
| a) 2 pacchi di riso = 350 | |
| b) 2 riso = 350 | |
| c) $R + R = 350$ | |
| d) $2R = 350$ g | |
| e) Riso - Riso = 350g | |
| f) $2n = 350$ g | (3) ⁸⁵ |
| g) $2n = 350$ | |
| h) $2n = 350$ | $n = 1$ pacco di riso ⁸⁶ |
| i) $\square \square = 350$ g | |
| l) $RR = 350$ g | |
| m) $2? = 350$ g | |
| n) 2 riso = 350 | |
| o) uno studente disegna la bilancia e il contenuto dei due piatti | |

I: Ora discutiamo per stabilire quale di queste rappresentazioni possono essere trasmesse a Brioshi. Esaminiamole una per volta.

A (Marco): riferendosi al caso l). Cosa significa RR?

A (Carlo): Vuol dire 2 pacchi di riso.

A (Leonardo): 2R e RR vogliono dire la stessa cosa.

A (Marco): 2R vuol dire 2 volte erre, mentre RR sembra la stessa cosa, cioè la stessa unità⁸⁷.

A (Federica): 2R ed RR vogliono dire la stessa cosa ma scritta in un altro modo⁸⁸.

A (Matteo): Uno è trasparente l'altro è opaco⁸⁹

I: Prendiamo in considerazione il problema precedente. Avevamo in un piatto un sacchetto di farina e 50 grammi e nell'altro piatto 120 grammi. Se noi scriviamo $f50 = 120$ è lo stesso che scrivere $f + 50 = 120$?

A (Carlo): No, perché nel primo caso f e 50 non sono sommati.

A (Anna): 2R indica il prodotto

⁸⁴ Poiché ho la registrazione della lezione, devo dire che l'ho riascoltata perché molto utile per lo studio delle dinamiche del gruppo e per la bella relazione che si è creata tra Giancarlo e i miei studenti. Penso anch'io che sia stato un bell'incontro.

⁸⁵ Il numero tra parentesi indica quanti studenti hanno scritto la stessa cosa.

⁸⁶ Questa è l'unica traduzione dove appare la legenda anche se non corretta, infatti sarà oggetto di discussione.

⁸⁷ In effetti Marco tocca un aspetto complesso. 2R è più 'comprensibile' di RR, è più trasparente, e il prodotto che essa rappresenta è più facilmente intuibile. Data l'inesperienza della classe, RR decisamente non è percepibile come 'prodotto fra due numeri' o, meglio, come 'prodotto di un numero per se stesso'. Sarebbe interessante capire cosa intende Marco con 'la stessa unità'.

⁸⁸ Questa discussione è interessante perché appare chiara la costruzione dei significati attraverso il balbettio algebrico. Concordo in pieno.

⁸⁹ Sembra più un esercizio lessicale che un tentativo di spiegazione. Non ne sarei sicuro. Sarà perché sono influenzato dal Commento 87 ma penso che forse Matteo intuisce qualcosa di 'vero'.



Sassari

I

I

2

3

4

5

I

2

3

Rosanna Durzu

A (Carlo): Quindi anziché RR dobbiamo scrivere la somma $R + R$ oppure $2R$.⁹⁰

I: Siete tutti d'accordo?⁹¹

C: Sì.

I: Quindi possiamo mandare a Brioshi la relazione contrassegnata con l)?

C: No

A (Federica): Non possiamo spedire neanche la a) b) e) n) ed o) perché non sono stati usati i simboli per indicare il riso, quindi non è essenziale.⁹²

I: Siete d'accordo con Federica?

C: Sì.⁹³

A (Marco): Anche la i) e la m) non vanno bene perché usano altri simboli e non lettere.

I: Siete d'accordo con Marco?

C: Sì.

I: Rimangono i casi c) d) f) g) ed h); quali possiamo spedire a Brioshi e perché?

A (Nicola): Abbiamo detto che $2R$ e $R + R$ vogliono dire la stessa cosa quindi sono valide tutt'e due, le altre (intende f, g, h) si equivalgono quindi...

A (Michela): Io propongo di spedire la h) perché ha la legenda ed è più completa.

I: Attenzione alla legenda, va proprio bene?

A (Federica): No, dovevo scrivere $n =$ peso di un pacco di riso. È lei l'autrice della rappresentazione.

I: Siete tutti d'accordo, allora a Brioshi spediamo la h) e correggiamo la legenda?

C: Sì. Accanto alla h) disegno uno smile.

I: Scrivete sul quaderno la traduzione che abbiamo condiviso e sotto proponete le vostre soluzioni scrivendo anche con le parole e non solo con i simboli i passaggi che fate per trovare la soluzione; attenzione ad evidenziare il processo e non solo il prodotto. Gli studenti elaborano le loro proposte in circa dieci minuti.

