



9 gennaio 2007

1 (uso del registratore)

La classe è formata da 17 alunni, 5 femmine e 12 maschi. Tutti gli allievi partecipano volentieri all'attività didattica anche se qualcuno è fortemente competitivo e va bilanciato il suo intervento per lasciare spazio agli altri; inoltre sono molto vivaci e chiassosi e questo fatto rallenta spesso il lavoro. I livelli di apprendimento possono essere così riassunti: 6 studenti possiedono buone competenze, 7 sufficienti, 3 scarse e uno studente ha un livello di scolarizzazione inadeguato alla classe che frequenta.

La prima fase dell'attività si svolge in poco tempo perché gli studenti hanno già lavorato con la bilancia. Stabilisco con gli studenti il protocollo e decidiamo che scriveremo sul quaderno le generalizzazioni delle situazioni che incontreremo lavorando con la bilancia, dopo averle condivise.

Sistemo nei due piatti della bilancia reale due pesi uguali.

I: Quali sono le condizioni di equilibrio della bilancia?

A (Antonio): La bilancia è in equilibrio se nei due piatti ci sono pesi uguali.

I: Siete tutti d'accordo?

C: Sì.

I: Scriviamo sul quaderno ciò che ha detto Antonio. Questo è il principio fondamentale della bilancia che dovremo tenere sempre presente durante tutta la nostra attività. Da questo momento in poi utilizzeremo una bilancia virtuale costituita da due quadernoni e da modellini di carta che rappresentano pesi e oggetti da pesare. *Mostro agli studenti alcune figurine che rappresentano pacchi di sale, di riso, di farina e i pesi.*

I: Sul piatto sinistro della bilancia metto un pacco di sale

A (Nicola)<sup>1</sup> interrompe: Da quanto?

I: Cosa significa 'da quanto'?

A (Nicola): Quanto pesa?

I: Sarà quello che dovrete scoprire. *Continuo a lavorare sulla bilancia. Sul piatto destro della bilancia metto 200 grammi,*<sup>2</sup>



I: La domanda è: quanto pesa il pacco di riso?

A (Nicola): 1 chilo.

I: Ripeto la situazione. Perché pesa 1 chilo?

A (Nicola): Perché le confezioni di sale che si comprano pesano 1 chilo.

I: Quindi quello che ho fatto sulla bilancia è ininfluente perché il sale che si compra pesa 1 chilo? Siccome il sale che si compra nel negozio pesa 1 chilo, per te quel pacco che c'è sulla bilancia pesa 1 chilo?

A (Marco): Il sale pesa 200 grammi.

I: Perché, come fai a dirlo?

A (Marco): I quadernoni (*intende dire i piatti della bilancia*) sono sulla stessa linea.

I: Se i quadernoni sono sulla stessa linea la bilancia com'è?

A (Marco): Uguale, no

A (Leonardo): La bilancia è dritta.

A (Marco): È in equilibrio.

I: Siete d'accordo con Marco?

C: Sì.

I: Nicola, mi stupisce una cosa; se ho detto che nel piatto di destra ho messo un peso da 200 grammi e nel piatto di sinistra un pacco di sale, perché sei uscito dalla situazione presentata ad un'altra ipotetica fuori dal contesto?

*Nicola non sa spiegare il perché.*

I: Qualcuno vuole sintetizzare?

A (Michela): Il sale pesa 200 grammi perché è mantenuto il principio di equilibrio della bilancia.

I: Siete tutti d'accordo?

C: Sì

I: Ricordiamoci che la nostra ipotesi è che i due piatti della bilancia siano in equilibrio. Vi propongo un'altra situazione: dispongo sul piatto di sinistra un pacco di farina e 50 grammi, sul piatto di destra 120 grammi. La domanda è, riflettete prima di rispondere, quanto pesa la farina? Ricordiamoci che la bilancia è in equilibrio.

A (Nicola): Io lo so ma ho paura di rispondere.

<sup>1</sup> Nicola è uno studente del gruppo descritto prima, ha scarse capacità di ascolto e interviene prima che gli altri abbiano concluso.

<sup>2</sup> Preferisco inserire dei disegni per favorire la lettura anche da parte dei colleghi che non conoscono l'attività.



Sassari

1

1

2

3

4

5

1

2

3

Rosanna Durzu



I: Ognuno di voi può esprimere il suo pensiero, voi siete 17 alunni, e tutti avete la possibilità di intervenire anzi è importante che tutti lo facciate.

