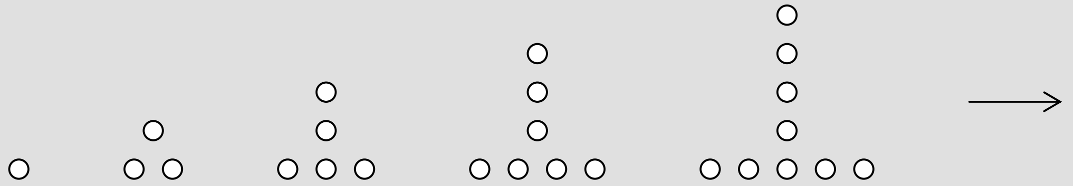
Progetto ArAl	1	**Ricerca di Regolarità** *(quinto anno consecutivo di attività sul tema))*

Spilamberto (MO)	*M*	*1*	*2*	*3*	*4*	***5***	*1*	*2*	*3*	***Vanna Incerti***

17 novembre 2006 attività svolta autonomamente dall'insegnante 1 *(uso del registratore)*

Ostriche e perle[1]

Nella barriera corallina le ostriche hanno deciso di vendere le loro perle. Hanno organizzato una grande mostra e Nonna Ostrica, per invogliare i clienti ad acquistare le perle, ha consigliato di disporle a mucchietti in questo modo:



Quante perle ci saranno nel ventesimo mucchietto?
Spiegate come fate a trovare la soluzione.
Provate a scrivere una legge generale utilizzando le lettere.

Lavoro di gruppo *(Riporto quello che hanno scritto sul foglio integrato dalle spiegazioni orali)*

1) Patrick, Sara G., Sara C.

Nel ventesimo mucchietto ci saranno 39 perle.

Soluzione: abbiamo trovato la soluzione aggiungendo sempre 2.

Esempio

1 – 2 –5 – 7 – 9 – 11 – 13 – 15 – 17 –19 –21 –23 –25 –27 –29 –31 –33 –35 – 37 –39

Legge A + 2 = C A = Q.N.
C = risultato dell'addizione

Legenda
P = per Q = qualsiasi N = numero

2) Damiano, Fabio

Nel ventesimo mucchietto ci saranno 39 perle.

Soluzione: abbiamo calcolato fino al decimo mucchietto e abbiamo capito che ogni 5 mucchietti si aggiungono 10 perle e abbiamo proseguito fino al ventesimo.

A = qualsiasi numero dispari delle perle del mucchietto
B = le perle
A × 2 – 1 = B[2]

---

[1] *A Castel San Pietro il prof. Ferrari ha presentato un problema di Radford. Ho copiato la disposizione dei pallini nell'allegato e poi ho contestualizzato il problema. Mi sembra una situazione da cui posso partire per far lavorare i bambini perchè ricalca quelle dell'anno scorso. L'idea sarebbe questa: faccio lavorare i ragazzi in gruppo, poi vi mando le soluzioni che hanno trovato (sperando che ce ne siano di sensate) e aspetto da voi le correzioni o i commenti. O viceversa. La domanda presentata al convegno era: Quanti pallini ci sono nelle figure fino alla ventesima? Trovare una formula. Si proponeva: numero delle palline nella base per due meno uno. Ci si arriva anche però contando complessivamente le palline in ogni gruppo.*

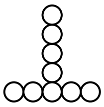
[2] *Non vedo un legame logico fra la descrizione della soluzione (ogni 5 mucchietti si aggiungono 10 perle) e la formula finale. Credo che Damiano e Fabio abbiano rappresentato tutti i numeri delle perle fino al 20° mucchietto, che abbiano intuito la loro personale 'regola' ma che non abbiano saputo rappresentarla (se si riproduce il loro ragionamento dovrebbe essere: 9 + 10 × 3). Che abbiano sentito la formula da qualcuno?* ***I:*** *No, sono bambini molto abili in matematica. Ho chiesto a loro spiegazioni e, anche se è passato tanto tempo, ho conservato i loro protocolli. Damiano mi ha detto che: "Prima abbiamo continuato a fare la successione fino al decimo mucchietto (aggiungendo perle in orizzontale e verticale) ma ci siamo resi conto che avevamo sbagliato. Abbiamo provato dal 3 × 2 che fa 6, meno 1" Per questo hanno scritto quella formula.*

I: Se voglio sapere quante perle al 71° posto?
D: 71 × 2 – 1.

3) Marco, Marian, Alberto

Le perle sono 39 al ventesimo mucchietto.
Abbiamo fatto più due dal quinto mucchietto fino al ventesimo mucchietto. Ecco l'operazione:

9 + (15 × 2) = 9 + 30 = 39

Legenda: Abbiamo cominciato da questo che è il 5°:  Andare al 20. Ce ne mancavano 15.

9 = a
15 = b
2 = c
30 = d
39 = z

a + (d × c) = a + d = z[3]

4) Chiara Z., Chiara C., Omeima

Risposta: nel ventesimo mucchietto ci sono 39 perle.

Spiegazione:[4] noi abbiamo contato fino a 20 aggiungendo 2, e ci è venuto 19. Poi aggiungendo 20, 19 + 20, che era il numero dei mucchietti, ci è venuto 39.

- 2 / A
- 9 / D
- 19 / G
- C / 20
- 39 / E
- D + A + A + A + A + A + A + A + A + A + A + A + A + A + A + A + A = G
- G + C = E

5) Redouan, Nicole, Roberto

Al ventesimo mucchietto ci sono 39 perle.

Abbiamo contato fino al ventesimo numero dispari perché in ogni mucchietto c'era un numero dispari delle perle ed erano in fila i numeri dispari.

N + C = D[5]

N = numero della colonna
C = numero della riga
D = risultato del numero dispari delle perle

---

[3] *Nel* Glossario *del progetto ArAl questo atteggiamento, frequente negli alunni nel primo approccio con l'algebra che si manifesta in modi diversi, ma che esprime comunque un uso non consapevole delle lettere in matematica, è stato chiamato* Ebbrezza da simbolo*. La lettera non è vista come numero, ma come* indicatore *dell'oggetto rappresentato. Gli alunni si lasciano prendere la mano dalla novità costituita dalla possibilità di usare delle lettere e smarriscono il controllo del significato della scrittura. Questo uso 'sporco' della lettera è però ricco di spunti importanti se viene inserito nel contesto del* balbettio algebrico*. Da questo punto di vista, esso evidenzia un atteggiamento sperimentale di fondo che, opportunamente stimolato e guidato all'interno di un contratto didattico tollerante verso le scoperte ingenue degli alunni e aperto a forme di riflessione collettiva e a valutazioni attente da parte dell'insegnante, può preludere ad un'autentica conquista di significati da parte degli alunni.*

[4] *Il ragionamento è contorto, e come nel caso precedente il tentativo di usare le lettere è molto ingenuo ed è staccato dalla spiegazione. Il 20 e il 19 dei quali parlano potrebbero essere – ma non ne sono affatto sicuro – il numero rispettivamente delle perle orizzontali e di quelle verticali del ventesimo mucchietto. Sì, ho chiesto a Chiara. Hanno contato con le dita. Aggiungevano una perla in orizzontale e una perla in verticale.*

[5] *Sembra che anche questo gruppo abbia contato separatamente le perle orizzontali (C, in riga) e quelle verticali (N, in colonna).*

I: Se vi chiedo cosa ci sarà al 71° posto?
R: 71 + 70.

6) Giulia, Sara B., Flavia

Nel ventesimo mucchietto ci sono 180 perle.

Per trovare il risultato abbiamo moltiplicato l'ultimo mucchietto di perle per 20.

