

Commenti insegnante di classe

Commenti Giancarlo Navarra

Commenti di Nicolina Malara (Università di Modena e Reggio Emilia)

Commenti di Salvatore Sini (coordinatore ArAl Sassari) e Carlo Pensavalle (Università di Sassari)

14-15 marzo

Uso del registratore

La classe, composta da 14 alunni di cui una arrivata quest'anno con disabilità grave, ha iniziato dalla prima il percorso dell'early algebra all'interno del quadro teorico e metodologico del progetto ArAl. La classe con l'insegnante di scienze ha effettuato rilevamenti e misurazioni, ha confrontato temperature e costruito grafici. Nell'aula di scienze si fa una breve rivisitazione delle loro conoscenze, si mettono a confronto i termometri e si rilevano alcune differenze in relazione alla loro funzione. Ci si sofferma sul termometro meteorologico: i bambini ne spiegano la struttura, la scala graduata (C°), disquisiscono di temperature, di numeri positivi e negativi. Rientrati in aula si propone loro di rappresentare il termometro meteorologico con un disegno. Non si rilevano difficoltà, ad eccezione di qualche insicurezza che si risolve facilmente; ognuno si diletta a disegnare il proprio termometro correttamente, secondo forme e grandezze diverse.

Prima fase

Si mostrano al computer le immagini dei paesaggi e senza difficoltà i bambini mettono in relazione ambienti e temperature.

Premesso che in ambito matematico il discorso dei numeri con segno non è mai stato affrontato, si stimola una conversazione (quasi) libera per conoscere le loro percezioni, le loro rappresentazioni, per scoprire che cosa hanno costruito e che cosa stanno costruendo.

I: I vostri disegni sono bellissimi. Potreste spiegare quale criterio avete utilizzato per disegnare i termometri, soprattutto come vi siete organizzati per costruire la scala graduata.¹

Samuele: In un termometro c'è il bulbo e dal bulbo parte una colonna, io ho tracciato una linea e ho segnato lo 0 e poi sotto lo 0 ho messo i numeri alla stessa distanza -1 e sotto -2 , -3^2 ... e così fino a -10 . Poi ho fatto la stessa cosa e ho messo i numeri sopra lo 0 cioè 1 , 2 ...

I: Come sono questi ultimi numeri?

Samuele: Sono con il segno più, ma si capisce che sono positivi perché stanno sopra lo 0. Lo 0 è un divisore tra numeri positivi e negativi, per questo non ha segno.³

Giulia: Lo 0 è come una linea che separa due mondi diversi: il mondo dei positivi e il mondo dei negativi.

Aurora: Lo 0 è un punto di riferimento perché da lì iniziano tutti i numeri positivi e negativi. Lo 0 serve per orientarsi, cioè ci sono i negativi e i positivi e noi partendo dallo 0 li troviamo nella retta, però questa retta non è come nei numeri naturali che inizia con lo 0 mentre qui lo 0 fa da orientatore.

Michele: Funziona come una bussola: i negativi a destra, i positivi a sinistra, oppure in alto e in basso, lo 0 sta sempre al centro.⁴

Daniele: Per me ogni numero positivo e negativo ha la stessa distanza dal punto di riferimento che è lo 0. Per esempio -1 e $+1$ si trovano alla stessa distanza dallo 0.

Ilenia: Lo 0 separa i positivi dai negativi.

¹ Ovviamente l'intento è quello di conoscere quale percezione hanno i bambini della retta dei relativi e quale interpretazione danno dei segni $+$ e $-$.

² Dal diario sembra che usiate già la notazione con i segni in pedice. Siccome non compare in seguito penso che essa sia usata solo nella trascrizione. In caso contrario sarebbe utile sapere come l'insegnante l'ha introdotta e se ci sono state difficoltà. Attraverso i diari relativi alla sperimentazione non ci sono stati comunque problemi in nessuna classe.

³ Samuele utilizza il termine 'divisore' (che viene dal linguaggio dell'aritmetica) in modo improprio attribuendo alla parola il significato di 'elemento di separazione'. Questa microsituazione sfugge al controllo dell'insegnante che non interviene.