A (Michela): 70 grammi.

I: Spiega come hai fatto.

A (Michela): Perché ho fatto 120 grammi che è il peso che si trova in un piatto e ne ho sottratto 50 grammi.

Esegui l'operazione suggerita da Michela e metto nel piatto di destra un peso da 70 grammi.



I: La bilancia è in equilibrio?

A (Antonio): Sì.

I: Quindi se sottraggo da 120 grammi 50 grammi, la bilancia è in equilibrio?

G: No!

A (Michela): Non ho capito cosa ha fatto.

I: Ho eseguito ciò che tu hai detto e ho domandato se la bilancia è ancora in equilibrio.

A (Michela): No.

I: Allora c'è qualcosa che non va.

A (Carlo): Bisogna aggiungere 70 grammi al piatto di sinistra.

Esegui ciò che dice Carlo e domando se la bilancia è in equilibrio.



A (Carlo): No, perché la farina misura 70 grammi.

A (Luigi): Basta togliere i 50 grammi dalla farina.

I: Esprimiti meglio, ricordatevi che le nostre comunicazioni le dobbiamo trasmettere a Brioshi<sup>3</sup> e quindi le dobbiamo tradurre in linguaggio matematico.

I: Allora, tolgo 50 grammi dal piatto della farina, la bilancia è in equilibrio?

A (Luigi): E mettere 50 grammi al posto di 120. no, sottraggo 50 da 120 e sono 70 poi... no, no, addiziono la farina a 70 grammi.

I: Non conosci il peso della farina è proprio quello che devi trovare.

C'è un momento di stallo, invito gli studenti che non sono ancora intervenuti ad esprimere il loro punto di vista.

A (Federica): In un piatto abbiamo 120 e nell'altro il peso della farina più 50. Tolgo 50 dal peso di 120 e 50 pure dalla farina.

I: Federica puoi cercare di esprimere meglio il tuo ragionamento?

A (Federica): Tolgo dal piatto dove c'è la farina 50 grammi e 50 grammi dal piatto dove c'è 120 grammi

I: La bilancia è in equilibrio?

C: Sì

I: Siete tutti d'accordo con Federica?

C: Sì.

I: Quindi quanto pesa la farina?

A (Federica): 70 grammi.

I: Questo è il primo principio, qualcuno vuol dire cosa scriviamo sul quaderno?

A (Marco): Se la bilancia è in equilibrio e togliamo dai due piatti lo stesso peso, la bilancia rimane in equilibrio.<sup>4</sup>

<sup>3</sup> Ovviamente ho già presentato agli studenti questo mediatore didattico.

<sup>4</sup> Gli alunni mostrano nel complesso una bella disposizione alla verbalizzazione. Otto sono intervenuti nella discussione, ma penso che facciano lentamente da traino agli altri. In questi casi cito molto spesso l'articolo: Boero P., (1990), allievi con difficoltà di apprendimento: che fare?, Notiziario UMI, 63-80, in particolare dove scrive: "In base alle nostre esperienze, ci sembrano inutili o addirittura dannosi i seguenti comportamenti e interventi: ... abbassare il livello delle prestazioni richieste alla classe; anche questa scelta può apparire "ragionevole" all'insegnante (soprattutto in presenza di molti allievi con gravi difficoltà di apprendimento); in realtà pure essa ha come conseguenza un minore impegno e una minore "tensione" di lavoro da parte degli allievi migliori, e d'altra parte sul lungo periodo la mancata esposizione a situazioni problematiche impegnative finisce per danneggiare



Sassari

1

1

2

3

4

5

1

2

3

Rosanna Durzu

Gli studenti scrivono sul quaderno il primo principio.

I: Vi propongo un'altra situazione: metto sul piatto di sinistra due pacchi di riso di uguale peso, nell'altro piatto un peso da 200 grammi. Quanto pesa un pacco di riso? Come faccio a trovare il peso di un pacco di riso?



A (Marco): Può ripetere?

Ripeto la situazione e chiedo maggiore attenzione.

A (Michela): 100 grammi.

I: Spiega come hai fatto.

A (Michela): Ho diviso il peso 200 grammi per i pacchi di sale<sup>5</sup>.

I: Attenta, ripensa alla frase che hai detto.

A (Marco): Sottraggo, tolgo a tutt'e due la misura di un pacco di, non lo sappiamo, uno è di 200 e l'altro. (Pensa a voce alta) Divido tutt'e due per 200 grammi<sup>6</sup>.