Controllando il lavoro di quest'ultimo gruppo I interviene.
I: Avete controllato il numero delle perle?
Rivedono il lavoro ma non c'è relazione tra operazione e spiegazione.

6) Giulia, Sara B., Flavia *(nuova versione)*

Nel ventesimo mucchietto ci saranno 39 perle.

Operazione: 9 × 4 + 3 = 39

Spieghiamo: per trovare il risultato abbiamo contato fino a 20 aggiungendo + 2.

Legge generale:
legenda
A = numero di perle di ogni mucchietto
+ 2 = l'addendo che aumenta le perle
B 0 il risultato dell'operazione

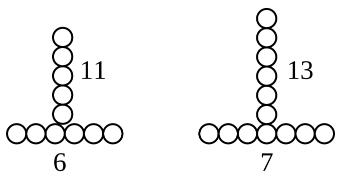
A + 2 = B

I: Per trovare le perle al 71° posto devo fare 71 + 2 = 73?
Giulia: Sì.

7) Andrea, Concetta, Francesca

Nel ventesimo mucchietto ci saranno 39 perle.

Disegno



Hanno disegnato fino al 13° mucchietto

Spieghiamo
1 1
2 3 × 2 – 1[6]
3 5
4 7
5 9 LEGGE GENERALE
6 11
7 13
8 15
………
20 39

---

[6] La presentazione è confusa ma hanno individuato correttamente la relazione, che hanno chiamato 'generalÈ anche se, scritta così, in realtà si riferisce solo al numero delle perle del secondo mucchietto.

Progetto ArAl	4	**Ricerca di Regolarità** *(quinto anno consecutivo di attività sul tema))*

Spilamberto (MO)	*M*	*1*	*2*	*3*	*4*	***5***	*1*	*2*	*3*	***Vanna Incerti***

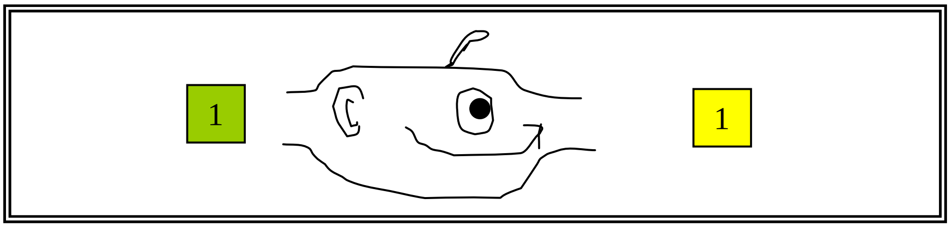
24 gennaio 07 Attività svolta autonomamente dall'insegnante 2 *(Uso del registratore)*

L'aula è piccola. Per poter registrare in modo più comodo, la metà dei ragazzi si è seduta su una fila di sedie allineate davanti alla lavagna e l'altra metà su una fila di banchi alle loro spalle.

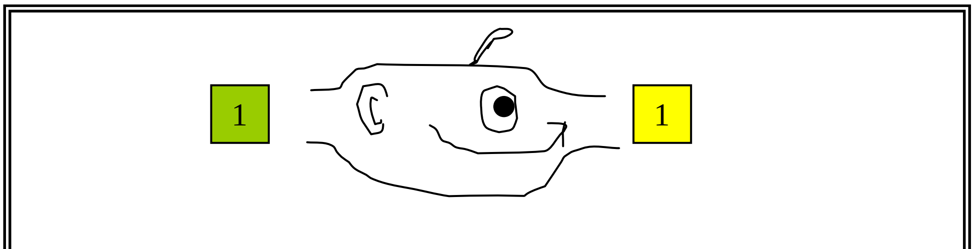
LA MACCHINA SPUTANUMERI

I: Ricordate il lavoro che ha fatto il Prof. Navarra l'anno scorso quando è venuto in classe? (*Maggio 2006)*
A (Redouan): Le macchine. Aveva portato delle macchine che ogni volta faceva uscire dei numeri e noi dovevamo sapere qual era la successione.
I: C'è qualcuno che si ricorda qualcos'altro?
Silenzio.
I: Attenzione a quello che faccio *(Appendo alla lavagna un cartellino verde col numero 1 e, a distanza di mezzo metro, un cartellino giallo col numero 1)*

I: Il numero di entrata, verde, 1; poi c'è una macchina *(indico lo spazio tra i numeri)* ed esce il numero 1. Chi è che vuole disegnare la macchina?
Omeima e altri bambini la disegnano:



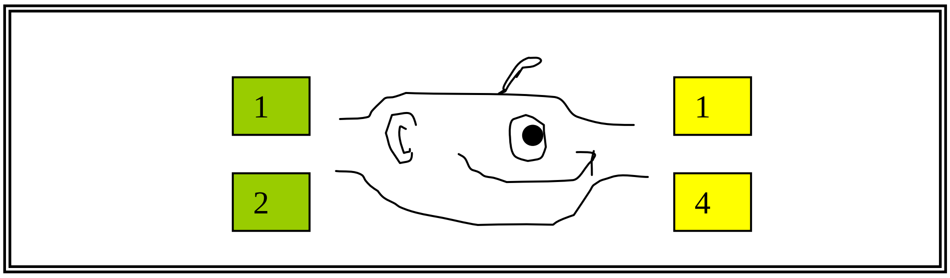
I: Che cosa può aver fatto questa macchina? *(Quasi tutti indicano anche l'entrata)*
A (Sarah): Uno più zero.
A (Francesca): Uno per uno.
A (Redouan): Per due meno uno.
A (Chiara Z. e Fabio): Uno meno zero.
I: Ci può essere qualche altra cosa che fa la macchina, qualche altro operatore?
A (Damiano): Uno diviso uno.
A (Redouan): Uno per tre meno due.
I: Scriviamo alla lavagna quello che avete detto [7] e controlliamo.



$1 + 0 = 1$
$1 \times 1 = 1$
$1 \times 2 - 1 = 1$
$1 - 0 = 1$
$1 : 1 = 1$
$1 \times 3 - 2 = 1$

[77] *Bello. Hanno elencato davvero un notevole numero di possibilità.*

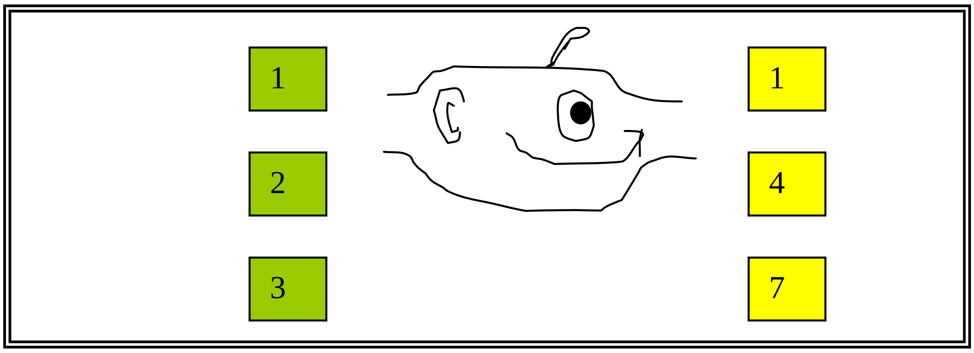
I: Attacco altri numeri e vediamo quale di quei comandi che abbiamo scritto può funzionare