⁴ Bella questa osservazione. Prepara alla rappresentazione sugli assi cartesiani. Lo abbiamo scritto anche negli Appunti Iniziali del quaderno 9: 'Poiché la retta dei numeri è la componente monodimensionale del sistema di coordinate cartesiane, conviene riferirsi ad essa sia in orizzontale (futuro asse delle ascisse) sia in verticale (futuro asse delle ordinate)'.
 1

Samuele: Lo 0 funziona come un'asse di simmetria⁵ perché i numeri uguali positivi e negativi hanno la stessa distanza dallo 0. La simmetria è quando due punti hanno la stessa distanza dall'asse e quindi può funzionare.

Michele: Sono d'accordo. Per esempio -5 e $+5$ si trovano alla stessa distanza dallo 0.

...

Tutti condividono la tesi di Samuele.

I: Come sono quindi questi numeri rispetto allo 0?⁶

Elena R: Sono opposti. Si trovano in posizione opposta rispetto allo 0⁷.

Daniele: Allora maestra tutti i numeri, per esempio $+5$, tutti i numeri con segno 'meno' sono opposti, anche -2 , -3 ...?

I: Daniele ha fatto una bella domanda. Ripetila ai tuoi compagni e sentiamo che cosa ne pensano.

Daniele: Ho chiesto se un numero qualsiasi, per esempio se $+5$ è opposto di -1 , -2 , -3 ... tutti i numeri negativi.

Samuele: 'Opposto' secondo me non vuole solo dire di diversa appartenenza del segno. Diciamo che **due numeri opposti sono uguali e diversi**⁸.

I: Cosa intendi dire con 'uguali e diversi'?

Samuele: Uguali perché il numero è uguale, diversi perché uno è col segno + e l'altro col segno - .

Michele: Io volevo aggiungere che due numeri quando sono opposti, si possono utilizzare due parole: opposti e simmetrici -6 e $+6$, non possono essere opposti -6 e $+5$. **Lo 0 fa sì che due numeri possano essere opposti e simmetrici fra loro**⁹.

Elena M: Secondo me non tutti i numeri sono opposti. Sono opposti due numeri che hanno la stessa distanza dallo 0 che si trovano nello stesso punto ma con il verso opposto.

I: Come nello stesso punto?

Elena M: Volevo dire **in punti opposti cioè nella stessa direzione ma con il verso opposto**¹⁰. (La bambina apre le braccia a 180°).

Francesco: Secondo me sono opposti rispetto allo 0, a destra e a sinistra, ma due numeri opposti sono alla stessa distanza dallo 0.

Samuele: Due numeri sono opposti quando il numero è uguale, ma il segno è opposto, meno e più.¹¹

Beatrice: Lo 0 crea dei numeri positivi e negativi opposti¹², perché opposti sono due numeri uguali ma uno con il segno positivo e uno con il segno negativo, perché hanno la stessa distanza dallo 0.

⁵ I bambini nel descrivere lo 0 liberano la fantasia, attribuiscono ad esso ruoli e funzioni attraverso immagini davvero suggestive e significative (Giulia: 'Lo 0 è come una linea che separa due mondi diversi'; Aurora: 'Lo 0 è un punto di riferimento... lo 0 fa da orientatore.'; Michele: 'Funziona come una bussola'; Ilenia: 'Lo 0 separa'. Samuele ('Lo 0 è un divisore tra numeri positivi e negativi, per questo non ha segno') fa riferimento a termini e significati costruiti soprattutto in ambito geometrico, la classe si riconosce nella sua interpretazione della retta e la condivide.

⁶ Riascoltando la registrazione, forse potevo evitare la domanda perché sembra che rinforzi le loro teorie, in quel momento volevo che si arrivasse ad una sintesi e francamente visti gli interventi precedenti non mi aspettavo 'opposti' ma 'simmetrici' o 'in posizione simmetrica'.

⁷ L'intervento di Elena provoca la successiva domanda di Daniele e la discussione diventa molto interessante.

⁸ Come si vedrà anche più avanti, forse Samuele inizia a intuire il significato di "uguali come valore assoluto ma diversi "opposti" per il segno"? **Penso proprio di sì. Questa intuizione compare in altri diari.**

⁹ Chiarissima e perfetta la spiegazione "geometrica" di Michele. D'altronde il modello matematico di rappresentazione è la retta graduata, è inevitabile che i bambini percepiscano i numeri con segno positivo, simmetrici dei numeri con segno negativo rispetto allo 0. Il rischio è che questa rappresentazione possa essere di intralcio nel momento in cui su quella retta i numeri negativi e positivi dovranno "transitare".