I: Come puoi dividere i 2 pacchi di riso, di cui non conosci il peso, per 200 grammi?

A (Luigi): Ho preso i 200 grammi e li ho divisi per un pacco di sale

I: Come puoi dividere 200 grammi con un pacco di sale di cui non conosci il peso?

A (Luigi): Stavo dicendo, ci sono due pacchi di sale, ho fatto 200 diviso 1 e fa 1, ogni pacco 1 chilogrammo<sup>7</sup>.

I: Stai attento, 200 diviso 1 fa 200.

A (Luigi): Ah è vero, no.

A (Ivan): Sposto un pacco di sale<sup>8</sup> dove ci sono i 200 grammi, dal totale sottraggo i 200 grammi.

A (Leonardo): Se i pesi sono uguali la bilancia è in equilibrio.

A (Alessia): Se un peso è di 200 grammi, allora il sale per stare alla pari deve essere 100 grammi l'uno, ogni pacco di sale deve essere 100 per mantenere la bilancia in equilibrio.

I: Traduciamo in linguaggio matematico questo ragionamento.

A (Leonardo): Togliere un pacco di sale da un piatto e mettere nell'altro un peso da 100.

I: Tolgo un pacco di sale, di cui non conosco il peso, da un piatto, tolgo 100 grammi dall'altro e mi rimangono 100 grammi, come faccio ad essere certa che la bilancia sia in equilibrio considerando che non so quanto pesa il sale?

Invito gli studenti a riflettere sul primo principio.

A (Marco): Togliamo a tutt'e due 100 grammi<sup>9</sup>

Mi rendo conto che ci siamo impantanati e decido di presentare una situazione analoga a questa ma con misure multiple di tre, penso che aiuterà gli studenti ad allontanarsi dall'idea di sottrarre<sup>10</sup>.

I: Sistema su un piatto della bilancia 3 pacchi di riso di peso uguale e 75 grammi nell'altro piatto. Qual è il peso di un pacco di riso?



A (Alessandro): 25.

I: Spiega meglio.

A (Alessandro): Perché 75 diviso 3 fa 25<sup>11</sup>.

proprio gli allievi con maggiori difficoltà di apprendimento, che faranno molta fatica a superare gli ostacoli che esse presenteranno quando inevitabilmente verranno proposte."

<sup>5</sup> Evidentemente Michela, che è la stessa che aveva proposto la prima soluzione al primo problema, ha colto solo parzialmente gli esiti della discussione, perché ripropone anche in questo caso la stessa strategia della 'sottrazione'.

<sup>6</sup> Si ripete la stessa dinamica sociale della situazione precedente: Michela propone la strategia operativa, Marco intuisce il germe del principio del 'fai la stessa cosa da tutte e due le parti' (anche se propone un calcolo sbagliato). Sarebbe produttivo, al momento opportuno, far riflettere la classe sul confronto tra le due strategie Michela - Marco, collocandole la prima in una prospettiva aritmetica e la seconda in quella algebrica (più evoluta).

<sup>7</sup> Luigi è uno studente impulsivo, spesso interviene senza aver riflettuto attentamente.

<sup>8</sup> Soprattutto nelle fasi iniziali dell'attività spesso è utile che gli alunni concretizzino le loro proposte spostando concretamente gli oggetti sul modella della bilancia, in modo da rendere sempre ben visibile a se stessi e agli altri il 'filmato' della loro strategia.

<sup>9</sup> La proposta di Marco è la conseguenza dell'invito a pensare al primo principio. D'altro canto è proprio lui che ha dato il 'la' alla scoperta dei principi. All'inizio è peraltro normale che gli alunni li applichino senza rendersi conto che bisogna essere certi di togliere dai piatti (o di dividere per) la stessa quantità.

<sup>10</sup> Ottima strategia. Si è dimostrata vincente in molte situazioni analoghe.

<sup>11</sup> Un classico!



Sassari

1

1

2

3

4

5

1

2

3

Rosanna Durzu

I: Sul piatto di destra tolgo il peso da 75 e metto un peso da 25, la bilancia è in equilibrio?

A (Alessandro): Bisogna sottrarre 2 pacchi di sale.

A (Alessia): Lui ha detto 75 diviso 3 e fa 25 poi divide per i tre pacchi di riso, per mantenere l'equilibrio tolgo 2 pacchi di riso.