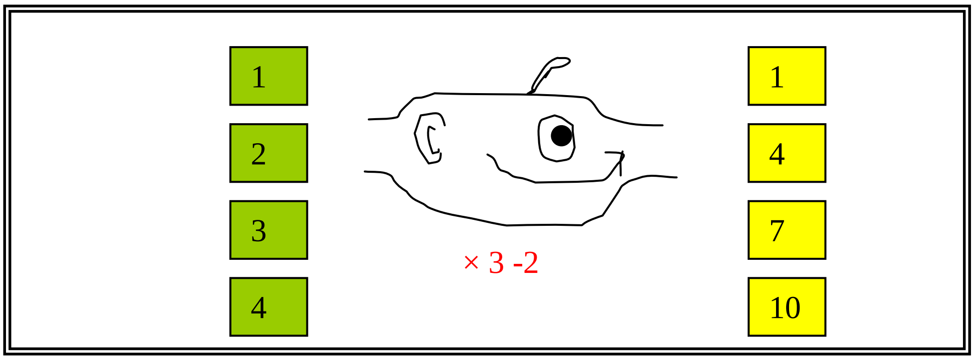
I: Entra nella macchina il 2 ed esce il 4. Quale può essere il comando?
A: (Fabio): Due per due.
I: Il comando deve essere lo stesso sia per quanto riguarda la prima coppia che la seconda.
A (Andrea e Damiano): Per tre meno due.
A (Marian): Due più due.
I: Quindi il comando deve essere…
A (Marian): Cioè di due.
I: Più due?
A (Marian): Sì.
A: (Giulia). Quattro diviso due… No, Sì…
I: Come, quattro diviso due!? *(Subito non capisco)* Cosa metto, più quattro diviso due?
A: (Giulia*) indica il 4* Quattro diviso due, due.
I: Il quattro è il numero di uscita. Entra il 2.
A (Chiara Z.): Per tre meno due.
A (Andrea): Per cinque meno sei.
Scriviamo sulla lavagna le proposte:

2 × 2
× 3 – 2
+ 2
× 5 - 6

I: Controlliamo quali sono i comandi che possono andare bene. Questo due per due, cosa ne pensate? *(Si mescolano scritture dove ci sono entrate con operatori e altre con soli operatori)*
A: No.
I: Questo “per tre meno due” può andare? Chi verifica?
A (Chiara Z.): Uno per tre fa tre, tre meno due fa uno.
I: Poi?
A (Chiara Z.): Due per tre fa sei, sei meno due fa quattro.
I: Quindi per tre meno due può andare?
A: Sì.
I: Più due può andare?
A (Patrick): Uno più due fa tre, va bene solo per il due.
I: Marian, può andare per cinque meno sei?
A: (Marian): Sì.
I: Perché?
A (Marian): Due per cinque fa dieci, meno sei fa quattro.
I: E nella prima situazione può andare?
A (Marian): No, perché uno per cinque fa cinque, meno sei non si può fare.
I: Per adesso, qual è quello che può andare, Nicole?
A (Nicole): Per tre meno due.
I: Attacchiamo la terza coppia di cartellini.



I: Flavia, il comando per tre meno due può andare bene?
A: (Flavia): Sì.
I: Perché? Verifica.
A: (Flavia): Tre per tre nove, meno due sette.
I: Va bene anche per le altre coppie? Verifica.
A (Flavia): Due per tre sei, meno due quattro; uno per tre tre, meno due uno.
I: Allora, qual è il comando che va bene?
A (Chiara C.): Per tre meno due.
A: (Andrea): Finora il comando per tre meno due è andato sempre bene.
I: Verifichiamo con un’altra coppia di numeri.



I: Vanessa, la macchina funziona sempre nello stesso modo?
A (Vanessa) Sì
I: Perché?
A (Vanessa): Quattro per tre dodici, meno due dieci.
I: Siamo arrivati a questo punto. Se voi doveste scrivere in italiano…
A (Andrea) È sempre più tre.
I: Scusa?
A (Andrea): Per esempio: uno più tre fa quattro, quattro più tre fa sette, sette più tre fa dieci.
I: Ma tu parli…
A (Andrea): … della seconda… della colonna gialla[8].
I: Ma io voglio sapere cosa fa la macchina, non come si succedono i numeri qua. La macchina fa questo… *(indico l’operatore)*,questa macchina turbo… Se voglio spiegare a un bambino di un’altra quinta che cosa deve fare per fare questo esercizio?
A (Chiara C.): Deve trovare…
I: Dimmi questa legge che abbiamo trovato.
A (Chiara C.): Ma con le lettere?
I: Adesso in italiano.
A (Chiara C): Ah…

---

[8] *Si è parlato di questo aspetto sia con Nicolina che con Antonella. In sé va bene che gli alunni scoprano molte regolarità, anche se momentaneamente li distolgono dalla ricerca della relazione che ‘conta’ fra le due variabili. Anch’io una volta sottovalutavo questo aspetto e mi concentravo su quella ’produttiva’, poi ho cominciato a lasciare le classi più libere di esplorare le regolarità, anche quelle fra i termini di una singola colonna, o fra termini non allineati delle due colonne. La logica di fondo è quella del balbettio algebrico; naturalmente l’obiettivo finale è quello di giungere all’individuazione della legge.*

A (Patrick): Devi moltiplicare i numeri verdi per tre e poi toglierglì due.
I: Il numero giallo si ottiene…
A (Giulia): ... moltiplicando per tre il numero del cartellino verde e sottraendo due.
A: (Chiara C.): Ma non è la stessa frase uguale a quella di prima?
I: Cosa ne pensate?
A: Sì[9]
I: Adesso l'abbiamo scritto in italiano e lo possiamo dire ai nostri compagni che conoscono l'italiano… Se c'è qualcuno che non lo conosce, per esempio…
A (Andrea): Un africano.
A (Fabio): Che vive in Marocco.
I: Che può vivere in tutti i paesi dell'Africa. Non posso scrivere in italiano ma posso usare il linguaggio matematico che è conosciuto un po' dappertutto. Se viene un bambino di altri paesi[10], i numeri sono un linguaggio internazionale, come gli posso scrivere questa situazione? Quale di queste frasi?
A (Giulia): Lo scrivi con le lettere.
I: Questa frase scriviamo? Il numero giallo si ottiene moltiplicando un numero della colonna verde per tre e togliendo due.
A (Giulia): *(Alla lavagna)* Se uno vuol fare con le lettere deve fare: a per tre, meno due uguale a b

$$a \times 3 – 2 = b$$

A (Silvia): Ci vuole la legenda.
I: Scrivi una legenda… Vuoi che ti aiuti qualcuno?… Francesca, vuoi venire tu?
I: "a" che cos'è?
A (Francesca). Qualsiasi numero.
I: Di che cosa?
A (Francesca): Della colonna gialla.
A: Della colonna verde.
I: "b"?
A (Francesca): Qualsiasi numero della colonna gialla.

a = qualsiasi numero della colonna verde
b = qualsiasi numero della colonna gialla

Alcuni bambini rumoreggiano con le mani alzate.
I: Adesso vi chiamo.
A(Patrick e Redouan): *(Scrivono alla lavagna)*

$$b = a \times 3 - 2$$

I: Questa scrittura rappresenta meglio la frase: "Il numero giallo si ottiene moltiplicando un numero della colonna verde per tre e togliendo due. Consideriamo questo comando *(Termine molto improprio).* Ora, se metto sotto la colonna gialla questo numero, in che modo devo dare il comando per trovare il cartellino verde? Vorrei sentire un po' tutti.

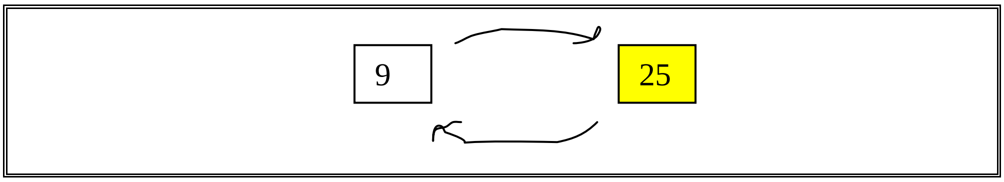
	25

A (Fabio) propone il 9.