¹⁰ Anche dalla gestualità, si capisce che più che una retta credo abbia in mente due semirette che hanno origine nello 0 e sono orientate secondo versi opposti. In effetti in ambito anglosassone la rappresentazione è questa. **Personalmente non sono d'accordo. Preferisco la convenzione (affine all'ordine sinistra-destra della scrittura) dove i due assi del piano cartesiano siano rette orientate, e il verso sia uno solo (sinistra \rightarrow destra e basso \rightarrow alto) e le relative frecce condensino queste convenzioni.**

¹¹ V. nota 5. Samuele parla di numeri 'opposti'; si può favorire una ulteriore riflessione circa l'espressione 'numeri opposti': è bene esplicitare la proprietà che caratterizza tali coppie di numeri, ossia quella di: essere non solo di segno opposto ma di avere anche la stessa parte intera. Questo si esprime meglio dicendo 'numeri opposti l'uno dell'altro'. È importante che la classe comprenda che la particolarità dei due numeri si traduce nel fatto che: sommati insieme danno lo zero. Questo è evidenziato sulla linea dei numeri dal fatto che i due punti che li rappresentano sono simmetrici rispetto allo zero. Per far cogliere tale relazione, conviene introdurre l'operatore opposto, retto dal predicato 'essere opposto di...' che associa ad un numero quello con la stessa parte intera ma con segno opposto. È un predicato unario, ossia che si applica ad un numero, che permette di individuare un altro numero, unico, appunto quello che, sommato al primo, dà 0.

¹² **Bella l'immagine dello 0 che crea, che genera numeri... Beatrice fa propria la tesi di Samuele 'uguali / diversi'.**

Fabiola: Lo zero è come un muro, è un punto di riferimento anche per i numeri naturali, e poi dal numero 0 si fa una sottrazione -1 -2 -3...¹³

I: Potresti spiegarti meglio?

Fabiola: Io per disegnare il termometro ho messo lo 0 e sopra ho segnato i numeri fino a 20 e poi invece sotto lo 0 ho sottratto -1...

I: Qualcun altro, come dice Fabiola, ha sottratto mentre scriveva i numeri con segno?

Michele: Secondo me non si fanno operazioni. I segni + e - sono segni che segnano l'appartenenza a un gruppo¹⁴ a cui appartiene quel numero che può essere negativo o positivo. Però lo 0 non ha segno perché non è né positivo né negativo perché è neutro.

I: Quindi tu dici che in quest'insieme di numeri ci sono: numeri con segno +, numeri con segno -, e lo 0 che tu dici è neutro. Perché dici che è neutro?¹⁵

Michele: Io credo che se togliamo o aggiungiamo lo 0 a un numero, il numero rimane sempre lo stesso, non cambia. Per esempio nella moltiplicazione lo 0 non è neutro.

Samuele: Con i numeri naturali lo 0 nella sottrazione non è neutro perché puoi fare 1-0 ma non puoi fare 0-1.

Beatrice: Con i numeri naturali non si può applicare la proprietà commutativa alla sottrazione. Non si può togliere un numero maggiore da uno minore e allora lo 0 non è l'elemento neutro.¹⁶

Michele: Lo 0 è neutro con i numeri naturali nell'addizione: 0+35 oppure 35+0, certo non posso fare 0-35.

Samuele: Però con questi numeri lo posso fare.

I: Che cosa vuoi dire?

Samuele: Per esempio 0-4 è uguale a -4.

Michele: È quello che volevo dire anch'io, con questi numeri si può fare.

*Tutti vorrebbero intervenire ma non c'è più tempo e la discussione finisce.*¹⁷

¹³ Per Fabiola lo 0 è un muro, è una barriera insormontabile che separa i numeri naturali dai numeri negativi che sembrano "tolto" allo 0. Evidentemente attribuisce al segno '-' il significato di sottrazione.