I: Quindi in un piatto divido e nell'altro tolgo?

A (Luigi): Abbiamo 3 pacchi di riso in un piatto e 25 grammi nell'altro.

I: La bilancia era in equilibrio con 3 pacchi di riso in un piatto e 75 grammi nell'altro.

A (Luigi): 75 diviso 3 fa 25, 25 per 25 fa 25, quindi ogni pacco pesa  $\frac{1}{2}$  chilo.

*Si sente un brusio e una parte della scolaresca dichiara di non aver capito il ragionamento di Luigi.*

I: Luigi puoi spiegare il tuo ragionamento?

*Luigi non è in grado e mi accorgo che gli studenti sono ancorati al primo principio<sup>12</sup>.*

A (Marco): Allora 75 diviso 3 fa 25, prendo 50 e lo sottraggo al piatto di sinistra.

*Metto al posto del peso da 75 un peso da 25.*



A (Marco): E gli altri lo sottraggo dagli altri.

I: Chi sono gli altri?

A (Marco): È 50.

I: Come hai ricavato 50?

A (Leonardo): 75 diviso 3 e poi tolgo due pacchi di riso.

A (Michela): Divido 75 per 3 e tolgo due pacchi di riso dai tre pacchi di riso.

A (Federica) *tenta di riprendere il mio discorso con Marco*: Perché 75 meno 50 fa 25 e ognuno dei pacchi di riso pesa 25.

A (Marco): Come fai a sapere che un pacco di riso pesa 25?

A (Michela): Se la bilancia è in equilibrio quello che abbiamo sul piatto di destra equivale a tre volte quello che abbiamo sul piatto di sinistra... *Non sa come continuare.*

A (Marco): *Se divido per 3 ciò che c'è nel piatto di destra, divido per 3 ciò che c'è nel piatto di sinistra, quindi il riso pesa 25 grammi<sup>13</sup>.*

A (Michela): *Se dividiamo ciò che c'è nei piatti della bilancia per uno stesso numero, la bilancia rimane in equilibrio.<sup>14</sup>*

I: Vi pare che ciò che ha detto Michela sia corretto?

C: Sì.

*Scriviamo sul quaderno il secondo principio e propongo la quarta situazione.*

I: Appoggio nel primo piatto un pacco di sale e 150 grammi, nel secondo piatto 4 pacchi di sale. I pacchi di sale hanno tutti lo stesso peso. Quanto pesa un pacco di sale?



*Devo ripetere più volte la situazione perché qualche studente inizia a distrarsi e discute col vicino di banco di questioni non attinenti. Per riattivare l'attenzione<sup>15</sup> scrivo alla lavagna:*

<sup>12</sup> Forse è stato fuorviante il mio richiamo al primo principio? Probabilmente sì, ma sappiamo molto bene quanto sia difficile gestire nell'attività didattica le microsituazioni. Uno degli scopi della diarizzazione è proprio quello di consentire una lettura a posteriori dell'attività e di riflettere sull'incidenza dei nostri interventi (suggerimenti, inviti, presunte 'dritte', ecc) sull'andamento dell'attività. In termini generali, un punto deve essere chiaro: eventuali errori sono un frutto della disponibilità da parte dell'insegnante di mettersi in gioco. Proprio perché promuovere la discussione è un'attività 'senza rete', molti insegnanti la rifiutano preferendo una più rassicurante lezione frontale.

<sup>13</sup> Per fortuna c'è Marco! Risolve la situazione per la seconda volta. Onore al merito, ma c'è anche da rilevare che la sua intuizione si realizza all'interno di una ricchissima discussione, che di sicuro l'ha in qualche modo preparata. C'è insomma una integrazione importante fra il gesto individuale e il contorno sociale che le ha fatto da incubatrice. Prima o poi potresti proporre alla classe una riflessione su questi aspetti. Penso che la coinvolgerebbe.

<sup>14</sup> Marco e Michela sono dei notevoli propulsori per la costruzione sociale della conoscenza della classe.