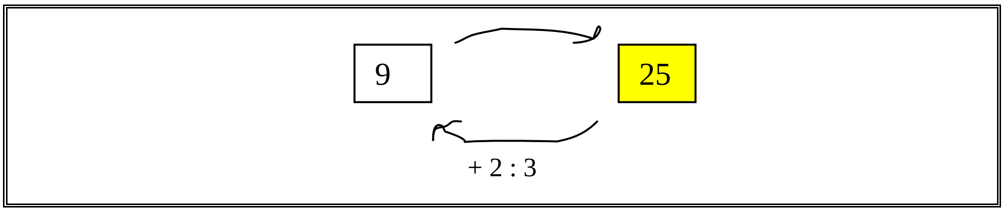
9	25

[9] *Non è proprio così, vero? Penso che tu alluda alle frasi 'Devi moltiplicare i numeri verdi per tre e poi toglierglì duÈ e 'moltiplicando per tre il numero del cartellino verde e sottraendo duÈ. Mi pare che siano parafrasi della stessa definizione corretta (a parte il dettaglio dei 'numeri verdi'). Ma forse non ho colto la tua domanda.*
[10] *Ricordo che in prima o in seconda la classe aveva incontrato un mediatore linguistico nella figura di un marziano, Zarbuk. Converrebbe introdurre Brioshi, anche per consentire alle classi, quando lavoreranno assieme a Belluno, di fare riferimento allo stesso personaggio. Sono d'accordo. La situazione però rispecchia quella della classe in cui ci sono bambini emigrati anche da paesi dell'Africa e, in particolare, dal Marocco. Non è un caso…*

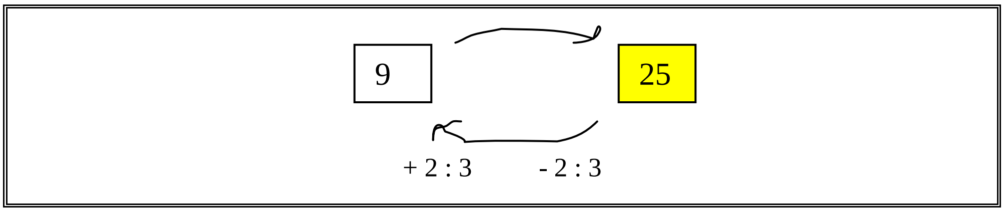
I: Non devi scrivere il numero. Dopo lo scriverai. Devi dare il comando. Disegna la freccia. Qua va da sinistra verso destra e qua da destra verso sinistra.



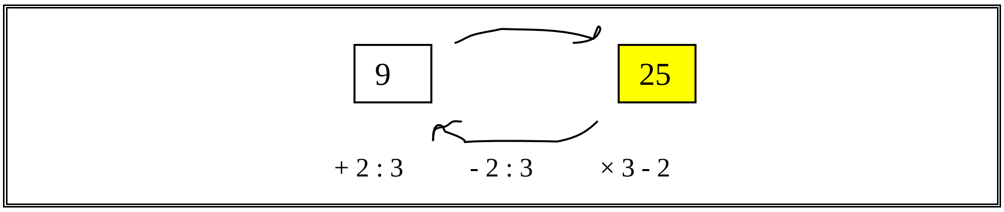
A (Fabio): Venticinque...
I: Il comando, prova a scriverlo.
A (Fabio): Meno sedici...
I: E dappertutto vale meno sedici?
A: (Fabio): No.
A (Andrea): Più due, diviso tre.



I: C’è qualcuno che ha qualche altro comando?
A (Chiara C.) propone:



A (Marian): Per tre meno due.
I: Chiara, scrivi quello di Marian.



A (Marian): Sì, ma al contrario.
I: Al contrario.
A (Chiara C.): Sì, anch’io volevo fare prima meno due e poi diviso tre.
I: Ma in questo modo fai prima meno due e poi diviso tre *(Ci sono delle difficoltà anche di ordine spaziale).* Tu Marian cos’hai detto? Fai prima…
A (Marian): Per tre.
I: Sì, va bene
Si controlla, facendo oralmente le operazioni, quali operatori siano giusti.
I: Qual è il comando che va bene?
Tutti: Più due diviso tre[11]
I: Perché va bene?
A (Chiara Z.) Perché è il contrario di per tre meno due.
L’attività continua con un lavoro sul quaderno. Si scrivono le due colonne dei numeri, si disegna la macchina e gli operatori diretto e inverso. Si scrive la legge in italiano e in linguaggio matematico. Si conclude con l’esercizio: “Continua la successione con altre 5 coppie di numeri”.

[11] *Conviene passare alla rappresentazione della regola completa – a questo livello della sua particolarizzazione (25 + 2) : 3 = 9 - perché dall’individuazione del solo operatore non emerge la necessità della parentesi.*

9 Febbraio 2007 *Attività svolta autonomamente dall'insegnante 3* *Uso di schede e registratore*

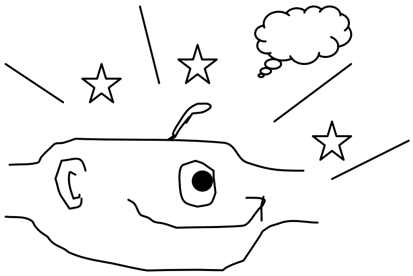
Lavoro di gruppo

Prima di consegnare la scheda ho spiegato chi è Brioshi

Un guasto

La macchina Sputanumeri ieri si è guastata. È entrata una piccola zanzara che ha mandato in tilt un circuito.

La macchina doveva infatti applicare l'operatore **: 4 + 3** ma ha commesso degli errori.
Trovali e correggili.



8	5
24	9
40	14
56	17
60	19
72	21

Finalmente tutto è a posto.
Comunica **in linguaggio naturale** ai bambini di Belluno che cosa fa la macchina cominciando così:

Il numero di uscita si ottiene ……………………………………………..……………….……….

…………………………………………………………………………………..………………….

Comunica adesso la stessa informazione **in linguaggio matematico** a Brioshi

……………………………………………………………………………………………………

Il numero di entrata si ottiene:

in linguaggio naturale ……………………………………………………………………….

in linguaggio matematico…………………………………….……………………………………

Terminato il lavoro di gruppo e verificato che tutti hanno corretto gli errori della macchina, si passa alla condivisione dell'attività. I gruppi formati sono 6. Un portavoce per gruppo dice ciò che ha scritto ed io lo riporto sulla lavagna.