¹⁴ Per Michele i segni + e - segnano l'appartenenza a un gruppo, non sono segni di operazioni binarie. Si possono identificare con le "... 'marche' che distinguono fra i numeri positivi e i numeri negativi". (F. Speranza, *Matematica per insegnanti di matematica*, pag.62). E che dire dello 0 neutro? Michele ("Però lo 0 non ha segno perché non è né positivo né negativo perché è neutro"), Samuele ("Con i numeri naturali lo 0 nella sottrazione non è neutro perché puoi fare 1-0 ma non puoi fare 0-1"), Beatrice ("Non si può togliere un numero maggiore da uno minore e allora lo 0 non è l'elemento neutro") dimostrano di cavarsela proprio bene!

¹⁵ Anche in questa micro situazione l'insegnante non chiarisce che, così come ogni numero negativo ha un opposto che sulla retta corrisponde al simmetrico di quel numero rispetto allo zero, lo zero ha uno status particolare perché è l'unico numero reale che coincide con il suo opposto. Lo zero, punto fisso rispetto alla simmetria, è quindi contemporaneamente positivo e negativo.

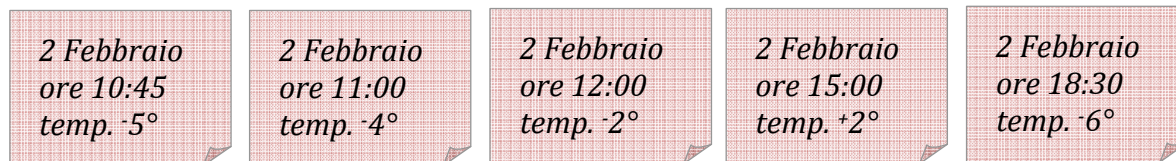
¹⁶ Si vedono gli effetti di un insegnamento di tipo strutturale dei naturali. Bene, molto bene. Qui i ragazzi vedono lo zero 'neutro', con un altro significato rispetto a N, questo significato è insito nella rappresentazione geometrica, uguale è la somma di due numeri opposti e simmetrici, ossia uno opposto all'altro.

¹⁷ Avete toccato dei punti davvero nodali, e vorrei brevemente soffermarmi in modo sintetico sugli importanti aspetti teorici a monte di una discussione come questa. La ricerca in didattica della matematica ha lavorato moltissimo sulla modalità discussione, tanto potente quanto poco consueta a tutte le latitudini. In Italia la prima pubblicazione che, almeno a mia conoscenza, affronti in maniera abbastanza ampia questo tema è M.G. Bartolini Bussi, M. Boni, F. Ferri. *Interazione sociale e conoscenza a scuola: la discussione matematica. Centro Documentazione Educativa. Modena. 1995*, e sarà il riferimento principale per le mie considerazioni. Mi sembra che il vostro episodio rientri in quella categoria che si chiama Discussione di concettualizzazione, in quanto costituisce 'un processo di costruzione attraverso il linguaggio dei collegamenti tra esperienze già vissute e termini particolari della matematica' (altre categorie studiate dalla ricerca sono (a) la discussione di un problema; (b) la discussione di soluzione; (c) la discussione di bilancio; /d) la metadiscussione.

In genere la discussione di concettualizzazione viene introdotta da domande dirette del tipo "Che cosa è un numero?" o indirette del tipo "Perché molti di voi hanno descritto questo problema come un problema di disegno geometrico?". La domanda iniziale indiretta posta in questo caso dall'insegnante "Potreste spiegare quale criterio avete utilizzato per disegnare i termometri, soprattutto come vi siete organizzati per costruire la scala graduata?" collocherebbe questa discussione nella seconda sottocategoria. Una discussione di concettualizzazione - organizzata in questo caso attorno ai termini 'termometro' e 'scala graduata' - ha lo scopo di far emergere gli atteggiamenti degli alunni verso i fenomeni dei quali essi prendono gradualmente coscienza e i modi attraverso i quali essi fissano tali esperienze nel loro linguaggio in una progressiva costruzione di significati. Le modalità di apertura alla discussione - come esordio della lezione di questo diario - la definisce in modo ancora più preciso come discussione di concettualizzazione iniziale, per raccogliere i 'pre-concetti' degli alunni. La gestione di questa discussione è più libera, per esempio, di una discussione di bilancio, in quanto non prevede la fase della istituzionalizzazione (termine con cui G. Brousseau, nella sua 'teoria delle situazioni', indica il momento in cui l'insegnante riconosce come 'legittimo e spendibile' nella classe il sapere acquisito sino a quel momento).