<sup>15</sup> Attività di questo tipo sono molto impegnative per gli alunni, perché comportano la necessità di mantenere l'attenzione attiva in più direzioni: le difficoltà della situazione matematica in sé, gli interventi dei compagni (spesso confusi o poco coerenti, oppure risolutivi, ma ad un livello che trova ancora impreparata gran parte della classe), quelli dell'insegnante, i cambiamenti concreti sui piatti che spesso spiazzano chi non ha le idee chiare e magari ha perso l'intervento che ha condotto allo spostamento degli oggetti fra un piatto e l'altro. Per queste



Sassari

1

1

2

3

4

5

1

2

3

Rosanna Durzu

150g. sale

sale sale sale sale

Intorno alla parola sale ho disegnato un parallelepipedo per non suggerire<sup>16</sup> la terza e la quarta fase.

A (Marco): Tolgo un pacco di sale da ogni piatto della bilancia, poi divido tutt'e due per 3, in uno rimane un pacco di sale e nell'altro 50 quindi il sale pesa 50 grammi<sup>17</sup>.

I: Prova a tradurre la situazione in modo più preciso.

A (Marco): Tolgo un pacco di sale dai due piatti della bilancia, divido per 3 ciò che rimane nei due piatti quindi un pacco di sale pesa 50 grammi.

I: Siete tutti d'accordo?

C: Sì.

I: Vi propongo un'altra situazione; appoggio su un piatto della bilancia 270 grammi e due pacchi di riso, nell'altro 5 pacchi di riso e 60 grammi.



Mi rendo conto che scrivere alla lavagna la situazione favorisce l'attenzione, quindi scrivo:

270 g. riso riso

riso riso riso riso riso 60 g.

Anche intorno alla parola riso disegno dei sacchetti.<sup>18</sup>

A (Michela): Tolgo dal primo 2 pacchi di riso e dall'altro 60 grammi.

I: La bilancia è in equilibrio?

A (Michela): No, aspetti.

A (Alessia): Da lì sempre, dal primo piatto tolgo 2 pacchi di riso, dal secondo un piatto di riso e 60 grammi.

A (Simona): Tolgo due pacchi di riso dal primo piatto e altri due dall'altro, poi divido 270 per 3<sup>19</sup> ma c'è ancora 60 grammi.

A (Giovanni): Si tolgono due pacchi dal primo e dal secondo poi si sottrae 60 a 270 e poi si divide per tre.

Eseguo ciò che ha detto e chiedo se la bilancia mantiene l'equilibrio.



C: No.

Gli studenti parlano tra loro in modo disordinato. Chiedo a Giovanni di riprendere il suo ragionamento

A (Luigi): Tolgo 2 pacchi di riso dai due piatti più 60 grammi dai due piatti.

A (Nicola): La bilancia è in equilibrio?

A (Alessia): Poi faccio 210 diviso 3.

A (Michela): Allora, toglì 2 pacchi da uno e dall'altro piatto della bilancia poi togli 60 da 270 e dall'altro piatto poi dividi sia i tre pacchi rimasti che 210 per tre; un pacco pesa 70 grammi<sup>20</sup>.

Suona la campana e finisce l'ora di lezione.<sup>21</sup>

ragioni conviene probabilmente una maggiore lentezza nella gestione dell'attività, diluendola magari in due incontri e rendendola più operativa anche con l'intervento diretto degli alunni.

<sup>16</sup> Non mi è ben chiaro il ruolo del 'parallelepipedo'. Tendenzialmente in questa fase non si dovrebbe scrivere nulla, ma si dovrebbe privilegiare l'attività manipolativa, proprio per non influenzare la fase successiva, molto delicata, della rappresentazione.

<sup>17</sup> Marco ha colpito ancora!

<sup>18</sup> Ribadisco quello che ho scritto nella nota 16. La tua rappresentazione in qualche modo dà agli alunni un'indicazione (che naturalmente in questo momento non viene percepita da loro a livello cosciente) di come si possa rappresentare la situazione. Sono curioso di vedere se questa mia ipotesi verrà confermata o meno.

<sup>19</sup> Tipica fretta nell'applicazione del secondo principio, dettata dall'inesperienza.

<sup>20</sup> Bravissima Michela, voce probabilmente ormai inascoltata!

<sup>21</sup> Osservazioni conclusive: proporrei, nel caso di ripetizione dell'esperienza in un'altra classe, di diluire l'attività in almeno due incontri, favorire la manipolazione, non usare rappresentazioni. Ottime le modalità della discussione.



Sassari

I

I

2

3

4

5

I

2

3

Rosanna Durzu

11 gennaio 2007

2 (uso del registratore)

I: Prima di iniziare la nostra attività riassumiamo i tre principi della bilancia.

A (Nicola): Se la bilancia è in equilibrio nei due piatti c'è lo stesso peso.