Il numero di uscita si ottiene:
1) dividendo per quattro i numeri della colonna verde, aggiungendo poi tre
2) facendo: 4 + 3 per ogni numero della colonna verde
3) dividendo per 4 al numero iniziale e aggiungendo 3 al risultato
4) facendo: numeri di entrata: 4 + 3
5) dividendo il numero di entrata di 4 e aggiungendo 3
6) dividendo qualsiasi numero della colonna verde per 4, e poi aggiungendo 3, ottenendo così il numero della colonna gialla

I: Alcuni hanno usato le cifre. Era meglio usare le parole visto che si doveva usare il linguaggio naturale. C'è qualcuno che ha qualcosa da osservare su queste frasi? Sono tutte equivalenti? C'è qualche frase che è espressa meglio di un'altra?
A (Damiano): Ho notato che il gruppo tre ha fatto diversamente, cioè ha aggiunto tre al risultato che poteva anche aggiungerlo prima
I: In che senso? Spiegati meglio
A (Damiano): Hanno scritto dividendo per 4 al numero iniziale e aggiungendo 3 al risultato; cioè potevano aggiungerlo anche prima.
Alcuni rumoreggiano
I: Gli altri non lo dicono ma… aggiungono tre al risultato? Se io faccio *(scrive alla lavagna):*

8 : 4 + 3

…e si ottiene il numero della colonna gialla…
A: Poteva farlo prima
I: Cos'è che poteva fare prima?
A (Damiano): Aggiungere tre, perché io ho capito che han fatto due operazioni; prima hanno diviso per 4 e il risultato…
I: … aggiunto tre. Perché, voi non avete fatto due operazioni?
A (Damiano): No, io credevo che… poi hanno fatto…
I: Due operazioni staccate? Invece dell'espressione? Perché hanno scritto così?
A (Damiano): Eh…
I: Voi cosa ne pensate? Chi è il gruppo tre? Cosa ne pensate?
A (Silvia): Noi abbiamo fatto: otto diviso quattro, che poi viene il risultato e poi aggiungiamo tre
I: Ma viene anche a voi questa operazione. Perché fate: otto diviso quattro e… Tutt'al più si può dire che questo è superfluo (*…al risultato).* Gli altri cosa ne pensano delle frasi? Che si assomigliano tutte? Che vanno tutte bene?
A (Chiara C.): Che vanno tutte bene
A (Francesca): Che sono espresse diversamente, che però hanno lo stesso significato
I: Osservazioni sull'italiano: Si dice: dividendo per quattro il numero iniziale e non al numero…; dividendo il numero di entrata per quattro e non di quattro
A (Redouan): Non è mica corretto "facendo i numeri di entrata"
I: Quale gruppo?
A (Redouan): Quattro
I: Cos'è che non è corretto secondo te?
A (Redouan): 'Facendo[12]'
I: Il verbo? Sì, non è un gran italiano… Cos'è meglio dire?
A (Redouan): Dividendo i numeri di entrata per quattro e aggiungendo tre
I: Sono d'accordo
I: Adesso ogni gruppo viene alla lavagna e scrive in che modo ha usato il linguaggio matematico. Il numero di uscita si ottiene:

[12] *E bravo Redouan!*

Legenda: A= qualsiasi numero della colonna verde; B = qualsiasi numero della colonna gialla
a = numero verde/ b = numero giallo
qual. numero della colonna verde   qual. numero della colonna gialla

1)	dividendo per quattro i numeri della colonna verde, aggiungendo poi tre	A : 4 + 3 = B
2)	facendo: 4 + 3 per ogni numero della colonna verde	a : 4 + 3 = b
3)	dividendo per 4 al numero iniziale e aggiungendo 3 al risultato	a : 4 + 3 = b
4)	facendo: numeri di entrata: 4 + 3	■ : 4 + 3 = □
5)	dividendo il numero di entrata di 4 e aggiungendo 3	■ : 4 + 3 = □
6)	dividendo qualsiasi numero della colonna verde per 4, e poi aggiungendo 3, ottenendo così il numero della colonna gialla	: 4 + 3 = . [13]

I: C'è qualcuno che ha osservazioni da fare su questo? Che differenza c'è tra usare le lettere, usare il fiore, usare il quadrato?
A (Chiara C.): Quelli che hanno usato il quadrato e i simboli, il fiore e la spirale, hanno fatto un modo diverso; di solito si usa a e b mentre loro hanno fatto un modo diverso; siccome hanno fatto comunque la legenda hanno voluto significare che il fiorellino era…
I: Quando dici "di solito si usa a e b" cosa vuol dire?
A (Chiara C.): Anche nelle scorse volte abbiamo usato a e b
I: Secondo voi le scritte vanno tutte bene?
A (Giulia): Sì
I: Possiamo procedere con l'altra scrittura.
Un altro bambino del gruppo legge cosa ha scritto.
I: Il numero di entrata si ottiene:

1)	dividendo per quattro i numeri della colonna verde, aggiungendo poi tre	B – 3 × 4 = A
2)	facendo: 4 + 3 per ogni numero della colonna verde	b – 3 × 4 = a
3)	dividendo per 4 al numero iniziale e aggiungendo 3 al risultato	b – 3 × 4 = a
4)	facendo: numeri di entrata: 4 + 3	■ - 3 × 4 = □
5)	dividendo il numero di entrata di 4 e aggiungendo 3	■ - 3 ×4 = □
6)	dividendo qualsiasi numero della colonna verde per 4, e poi aggiungendo 3, ottenendo così il numero della colonna gialla	- 3 × 4 =

I: Adesso vi devo chiedere una cosa e si devono alzare le antenne. Avete fatto più o meno tutti quanti bene ma c'è un problema. Sostituisco alle lettere i numeri. Chiara detta:

$$5 – 3 \times 4 = 8$$

I: Questa espressione, scritta così, vi sembra corretta?
A No
I: Perché?
A (Flavia): Visto che ha la precedenza la moltiplicazione bisognerebbe fare prima tre per quattro.
I: E allora come la metteresti a posto?
A (Flavia): Con le parentesi!
I: Altra domanda: questa espressione, che cos'è rispetto all'8?
A È un'operazione

[13] *Nel momento in cui il primo gruppo ha iniziato a scrivere l'uguaglianza alla lavagna, è intervenuto Andrea (del 4° gruppo) dicendo che, secondo lui, le lettere non andavano bene perché Brioshi, essendo giapponese, non le avrebbe capite. Presumo che il suo gruppo e il quinto abbiano utilizzato per questo i quadrati, simboli che sono, secondo loro, "più matematici". Ritornano in un gruppo simboli iconici: gusto estetico per il "bello"? Il simbolo che riguarda il numero di uscita non si trova mai all'inizio: b = a : 4 + 3. Siamo evidentemente in pieno balbettio, e quindi tutte le ipotesi degli alunni sono legittime. Gli interventi che ti proporrei sono: far capire che le lettere che si usano in matematica non sono più lettere di un alfabeto, e nemmeno Brioshi attribuisce loro significati 'linguistici'. In questo senso le lettere sono più' parenti' dei due simboli del gruppo 6 che delle lettere che si usano nelle parole del linguaggio comune. A questo punto potresti fissare una volta per tutte che, fra i vari simboli 'parenti', i matematici hanno deciso di usare le lettere. In questo senso, se non lo hai fatto prima, puoi approfondire con loro il concetto di convenzione. L'accettazione della convenzione è, quindi, un atto di condivisione sociale. Per quanto riguarda la posizione del numero di uscita, prova a rappresentare la relazione diretta e quella inversa con le frecce. Il numero di uscita dovrebbe comparire com 'soggetto' della frase di ritorno.*

A (Andrea): L'8 è un risultato
A (Giulia): È un procedimento
I: Qualcun altro ha qualche altra idea?
A (Sara G.): La successione per arrivare a 8
A (Francesca): Perché le parentesi servono, sono importanti
I: Certo! Ma cosa vuol dire questo segno? *(=)*
A (Redouan): È l'operatore
I: Cosa è l'operatore?
A (Redouan): Meno tre per quattro
I: Meno tre per quattro è l'operatore che mi permette di arrivare a 8; questo segno però, che segno è?
A: Uguale
I: Allora cosa può significare questo? *Indica (5 – 3) × 4*
A (Damiano): Equivale al risultato
A (Andrea): Otto, è otto! Otto è uguale a otto[14]!
A (Sara G.): È la stessa cosa
I: Quindi possiamo dire che questo è un altro modo…
A (Coro): Per dire otto!!!
I: Bravi[15]!
I: Qui sono state necessarie le parentesi: Nella prima situazione sono necessarie le parentesi o posso anche fare senza?
A (Flavia): Non servono perché viene prima la divisione.
.[16]

[14] *Una bella successione di tentativi fino alla conclusione di Andrea.*
[15] *Non avevi mai parlato di forma canonica e non canonica? Se non lo avessi fatto ti propongo di farlo alla prima occasione.*
[16] *Penso di riprendere a breve questo lavoro per sistemare le frasi in linguaggio naturale con le corrispondenti scritture in linguaggio matematico:*
1) *Il numero di uscita (o della colonna gialla) si ottiene dividendo per quattro il numero di entrata e aggiungendo tre: b = a : 4 + 3*
2) *Il numero di entrata (o della colonna verde) si ottiene sottraendo tre al numero di uscita e moltiplicando per quattro: a = (b – 3) × 4*

Che ne pensi? Mi pare una prosecuzione corretta.