I: Scriviamo alla lavagna le vostre proposte risolutive e poi le discuteremo.

a) $2n = 350 \text{ g}$	$n =$ peso di un pacco di riso	
$2n : 2 = 350 \text{ g} : 2$		
$n = 175 \text{ g}$		
b) $2n : 2 = 350 : 2$		
$n = 175$		(2)
c) $2n = 350$	$n =$ peso di un pacco di riso	
$2n : 2 = 350 : 2$		
$n = 175$		(2)
d) $2n = 350 \text{ g}$		
$n = 350 : 2 = 175$		
$1n = 175$		
e) $(2n : 2 = 350 \text{ g}) = : 2$		
f) $2n : 2 = 1n$		
$350 \text{ g} : 2 = 175$		
$n = 175$		(3)
g) $350 : 2 = 175 \text{ g}$		
$n = 350 : 2 = 175$		
$175 = 350 : 2 = n$		
h) $2n/2 = 350/2$		
$1n = 175$		
i) $2n = 350$		
$1n = 350 : 2$		
$1n = 175$		(3)

⁹⁰ Intervento buono. Probabilmente Carlo non controlla pienamente il senso della sua affermazione ma l'intuizione aiuta certamente anche il resto della classe.

⁹¹ Domande come 'Siete tutti d'accordo?' (che leggo poi che I ripete più volte) non sono molto significative, perché non stimolano davvero la riflessione e la discussione ma rassicurano l'insegnante senza permettergli peraltro di capire se il 'sì' è veritiero. Una prova importante potrebbe essere una domanda rivolta ad un alunno (o alla classe, ma poi le argomentazioni devono essere individuali) del tipo 'Perché sì?' o, a seconda dei casi, 'Perché no?'.

⁹² Interessante la sintesi tra il protocollo e l'essenzialità. Federica ogni tanto va oltre quasi inconsapevolmente!

⁹³ Rifacendosi alla nota 91 si potrebbe chiedere 'Chi mi spiega con le sue parole cosa intende dire Federica?'



Sassari

1

1

2

3

4

5

1

2

3

Rosanna Durzu

I: Noto che alcuni studenti hanno scritto il peso seguito dal simbolo grammi e voglio riportare la discussione su questo punto. Secondo voi nel processo risolutivo, è importante sapere se il peso è espresso in grammi o in altre unità di misura? Argomentate la risposta⁹⁴

A (Anna): Sì, altrimenti non si capirebbe per rispondere alla domanda: Quanto pesa il riso?

A (Michela): Per me è importante poiché la domanda è quanto pesa il riso, quindi lo dobbiamo indicare con un'unità di misura.⁹⁵

A (Nicola): L'essenziale è l'equilibrio della bilancia.

I: Riflettiamo su questo.

A (Federica): Possiamo non scrivere grammi perché l'importante è l'uguaglianza dei piatti della bilancia.⁹⁶

A (Matteo): Sono d'accordo con Federica⁹⁷ perché l'importante è l'allineamento dei piatti della bilancia.

A (Manuel): Però nella risposta alla domanda dobbiamo indicare se sono grammi o chilogrammi o altro.

A (Antonio): Di solito la bilancia pesa in grammi.

G: Non è vero, può pesare anche in chilogrammi e altro.

A (Nicola): Nella nostra bilancia virtuale si può pesare con l'unità di misura che si vuole.⁹⁸

I: Perché, che cosa rappresenta la nostra bilancia virtuale? Mi pare che l'abbia già affermato Federica, forse non avete ascoltato bene.

A (Nicola): L'equilibrio.

I: Antonio, sei sicuro che la bilancia pesi solo in grammi?

A (Antonio): No, perché se devo pesare un elefante...

A (Federica): Siccome noi partiamo dalla bilancia in equilibrio l'unità di misura non serve, quindi possiamo non scriverla.⁹⁹

I: Siete tutti d'accordo?

C: Sì¹⁰⁰

I: Bene, discutiamo ora delle soluzioni che abbiamo scritto alla lavagna e vediamo quali possiamo spedire a Brioshi.

A (Simona): La h) si può perché la linea di frazione vuol dire diviso quindi abbiamo applicato il primo principio della bilancia.

A (Federica): Però in non si deve scrivere perché abbiamo detto che n vuol dire peso di un pacco di riso quindi non c'è bisogno di mettere 1.

I: Siete tutti d'accordo?

C: Sì

A (Matteo): La b) è giusta perché è scritta in un altro modo ma vuol dire la stessa cosa della h).

I: Siete d'accordo?¹⁰¹

C: Sì.

I: Vi pare che in entrambe manchi qualcosa?

C: La legenda¹⁰².

⁹⁴ Devo fare ancora questa precisazione perché alcuni studenti tendono a dare risposte brevi e istintive che non vivacizzano la **discussione**; questo nonostante più volte ci si sia soffermati sull'importanza della **condivisione**. Direi che la precisazione è funzionale in ogni caso, perché crea (o dovrebbe creare, o mantenere) un'abitudine.