I: Come abbiamo chiamato questo principio?

C: Principio fondamentale.

A (Michela): Il primo principio dice che quando si toglie un peso uguale da entrambi i piatti la bilancia mantiene l'equilibrio.

I: Siete tutti d'accordo?

C: Sì.

A (Matteo): Il secondo principio: se la bilancia è in equilibrio si divide per lo stesso numero in entrambi i piatti, la bilancia rimane in equilibrio.

I: Possiamo esprimere meglio il secondo principio?

A (Alessia): Se si divide per uno stesso numero il contenuto dei due piatti di una bilancia in equilibrio, la bilancia mantiene l'equilibrio.

I: Così va meglio per tutti?

C: Sì.

Propongo agli studenti una situazione analoga alla prima. Metto su un piatto della bilancia un pacco di riso e sull'altro un peso da 500 grammi e domando quanto pesa il pacco di riso. **Gli studenti prendono appunti sul loro quaderno<sup>22</sup>.**



A (Matteo): Il piatto di riso è nel piatto di destra o di sinistra?

A (Luigi): Non è importante saperlo.

I: Perché?

A (Luigi): Perché il peso è uguale.

I: Spiegati meglio.

A (Michela): Anche se scambi tra loro i pesi la bilancia rimane in equilibrio.

I: **Quello che è emerso ora è importante<sup>23</sup>.**

A (Luigi): Anche nell'addizione se scambi l'ordine degli addendi il risultato è uguale.

I: L'equilibrio della bilancia è in relazione con la proprietà dell'addizione?

A (Luigi): **Forse no.<sup>24</sup>**

Riprendiamo la situazione che avevo presentato e ripropongo la domanda.

A (Antonio): 500 grammi.

I: Come fai a dirlo?

A (Antonio): Perché se è in equilibrio il riso pesa 500 grammi.

I: Antonio vuoi spiegare meglio il tuo ragionamento?

A (Michela): Il riso pesa 500 grammi per il principio fondamentale della bilancia.

I: Siete tutti d'accordo?

C: Sì.

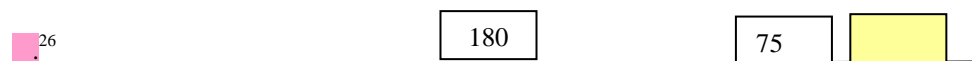
Propongo agli studenti un'altra situazione; sistemo su un piatto della bilancia un pacco di sale e 75 grammi e nell'altro piatto 180 grammi. **Domando il peso del pacco di sale<sup>25</sup>.**

<sup>22</sup> Siccome ho in mente la sequenza dell'Unità, e mi aspetterei l'avvio della terza fase (la rappresentazione) - come esplorazione e conquista del simbolo, conquista della rappresentazione del concetto di equilibrio, confronto fra linguaggi, 'pulizia' delle diverse rappresentazioni, e così via - non so bene come intendi collocare questo momento nell'attività. Ora come ora, ognuno rappresenta come vuole? Avete concordato delle modalità di rappresentazione? Cosa rappresentano gli alunni? Sono degli 'appunti di viaggio' che lasci fare senza ancora ragionarci sopra?

<sup>23</sup> È vero. È un'ottima considerazione.

<sup>24</sup> Emerge in modo naturale la proprietà simmetrica delle uguaglianze, preferisco non approfondire ora perché non siamo arrivati alla terza fase "dalla rappresentazione della bilancia al segno uguale". Ho fatto male? La questione si può anche affrontare a livello concreto; probabilmente il 'vedere' davvero lo scambio dei piatti consolida il concetto della simmetria, e prepara il terreno ad aspetti concettuali più evoluti che approfondirete attraverso la rappresentazione.

<sup>25</sup> Poiché ho notato che qualche studente risponde senza aver riflettuto, sempre per quella forma di competizione a cui ho accennato nella presentazione della classe, chiedo di aspettare un po' prima di formulare le risposte.



A (Carlo): Il sale pesa 110 grammi per il primo principio, perché se si toglie da tutt'e due i piatti lo stesso peso, la bilancia rimane in equilibrio.

G: Quindi 105.

A (Carlo): Ho sbagliato la sottrazione

I: Carlo si è sbagliato sul **prodotto ma non sul processo**<sup>27</sup>, siete d'accordo<sup>28</sup>?

G: Sì.

A (Leonardo): Si sottrae 75 da 180.