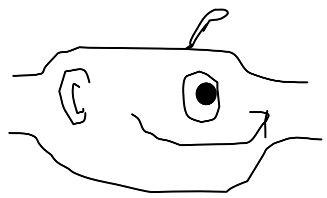
Progetto ArAl	13	**Ricerca di Regolarità** *(quinto anno consecutivo di attività sul tema))*

Spilamberto (MO)	*M*	*1*	*2*	*3*	*4*	***5***	*1*	*2*	*3*	*Vanna Incerti*

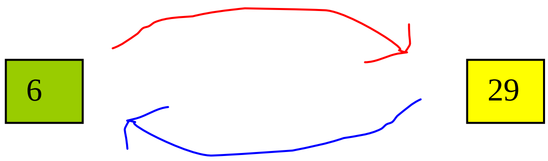
21 febbraio 2007 - attività svolta autonomamente dall'insegnante 4 - *(uso di scheda e registratore)*

Lavoro di gruppo

Osserva quello che fa la macchina:



$\times\ 4 + 5$



$- 5 : 4$

Colora con lo stesso colore le scritture equivalenti in linguaggio naturale e in linguaggio matematico

Il numero di uscita si trova moltiplicando il numero di entrata per quattro e aggiungendo cinque

$a = (b - 5) : 4$

$b = (a \times 4) + 5$

Il numero di entrata è uguale al numero di uscita meno cinque e poi diviso quattro

Il numero di entrata si ottiene sottraendo cinque al numero di uscita e dividendo per quattro

Il numero di uscita si trova quadruplicando il numero di entrata e aggiungendo cinque

Traduci le seguenti frasi in linguaggio matematico

1) Il numero di uscita si ottiene aggiungendo 8 al numero di entrata e moltiplicando per 6

………..

2) Il numero di entrata si ottiene dividendo per 5 il numero di uscita e sottraendo 2

………

Sostituisci i numeri alle lettere in modo da rendere vera l'uguaglianza (Fai almeno 3 esempi per ogni consegna)

La scheda non è risultata molto chiara[17]*. Ho dovuto spiegare ad alcuni che la seconda parte non c'entrava niente con la prima. L'esigenza di limitare il numero di fotocopie porta a condensare tutto in poco spazio.*

Al termine del lavoro di gruppo si corregge collettivamente la prima parte della scheda: tutti hanno eseguito correttamente la consegna

Il numero di uscita si trova moltiplicando il numero di entrata per quattro e aggiungendo cinque

$a = (b – 5) : 4$

$b = (a \times 4) + 5$

Il numero di entrata è uguale al numero di uscita meno cinque e poi diviso quattro

Il numero di entrata si ottiene sottraendo cinque al numero di uscita e dividendo per quattro

Il numero di uscita si trova quadruplicando il numero di entrata e aggiungendo cinque

I: Un componente per gruppo viene alla lavagna e scrive come avete tradotto l'enunciato
A (Sara B.):

> Il numero di uscita si ottiene aggiungendo 8 al numero di entrata e moltiplicando per 6
>
> $b = (a + 8) \times 6$

I: C'è qualcuno che ha fatto in modo diverso?
A: (Sarah)

> Il numero di uscita si ottiene aggiungendo 8 al numero di entrata e moltiplicando per 6
>
> $b = (a + 8) \times 6$
> $b = a + (8 + 6)$

I: No, al numero di entrata si deve aggiungere 8. C'è qualcuno che ha fatto in modo diverso?
A: No
I: Passiamo allora al secondo enunciato
A (Sara G.):

> Il numero di entrata si ottiene dividendo per 5 il numero di uscita e sottraendo 2
>
> $a = (b : 5) - 2$

I: C'è qualcuno che ha fatto in maniera diversa rispetto a questo?
A (Andrea): Abbiamo fatto come quello del gruppo della Sara e Giuliano solo che non abbiamo messo le parentesi perché si sa che la divisione ha la precedenza.

---

[17] *Sarà risultata poco chiara ma mi piace molto. Pone gli alunni di fronte ad un problema di controllo dell'equivalenza di parafrasi scritte in tre linguaggi diversi: iconico, naturale e matematico. Bello. La proporremo anche ai nostri.*

I: Adesso, gruppo per gruppo, venite a fare un esempio di quello che avete fatto sostituendo le lettere ai numeri. Soltanto uno perché ho paura che non ce la facciamo con il tempo

b = (a + 8) × 6	
1) 120 = (12 + 8) × 6	
2) 108 = (10 + 8) × 6	
3) 54 = (1 + 8) × 6	
4) 32 = (2 + 6) × 6	*Intervento di Sara per osservare che si doveva aggiungere 8*
5) 66 = (3 + 8) × 6	
6) 45 = (7 + 8) × 6	*Intervento di Giulia per osservare che è sbagliato l'uguaglianza*

a = (b : 5) - 2	
1) 19 = (105 : 5) – 2	
2) 1 = (15 : 5) – 2	
3) 18 = (100 : 5) – 2	
4) 12 = (70 : 5) – 2	
5) 3 = (25 : 5) – 2	
6) 5 = (78 : 5) – *2*	*Intervento di Redouan per osservare che è sbagliata l'uguaglianza*

I: Nel passaggio da questa scrittura (*quella con le lettere*) a questa (*quella con i numeri*), che cosa è stato fatto?
A (Chiara C): Al posto delle lettere ogni bambino, ogni gruppo, ha messo dei numeri che andassero bene per la successione…
I: È una successione?
A (Chiara C): No, è un'espressione…
A (Redouan): È un'uguaglianza
A (Sarah): Abbiamo scambiato le lettere… la lettera "a" con il numero di entrata e la lettera "b" con il numero di uscita che vadano bene per le iscrizioni.
A (Silvia): Nel primo l'abbiamo scritto con le lettere e invece nel secondo l'abbiamo scritto con il linguaggio matematico[18]
I: Con i numeri
A (Sara G): Sono state fatte le operazioni prima e poi è stato scritto il numero davanti
A (Francesca): Sono state sostituite le lettere con i numeri così l'uguaglianza è vera
I: Quando noi abbiamo fatto questo lavoro, cioè, per esempio, un gruppo ha sostituito la lettera con un numero, che cosa ha fatto?… Ha fatto un caso, come? Quando ha sostituito la "a" con il 19…
A (Chiara C): Che al posto della "a" ci ha messo il numero 19
I: Quindi ha fatto un caso… p…
A (Redouan): Particolare!
I: Ha fatto un caso particolare, quindi ha fatto una particolarizzazione[19].