⁹⁵ L'intervento di Michela mette inconsapevolmente in luce quella che potremmo chiamare la 'doppia **semantica**' della situazione didattica. Una concerne il problema, una l'equazione. Nel primo caso l'unità di misura 'serve', nella seconda no. Nel primo caso il riferimento è la situazione **locale**, nel secondo la costruzione di un modello, e quindi la generalizzazione. La questione è complessa, e va gestita con molta calma perché richiede una lenta adesione degli alunni ad aspetti concettuali che convivono in modi spesso difficilmente distinguibili dallo stesso insegnante.

⁹⁶ Intervento molto importante; sposta la questione dalla situazione problematica concreta all'equazione.

⁹⁷ Bella questa affermazione. In questa classe si attiva spesso un efficace 'scambio fra pari', a dir la verità meno frequente di quello che sarebbe necessario, data la sua indubbia efficacia (spesso l'intervento di un compagno è, in prima battuta, pedagogicamente più incisivo di quello dell'insegnante).

⁹⁸ Ottima osservazione! Nicola prosegue nella direzione di Federica.

⁹⁹ Federica sta maturando una discreta capacità di comprensione e di sintesi, il suo apporto alla discussione talvolta è determinante.

¹⁰⁰ Potrò constatare in futuro che non è così perché molti ancora utilizzano l'etichetta unità di misura. Qui mi ricollego a quanto detto nel Commento 91.

¹⁰¹ Ogni tanto è opportuno chiedere perché sono (o non sono) d'accordo. Se i pareri sono discordi, una strategia efficace consiste nell'invitare un rappresentante per ognuna delle posizioni e chiedere di illustrare quella della sua parte. Poi si ragiona tutti assieme attorno alle due argomentazioni. L'insegnante diventa svolge il ruolo di 'smistatore del traffico argomentativo'.

¹⁰² Anche in questo caso, come nella nota 9, devo dire che la **condivisione** non ha ancora portato all'unificazione dei protocolli degli studenti, alcuni sono ancora molto imprecisi. Inevitabile. Il processo è molto lungo, pieno di **evaporazioni** e di **condensazioni** molto instabili.



Sassari

1

1

2

3

4

5

1

2

3

Rosanna Durzu

A(Carlo): Secondo me va bene anche la d) perché è stato trovato il valore di n ¹⁰³

A (Nicola): Ma così non c'è più l'equilibrio della bilancia.

A (Matteo): Non ci sono più i due piatti.

A (Luigi): In un piatto c'è solo n e non $2n$, quindi la partenza è sbagliata.

A (Federica): La soluzione è opaca perché non si vede il processo in quanto in un piatto c'è n e nell'altro 350 diviso 2 quindi non possiamo mandarla a Brioshi.¹⁰⁴

A (Nicola): È stato applicato il primo principio solo in un piatto quindi non è valida. Nella f) e nella g) il contenuto dei due piatti non è collegato quindi non possiamo spedirle a Brioshi.

I: Siete d'accordo?

G: Sì

A (Michela): Nella i) non è indicato come si arriva ad individuare 175, il processo è opaco perché non si indica con quali passaggi siamo arrivati a 175.

A (Federica): La soluzione a) secondo me va bene perché è la più completa basta solo togliere la g di grammi ed è chiaro il processo.

I: Siete tutti d'accordo?

C: Sì

Matteo, che aveva dato la soluzione e) propone di eliminarla¹⁰⁵ perché neanche lui sa spiegarne il processo.

Termina la lezione e, ciò che è stato condiviso viene trascritto sui quaderni per l'invio a Brioshi.

¹⁰⁶

¹⁰³ Nella ricerca di n permane l'aspetto procedurale

¹⁰⁴ Federica usa un linguaggio molto corretto e pieno di riferimenti ai termini del Glossario ('opaco', 'processo', 'Brioshi'). Proporrei di evidenziare questo aspetto quando si presenta – e mi pare che accada piuttosto spesso - e di invitare la classe a generalizzarlo.

¹⁰⁵ È interessante la presa di coscienza dell'inadeguatezza della proposta attraverso la condivisione e la discussione. Condivido a mia volta.

¹⁰⁶ Un breve commento finale. La classe mi sembra molto coinvolta, rispettosa delle regole della discussione, e quindi di un contratto didattico impostato molto chiaramente. Sia l'insegnante che gli alunni usano cioè un glossario condiviso. Farei una proposta: prima della fine dell'anno prova a proporre alla classe la redazione di un Glossario visto 'con l'occhio dell'alunno'. Chiedi di scrivere una definizione per ognuno dei termini in uso (Brioshi, processo, prodotto, opaco, trasparente, rappresentare, ecc). Alcune classi (quinte) stanno già facendo la stessa cosa; poi confrontiamo le varie definizioni e ci riflettiamo sopra. Ne può uscire qualcosa di molto interessante.