Si passa al confronto tra temperature proponendo la seguente situazione problematica:

Alle 10:45 la temperatura a Belluno (la località è stata suggerita da un alunno, perché lì fa freddo) è -5° . Osservate questi cartelli:



(a) La temperatura è salita o scesa fra le 10:45 e le 11:00? Argomenta la risposta.

Fabiola: Alle 10:45 la temperatura era più bassa¹⁸, cioè alle 11 stava iniziando a fare più caldo.

Daniele: Dal le 10:45 alle 11.00 io noto che la temperatura è salita¹⁹. Quindi con i numeri col segno - avviene il contrario di quello che avviene nei numeri positivi, da -5° a -4° la temperatura è salita, a -5 è più bassa.

Ilenia: Dal le 10:45 alle 11 la temperatura scende perché prima segna -5 poi scende a -4 , quindi è salita... no è scesa... anzi è salita...

Elena M: La temperatura è salita perché anche se -4 sembra minore di -5 , è più vicino allo zero, quindi è maggiore.

Beatrice: La temperatura è salita perché nei numeri negativi più ci si avvicina allo 0 più la temperatura è alta.

Emanuele: La temperatura è salita di 1° perché -4 è maggiore, -5 è più lontano²⁰ dallo 0.

(b) Di quanti gradi è cresciuta la temperatura fra le 11:00 e le 12:00? Argomenta la risposta

Elena: La temperatura è cresciuta²¹ di 2° perché da -4 a -2 ci sono due gradi di differenza.

Ilenia: Secondo me è salita di -2° ²² perché nel termometro risulta che è maggiore.

I: Spiega che cosa significa che è salita di -2° ²³.

Ilenia: Io ho guardato il termometro e ho visto che da -4° a -2° , è salita di $+2^{\circ}$.

I: È salita di $+2^{\circ}$, che cosa possiamo togliere quando usiamo il linguaggio naturale?

Ilenia: Di 2° ... è salita di 2° ²⁴.

Aurora: La temperatura è salita di 2° perché è come fare la sottrazione $4-2$.

Francesco: Veramente è -4 non 4 .

La discussione di concettualizzazione è a mio avviso uno strumento molto potente, ma penso che intimorisca gli insegnanti, preoccupati dal poco tempo a disposizione, dal raggiungimento dell'obiettivo programmato, dalle difficoltà legate al controllo su una situazione poco familiare, dalla scarsa abitudine a parlare assieme agli alunni dei concetti matematici.

¹⁸ Il termine "più bassa" utilizzato da Fabiola è ambiguo così come gli analoghi meno basso, più alto, meno alto. Si potrebbe suggerire agli alunni l'utilizzo di termini provenienti dal linguaggio matematico quali maggiore o minore.

¹⁹ Salita, discesa: vedi nota 17. Ma anche l'uso dei termini quali: aumentata, diminuita.

²⁰ Vedi note 17 e 18. Più lontano, più vicino sono termini ambigui anche se Emanuele relativizza "più lontano" rispetto allo zero.

²¹ Nella consegna è utilizzato un termine "è cresciuta" ambiguo e da evitare soprattutto perché funge da modello di linguaggio. È infatti ripreso da Elena nell'intervento successivo. Si poteva utilizzare il termine "aumentato" o meglio "di quanti gradi aumenta".

²² Questo modo di esprimere la differenza fra le due temperature compare anche negli altri diari della sperimentazione.

²³ Domanda molto puntuale.

²⁴ Qui Ilenia ha saputo cogliere il suggerimento dell'insegnante e ha pensato a come si dice 'normalmente'. Questo stesso modo di esprimersi ("È salita di $+2^{\circ}$ ") è emerso anche a Motta e a Trieste, e riporto qui, a futura memoria, il commento che ho scritto più o meno allo stesso modo in entrambi i casi, facendo riferimento sia agli aspetti linguistici che ha quelli matematici: "È opportuno far riflettere sull'allocuzione 'numero con segno', e ragionare sul fatto che esso è composto da due elementi: il segno e il numero, e questa duplicità fa la differenza con i numeri naturali. Si può quindi guidare gli alunni all'analisi delle relazioni fra il linguaggio naturale e quello matematico facendo osservare che, quando si parla di 'aumentare di...' o 'diminuire di...', ci si riferisce al solo valore del numero, ad es si dice: 'È aumentata di 5° ' e non 'È aumentata di più 5° ', si dice 'È diminuita di 4° ' e non 'È diminuita di meno 4° '. Il numero 'completo' (con il segno) rappresenta proprio la traduzione in linguaggio matematico dei due concetti relativi ad 'aumentare' e 'diminuire'".