---

[18] *Evidentemente la lettera non fa parte del linguaggio matematico!*
[19] *Ottima conclusione.*

8 Marzo 2007 - attività svolta autonomamente dall'insegnante – 5 - *(uso del registratore)*

Linguaggio naturale e linguaggio matematico

Alla lavagna

	× 6 : 4
6	9
8	12
10	15

I: Possiamo esprimere il comando che dà la macchina in linguaggio naturale. Qual è il linguaggio naturale?
A (Marco): Per sei diviso quattro
I: Qual è il tuo linguaggio naturale?
A (Marco): L'italiano
I: Esprimiamo in linguaggio naturale cosa fa la macchina partendo dal numero di uscita.
A (Marian): Cioè fai nove…
I: Il numero di uscita…
A (Marian): Il numero di uscita si ottiene facendo il numero di entrata per sei diviso quattro
I: Scrivilo alla lavagna

Il numero di uscita si ottiene facendo il numero di entrata per sei diviso quattro

I: C'è qualcuno che lo vuol dire in maniera diversa?
A (Chiara C.): Il numero di uscita si ottiene moltiplicando il numero di entrata per sei e dividendolo poi per quattro
I: L'enunciato in linguaggio naturale lo traduciamo in linguaggio matematico. Chi vuol farlo?
Andrea va alla lavagna e scrive:

$b = a \times 6 : 4$

I: Le due scritture vogliono dire la stessa cosa. Qual è quella che ha delle caratteristiche più positive? Avete Capito? Qual è quella che è meglio utilizzare? Quando? Dove? Perché?
A (Giulia): Quella con il linguaggio matematico
I: Perché?
A (Giulia)Perché? Si capisce meglio
I: Un bambino di prima capisce meglio quella lì? *(Quella con lettere e numeri)* Spiega meglio
A (Giulia): Eh, non lo so spiegare…
I: Ci vuoi pensare?
A (Giulia): Sì
A (Sarah): Quello matematico, perché, visto che siamo in aritmetica algebra, ci sta meglio
A (Chiara Z.) Il linguaggio matematico perché è più veloce da scrivere… e anche da fare
A (Marco): Il linguaggio matematico perché lo possono capire non solo gli italiani
A (Chiara C.): Come Marco, perché in quasi tutti i paesi del mondo sanno i numeri e le lettere, cosa vogliono dire, e allora lo possono capire molte persone
Francesca e Alberto danno la stessa motivazione.
I: Il linguaggio matematico, a differenza del linguaggio naturale, che cosa usa?
A (Sara G.): Usa i numeri, le operazioni e le lettere
I: I numeri e le lettere che cosa sono nella scrittura matematica?
A (Andrea): Sono diventati i numeri di entrata e di uscita
A (Sarah): Le lettere sono diventate i numeri di uscita ed entrata invece i numeri sono le operazioni[20].
A (Chiara C.) In questo caso la 'b' e la 'a' non sono più come nell'alfabeto, servono per far capire... per dire, per esempio, la 'b' qualsiasi numero del numero di uscita e la 'a' qualsiasi numero del numero di entrata

---

[20] *Non mi è chiaro cosa intenda Sarah.*

I: Ha detto una cosa importantissima Chiara. Ti ricordi Andrea quando l'altra volta *(Attività 3)* hai detto che, se Brioschi si ritrova la lettera "a" e la lettera "b", non capendo l'italiano, non le capisce? Ma a questo punto le lettere a e b sono lettere dell'alfabeto italiano?
A: *(Coro)* Nooo, Sììì
A (Marco): No. Sono dei segni per spiegare, per esempio, che la 'b' è qualsiasi numero del numero di uscita e la 'a' qualsiasi numero del numero di entrata
A (Andrea): Cioè, queste lettere si usano anche in Europa e in America
I: Ma sono sempre lettere di un alfabeto allora?
A (Marco): No, sono dei segni che, anche se sono delle lettere dell'alfabeto italiano, li possono capire anche quelli che non hanno questo alfabeto perché sono sempre dei segni[21]
A (Francesca): Sono sempre dei segni, come dice Marco, per fare il numero di entrata e il numero di uscita[22]
A (Chiara C.): Anche se negli altri paesi non usano la lettera 'a' però sanno che, quando ci sono in mezzo delle operazioni, con queste lettere, capiscono che non sono più lettere dell'alfabeto ma servono per le operazioni
I: Le lettere non sono più lettere dell'alfabeto ma sono dei segni, con un'alta parola sono dei sss…
A: Simboli!
I: Sono dei simboli
A (Andrea): Puoi mettere qualsiasi tipo di simbolo, anche delle lettere in giapponese, solo che si capisce che quel simbolo equivale al numero di entrata e di uscita.
I: Bene, qualsiasi tipo di simbolo purché prima ci si sia…
A (Francesca): Una legenda
I: Ci si sia messi d'accordo. I simboli sono delle convenzioni[23]. Cos'è una convenzione?
A (Patrick): È un simbolo scelto per una certa cosa
I: E che tutti…
A (Patrick): Riconoscono
I: Vuol dire che prima c'è stata una convenzione, che si sono messi d'accordo... Allora il linguaggio matematico com'è rispetto al linguaggio naturale? Proviamo a dire qualche aggettivo.
A: (Damiano) Più veloce
A (Andrea): In poche parole, puoi scrivere con i numeri e con i simboli quello che… il numero di uscita si trova facendo il numero di entrata per sei diviso quattro. Tipo un piccolo riassunto[24]...
A (Marco): ... che con poche lettere e numeri possono capire in tutto il mondo
A (Flavia): Più facile da capire
I: Più facile da capire? Chiediamo a Lorenzo che è nuovo della situazione[25]. Lorenzo, capisci meglio il linguaggio di sopra o quello di sotto? *(Alla lavagna)*
A (Lorenzo): Quello di sopra *(In italiano)*
A (Chiara C.) Praticamente è quasi mondiale perché lo capiscono quasi tutti.
A (Patrick): Con pochi segni puoi spiegare cose che con le parole, con il linguaggio normale è più lungo e in pochi segni puoi spiegare una cosa molto lunga.
A (Francesca) È semplice da disegnare, da scrivere, e anche più veloce
A (Sarah): La matematica la capiscono in quasi tutto il mondo, l'italiano invece no.

[21] *Bella espressione.*
[22] *Forse (ma bisogna vedere come prosegue la discussione) gli alunni si stanno concentrando troppo sui numeri di entrata e di uscita come se fossero quelli gli unici – o i più importanti – in relazione ai discorsi sul linguaggio simbolico. Potrebbe essere perché vedono in queste due lettere le* incognite,*e quindi qualcosa che appartiene ad un 'vero' linguaggio algebrico, nel resto vedono 'solo' delle operazioni', e quindi delle cose più 'normali'.*
[23] *Ottima apertura.*
[24] *È un'immagine naïve, ma efficace.*
[25] *È un bambino dei giostrai e rimarrà con noi per venti giorni.*

Spilamberto (MO)	*M*	*1*	*2*	*3*	*4*	***5***	*1*	*2*	*3*	***Vanna Incerti***

21 Marzo 2007 attività svolta autonomamente dall'insegnante 6 *(uso di scheda e registratore)*

Lavoro di gruppo

Chi ha vinto?[26]

Nonno Michele ha chiamato Fabrizio, Caterina e Roberta (i suoi nipoti) e ha chiesto loro di indovinare cosa fa la macchina sputanumeri. Chi vincerà questa sfida riceverà un bellissimo premio.

2	20
7	40
15	72
21	96
9	48

I tre ragazzi si mettono al lavoro e dopo pochi minuti ecco le loro soluzioni:

Fabrizio: Se al numero di entrata aggiungo tre e poi moltiplico la somma ottenuta per quattro ottengo il numero di uscita

Caterina: Se moltiplico il numero di entrata per quattro e aggiungo tre al prodotto trovo il numero di uscita

Roberta: Se moltiplico il numero di entrata per quattro e aggiungo il prodotto di tre per quattro trovo il numero di uscita

Chi ha dato la soluzione corretta? Perché?