A (Michela): Non sono d'accordo con Leonardo perché lui ha detto che togliamo 75 da 180, ma se facciamo così la bilancia non è più in equilibrio, invece dobbiamo togliere 75 da entrambi i piatti.

I: Siete d'accordo?

C: Sì.

*Gli studenti scrivono la risposta sul quaderno e la motivano. Propongo una situazione analoga alla terza; dispongo su un piatto della bilancia due pacchi di riso e nell'altro 350 grammi. Dopo aver specificato che i pacchi di riso hanno lo stesso peso chiedo quanto pesa un pacco di riso.*



A (Ivan): Divido 350 per i due pacchi di riso.

A (Matteo): Dobbiamo dividere tutt'e due i pesi e guardare se la bilancia resta in equilibrio, se la bilancia resta in equilibrio vuol dire che abbiamo fatto bene.

I: È necessario che guardiamo (*sottolineo col tono di voce il termine guardiamo*) che la bilancia resti in equilibrio, vi ricordo che la nostra è una bilancia virtuale.

A (Simona): Dobbiamo dividere 350 per i due pacchi di sale e i due pacchi di sale per due.

A (Giovanni): Sono d'accordo con Simona.

A (Carlo): Dobbiamo dividere il contenuto dei due piatti per uno stesso numero.

A (Simona): Io ho detto così.

I: Tu hai detto che dividevi 350 per i due pacchi di sale, è lo stesso che dire diviso due?

A (Michela): Il riso pesa 175 grammi, ho calcolato perché togliendo, no dividendo il contenuto di entrambi i piatti per due ho ottenuto 175 grammi.

I: Siete d'accordo?

C: Sì

*Gli studenti scrivono la risposta sui quaderni esplicitando l'applicazione del secondo principio. Propongo una situazione analoga alla quarta.*

I: In un piatto della bilancia dispongo un pacco di sale e 440 grammi, nell'altro piatto 5 pacchi di sale. I pacchi di sale hanno tutti lo stesso peso. Quanto pesa un pacco di sale?



*Leonardo farfuglia una probabile risposta, senza riflettere.*

<sup>26</sup> *Disegno i pesi incogniti e quelli sconosciuti indifferentemente sul piatto di destra o di sinistra, pur non sapendo come li avete disposti davvero durante l'esperienza, proprio per consolidare la simmetria di cui si è parlato nel commento precedente (probabilmente hai fatto la stessa cosa).*

<sup>27</sup> *Ti propongo di trascrivere termini come 'prodotto', 'processo', 'rappresentazione', 'linguaggio', eccetera su delle strisce di cartone che potete appendere alla parete, in modo che gli alunni vedano crescere il Glossario – espressione del quadro teorico all'interno del quale state lavorando, condivisibile con una qualsiasi delle 'classi ArAl' di Belluno, Aosta o Pesaro – e siano quindi consapevoli che anche la 'loro' matematica possiede aspetti culturali, metodologici, teorici, 'filosofici'. Le strisce consentono anche di riflettere sui termini. In una quarta, alcuni giorni fa, ho chiesto di formulare una frase che contenesse 'Brioshi', 'processo', 'trasparente' (termini presenti nelle strisce appese in aula). Non ho ancora sottomano il diario, ma il senso era più o meno questo: "Se scrivo a Brioshi, è meglio che gli mandi il processo, perché è più trasparente, e lui capisce meglio cosa ho fatto".*

<sup>28</sup> *Ovviamente gli studenti conoscono la differenza tra i due perché ne parliamo ogni volta che si presenta l'occasione anche in altri contesti.*



Sassari

1

1

2

3

4

5

1

2

3

Rosanna Durzu

I: Il nostro protocollo era che tutti dovevate scrivere la situazione sul quaderno, dovevate riflettere un po' e poi alzando la mano intervenire per dare la risposta spiegando il perché.

A (Antonio): Si toglie un pacco di sale da ognuno dei due piatti e i restanti si dividono per 440.

I: Credi di aver spiegato bene il processo?

A (Antonio): In italiano sì.

A (Nicola): Tollo un pacco di sale da entrambi i piatti della bilancia, mi restano 4 pacchi in uno e 440 nell'altro, poi divido 440 per 4.

A (Antonio): E io cosa ho detto?

A (Nicola): No, tutt'e due i piatti per 4.

I: Tutt'e due i piatti?

A (Nicola): Da tutt'e due i piatti divido per 4.