Aurora: Sì, è vero, volevo dire $-4-2$ e quindi è salita di 2° .²⁵
 Sergio: Dalle 11 alle 12 la temperatura è cresciuta di 2° perché prima segnava -4 e poi -2 e se siamo sotto lo 0, con questi numeri più ci si avvicina allo 0 più la temperatura sale.
 Michele: Secondo me è come la linea del tempo: con i numeri che precedono lo 0, più si avvicinano allo 0 più sono maggiori.²⁶
 Beatrice: Ha ragione Michele, è uguale alla linea del tempo: i numeri con il segno meno sotto lo 0 sono quelli che vengono A.C. e quindi più ci si avvicina allo 0 più i numeri sono maggiori.
 Aurora: Ha ragione, per esempio: 200 A.C. è maggiore di 400 A. C.²⁷
 I: Sapreste spiegare il perché?
 Aurora: Perché quelli più vicini sono più recenti.
 Beatrice: I numeri più lontani dallo 0 non sono maggiori anche se le cose sono più antiche.
 Samuele: Più si è lontano dallo 0 più è minore il numero.
 Seguono altri interventi... ma nessuno spiega il perché. L'argomento è rimandato.
 Si propone un secondo quesito collegato alla situazione iniziale:

(c) Quand'è che fa più freddo, alle 18:30 o alle 11:00? Argomenta la risposta.

Samuele: Fa più freddo alle 18:30 perché la temperatura è a -6 mentre alle 11 è a -4 , è maggiore di 2° .
 Sergio: Alle 18:30 è a -6 e fa più freddo perché quando arriva la sera la temperatura scende.²⁸
 Giulia: La temperatura è più alta alle 11 perché è di -4° quindi fa più freddo alle 18:30 perché è di -6° .
 I: Come cambia la temperatura dalle 10:45 alle 12?
 Francesco: La temperatura è salita di 3° perché è passata da -5° a -2° .
 I: Che cos'è successo dalle 10:45 alle 18?
 Elena R.: Diminuisce di un grado perché da -5 passa a -6 .
 I: E dalle 11 alle 18?
 Daniele: La temperatura diminuisce di -2° .²⁹
 I: Vi chiedo ora di rappresentare con una tabella tutti i cambiamenti di temperatura, mettendo in relazione la temperatura di ogni ora con quella delle ore indicate nei cartelli. Organizzatevi come volete in gruppo, da soli...
 Finito il lavoro si passa all'esame e al confronto delle varie tabelle.

Sergio:

Ora	Temperatura	C.	C.	C.
a 10:45	-5°	c -2°	d $+2^\circ$	$+4^\circ$
b 11:00	-4°	c -2°	e -6°	-4°
c 12:00	-2°	d $+2^\circ$	e -6°	-8°
d 15:00	$+2^\circ$			
e 18:30	-6°			

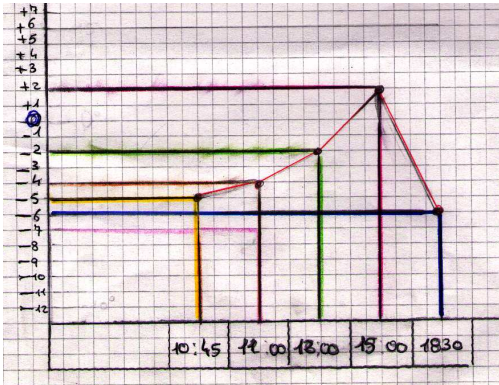
Cambiamenti		
a	-5°	b -4° $+1^\circ$
a	-5°	c -2° $+3^\circ$
a	-5°	d $+2^\circ$ $+7^\circ$
a	-5°	e -6° -1°
b	-4°	c -2° $+2^\circ$
b	-4°	d $+2^\circ$ $+6^\circ$
b	-4°	e -6° -2°
c	-2°	d $+2^\circ$ $+4^\circ$
c	-2°	e -6° -4°
d	$+2^\circ$	e -6° -8°

²⁵ Aurora comincia a maneggiare concetti poco familiari e cerca di interpretare la situazione appoggiandosi – è inevitabile e corretto che lo faccia – alle sue conoscenze. In termini di balbettio algebrico, mi vien da dire che il suo primo intervento riflette un punto di vista aritmetico (“... è come fare la sottrazione 4 meno 2”) e che Francesco la conduce verso un pensiero nuovo (“... volevo dire meno 4 meno 2”) di cui le sfugge il controllo concettuale, e infatti ipotizzo che la conclusione (“... quindi è salita di 2 gradi”) sia più intuitiva che logica.
²⁶ Bella questa osservazione, permette di socializzare un aspetto nuovo importante dei numeri relativi.
²⁷ Sembra più che altro una convenzione. Se è facile con le temperature stabilire relazioni di maggiore e minore, secondo la vicinanza o la lontananza dallo 0, non lo è altrettanto con la linea del tempo.
²⁸ Con interventi come questo, che spostano l'attenzione dall'ambito matematico ad una convinzione legata all'esperienza (e ai suoi luoghi comuni) converrebbe forse aprire una breve parentesi, per favorire lo sganciamento dal supporto concreto (e quindi dalla ‘semantica della situazione’) e la graduale familiarità con un ambiente astratto (la ‘semantica della matematica’). Non sempre fa più freddo, se il tempo migliora di sera allora anche la temperatura sale. Certo statisticamente quando cala il sole in genere fa più freddo.
²⁹ V. Commento 17.

Sergio: Prima ho sostituito alle ore le lettere e ho scritto tutte le temperature poi ho fatto tutte le combinazioni, siccome tutta la tabella non ci stava nel foglio ho continuato in alto (C.)

Altri tre alunni realizzano tabelle simili a quella a destra.

Emanuele:



Emanuele descrive il suo grafico, i compagni gli contestano il fatto che non sia una tabella. Per l'insegnante è una bella sorpresa!

Michele:

	10:45	11:00	12:00	15:00	18:30
-5 10:45	0	+1	+3	+7	-1
-4 11:00	-1	0	+2	+6	-2
-2 12:00	-3	-2	0	+4	-4
+2 15:00	-7	-6	-4	0	-8
-6 18:30	-1	-2	-4	+8	0

I: Spiega come hai completato la tua tabella.

Michele: Nella parte a destra della diagonale ho registrato tutti i cambiamenti di temperatura, nella parte a sinistra sotto, per esempio: dalle 10:45 alle 11, -5 - 4 ci sarà 1° di differenza quindi ho scritto -1. Dalle 10:45 alle 12:00, -5 - 2, la differenza è -3. Tutti i numeri indicano la differenza.

Daniele: Secondo me quello che sta dicendo Michele è sbagliato perché in questa tabella lui ha stabilito che la freccia andava verso destra quindi "da" "a" quindi quello che sta dicendo può essere giusto se aggiunge una freccia con il verso contrario.

I: Qual era la consegna?

Non mi sembrava il caso di affrontare discussioni sulle operazioni quindi ho riportato l'attenzione sul compito.

Beatrice: Infatti! I cambiamenti non avvengono all'incontrario, prima anch' io avevo sbagliato ma pensandoci bene...

	10:45	11:00	12:00	15:00	18:30
	-5°C	-4°C	-2°C	+2°C	-6°C
10:45	0	+1°C	+3°C	+7°C	-1°C
11:00	-1	0	+2°C	+6°C	-2°C
12:00	-3	-2	0	+4°C	-4°C
15:00	-7	-6	-4	0	-8°C
18:30	-1	-2	-4	+8	0

Cinque bambini realizzano tabelle a doppia entrata.

I: Secondo voi quale tabella potrebbe essere inviata a Brioshi, a parte il grafico di Emanuele?

I bambini scelgono l'ultima.

Successivamente, alla domanda se si potessero rappresentare in altro modo i cambiamenti di temperatura, Francesco risponde immediatamente "con le frecce", alla lavagna i bambini realizzano a più mani, ma con ordine, la rappresentazione sagittale³⁰.

³⁰ Pensavo che per loro fosse più difficile.