I: **Vogliamo verbalizzare meglio, con più precisione<sup>29</sup>?**

A (Michela): Tollo da entrambi i piatti un pacco di sale e divido il contenuto di entrambi i piatti per 4, ottengo 110 che è il peso di un pacco di sale.

*Chiedo a Nicola di confrontare il suo ragionamento con quello di Michela per trovare differenze.*

A (Nicola): L'ha detto meglio.

I: In che senso l'ha detto meglio?

A (Nicola): Non dovevo dividere i piatti ma il contenuto dei due piatti.

I: Siete tutti d'accordo?

C: Sì.

*Gli studenti scrivono la risposta sul quaderno. Propongo alla classe una situazione analoga alla quinta.*

I: Dispongo su un piatto della bilancia 2 pacchi di riso e 320 grammi, nell'altro piatto 6 pacchi di riso e 40 grammi. I pacchi di riso hanno tutti lo stesso peso, quanto pesa un pacco di riso?



A (Nicola): **Togliamo da entrambi i piatti 40 grammi<sup>30</sup>** (non continua la frase)

A (Alessandro): Dividiamo 6 pacchi di riso per 2, no, sottraiamo 2 pacchi di riso. Continua ad esprimere qualcosa in modo confuso.<sup>31</sup>

A (Matteo): Bisogna togliere dai due piatti della bilancia la stessa quantità.

A (Nicola): Leviamo i 40 grammi dal contenuto dei due piatti, togliamo due pacchi da tutt'e due i piatti e **restano 320 grammi** e quattro pacchi di riso, poi **dividiamo per 2<sup>32</sup>** il contenuto di tutt'e due i piatti. Il riso pesa 70 grammi.

A (Anna): Faccio 320 meno 40 e li tolgo da tutt'e due i piatti, tolgo 40 grammi da tutt'e due i piatti. Rimane 280 nel piatto di sinistra e poi faccio... poi tolgo due pacchi di riso da entrambi i piatti, quindi non ci sono più i due pacchi di riso nel piatto di sinistra e ci sono 4 pacchi nel piatto di destra, poi faccio 280 diviso 4 e mi dà 70<sup>33</sup>.

A (Carlo): **Bisogna levare 40 grammi da ogni piatto poi bisogna dividere il contenuto di un piatto 280 diviso 4<sup>34</sup>.**

I: Vorrei che voi steste attenti alle differenze di linguaggio, di ciò che dicono i compagni, perché Anna e Carlo sono convinti di aver detto la stessa cosa<sup>35</sup>.

A (Michela): Allora, tolgo da entrambi i piatti 40 grammi e due pacchi di riso e poi divido quel che resta in entrambi i piatti per 4, il riso pesa 70 grammi.

I: Siete tutti d'accordo?

C: Sì.

*Ci soffermiamo ad analizzare ciò che hanno detto Carlo, Anna e Michela, gli studenti scrivono sul quaderno ciò che ha detto Michela.*

*Assegno agli studenti, per casa, l'invenzione di situazioni analoghe a quelle che abbiamo analizzato in classe e chiedo che venga anche proposta la soluzione.*

A (Carlo): Si può applicare due volte il secondo principio?

*Poiché è suonata la campana di fine lezione non rispondo alla richiesta di Carlo perché credo meriti attenzione.*

<sup>29</sup> Ottima richiesta. Potete aggiungere ai termini esposti anche 'verbalizzare'.

<sup>30</sup> Man mano che i ragazzi formulano le loro proposte, qualcuno (tu o un alunno) le concretizzate togliendo realmente gli oggetti? Riprodurre la scena è un supporto visivo molto potente.

<sup>31</sup> Non posso registrare perché c'è un po' di rumore di sottofondo e dalla registrazione non capisco.

<sup>32</sup> Siccome arriva ad un corretto '70', penso che Nicola credesse di dire 'restano 280 grammi' e 'dividiamo per 4'.

<sup>33</sup> Il ragionamento è condotto sul filo algebrico del 'faccio la stessa cosa da entrambe le parti', nella conclusione risbucca l'idea aritmetica del 'faccio un'operazione'.

<sup>34</sup> Stesso atteggiamento di Anna. In termini generali, possiamo dire che ci troviamo in una delicata, importante fase di passaggio fra due livelli del balbettio algebrico.

<sup>35</sup> Affermo questo perché i due studenti annuiscono come per dire "Io cosa avevo detto?".