Traduci gli enunciati dal linguaggio naturale al linguaggio matematico e motiva la tua risposta:

Fabrizio

Caterina

Roberta

……

……

……

---

[26] *Bel problema! Apre anche alla distributiva. Ottimo.*

Al termine del lavoro, comunicazione di ogni gruppo alla lavagna.

	Fabrizio	Caterina	Roberta
1°)	$b = a + 3 \times 4$	$b = a \times 4 + 3$	$b = a \times 4 + (3 \times 4)$
2°)	$A + 3 \times 4 = B$	$A \times 4 + 3 = B$	$A \times 4 + 3 \times 4 = B$
3°)	$(a + 3) \times 4 = b$	$a \times 4 + 3 = b$	$a \times 4 + 3 \times 4 = b$
4°)	$(a + 3) \times 4 = b$	$(a \times 4) + 3 = b$	$a \times 4 + (3 \times 4) = b$
5°)	$(a + 3) \times 4 = b$	$(a \times 4) + 3 = b$	$(a \times 4) + 3 \times 4 = b$
6°)	$(a + 3) \times 4 = b$	$a \times 4 + 3 \neq b$	$(a \times 4) + 12 = b$

Motivazione scritta sul quaderno

1°) Ha vinto Fabrizio perché se provi quella soluzione con tutti i numeri di entrata ti viene il numero di uscita giusto. Anche Roberta perché ti viene il numero di uscita giusto.
2°) Hanno ragione due bambini: Roberta e Fabrizio. Perché se provi a eseguire la loro soluzione il risultato viene giusto.
3°) Fabrizio, perché la sua soluzione vale per tutti i numeri di entrata.
4°) Fabrizio perché la soluzione giusta è: il numero di entrata, poi aggiungo 3 e poi moltiplico per 4. Roberto perché faccio il numero di entrata per quattro più tre per quattro.
5°) Fabrizio ha ragione perché $(2 + 3) \times 4 = 20$. Caterina ha torto perché $(2 \times 4) + 3 = 10$. Roberta ha sbagliato perché $(2 \times 4) + 3 \times 4 = 44$ cioè non 20.
6°) Quella di Fabrizio è giusta perché l'espressione ha il risultato giusto. Caterina ha sbagliato, vengono i risultati sbagliati. Roberta l'ha fatta giusta per lo stesso motivo di Fabrizio.

I: Adesso facciamo una particolarizzazione. Cosa vuol dire particolarizzazione?
A (Damiano): Cambiando al posto delle lettere i numeri
I: Sostituiamo alle lettere i numeri. Lorenzo (*è con noi da pochi giorni)* provi a sostituire nella prima uguaglianza i numeri alle lettere. Ce la fai?
A (Lorenzo): Sì

$$b = a + 3 \times 4$$
$$20 = 2 + 3 \times 4$$

I: Va bene?
A (Silvia): No, ci vogliono le parentesi perché ha la precedenza la moltiplicazione
I: Se io faccio due più tre per quattro che fa dodici, cosa ci salta fuori?
A (Marian): Quattordici
I: Quindi non venti. Sono necessarie le parentesi?
A: Sì
I: Quindi hanno fatto bene i gruppi che hanno messo le parentesi. Che differenza c'è tra le due scritture? C'è qualche differenza o è la stessa cosa?

$$b = (a + 3) \times 4$$
$$(a + 3) \times 4 = b$$

A (Chiara C.): È diversa perché il risultato cambia
A (Chiara Z.): Come la Chiara Compagnoni ma perché b dovrebbe essere il risultato, è come se fai il risultato che è uguale a entrata… cioè, è quasi la stessa cosa solo cambiano le lettere[27]
I: Cambiano di posizione le lettere?
A (Chiara Z.): Sì
A (Damiano): È la stessa cosa
A (Patrick): È la stessa cosa

[27] *Probabilmente le bambine volevano far capire che, rispetto all'enunciato in linguaggio naturale, era meglio la seconda traduzione. Io avevo invece in mente l'equivalenza tra le due uguaglianze.*

I: Verifichiamo: Nicole verifica
A (Nicole): Venti è uguale a due più tre che fa cinque, per quattro...
I: Francesca, verifica la seconda uguaglianza
A (Francesca): Due più tre fa cinque, cinque per quattro fa venti
I: C'è differenza tra le due scritture?
A: No
A (Marian): È solo l'impostazione che è diversa[28]
I: L'impostazione è diversa ma l'uguaglianza è uguale. L'enunciato diceva: "Se al numero di entrata… " Bisognava partire da "a" ma l'uguaglianza è la stessa
I: Il secondo enunciato l'avete trovato tutti sbagliato. Proviamo. Sara G.
A (Sara G.): Due per quattro otto, più tre… non fa venti ma undici
I: Quattro gruppi su sei hanno detto che la terza scrittura *(quella di Roberta)* va bene. Quali sono i due gruppi che hanno detto che non va bene? Il terzo (Marian, Andrea, Patrick, Redouan) e il quinto (Silvia, Chiara Z., Chiara C.) Verifichiamo.
Chiara Z. vieni a verificare. Sostituisci i numeri alle lettere

$$2 \times 4 + 3 \times 4 = 20$$
$$a \times 4 + 3 \times 4 = b$$

A (Chiara Z.): Due per quattro otto, più tre fa undici
I: Ma è più tre?
A (Chiara Z.): Sì
I: Chi ha detto che va bene? Perché?
A (Flavia): Perché due per quattro fa otto, più tre per quattro che fa dodici; otto più dodici fa venti, quindi va bene
I: Ha fatto bene Flavia? Lì le parentesi sono necessarie?
A (Chiara C.) Sì, perché se fai quattro per due otto più tre viene un risultato diverso
A (Flavia): Ma ha la precedenza la moltiplicazione
A: Quindi non sono obbligatorie
I: Quindi anche questa scrittura va bene. Anche Roberta ha fatto bene. Le scritture che vanno bene sono:

$$(a + 3) \times 4 = b$$
$$a \times 4 + 3 \times 4 = b$$

I: Fabio vieni a fare una particolarizzazione

$$(2 + 3) \times 4 = 20$$
$$2 \times 4 + 3 \times 4 = 20$$

I: Queste due scritture sono equivalenti o no?
A (Damiano): No
I: Hai capito cosa vuol dire equivalenti?
A (Damiano): Sì
I: Perché non sono equivalenti?
A (Damiano): Perché non hanno la stessa operazione[29]
I: Per qualcuno sono equivalenti?
A (Giulia): No, non sono equivalenti
I: Perché?
A (Giulia): Cioè sono equivalenti perché il risultato è lo stesso
A (Masrian): Non sono equivalenti perché le lettere valgono per qualsiasi numero della colonna di entrata e della colonna di uscita.

[28] *Bella definizione.*
[29] *È una conferma di quanto sia importante l'argomentazione che permette a convinzioni e misconcetti profondi di venire alla luce.*

I: Non ho spiegato cosa vuol dire equivalenti. Ci sono scritture che verificano l'uguaglianza. L'uguaglianza è la stessa? Se faccio due più tre, per quattro o due per quattro più tre per quattro è sempre uguale a venti?
A: Sì
A: (Redouan): Sono equivalenti
I: Perché?
A (Redouan): Perché danno lo stesso risultato
I: Oh bene. Adesso, domanda da un milione di dollari. Spremete le meningi. Perché queste scritture sono equivalenti?
A (Chiara C.): Perché tutte e due, cioè, anche se sono scritte in modo diverso, cioè che hanno come espressione, però danno lo stesso risultato comunque
I: Volevo sapere il perché
A: (Redouan): Danno lo stesso risultato perché…
A (Silvia): Perché i numeri sono sempre quelli solo disposti in modo diverso
A (Chiara Z.): Anche se sono impostati diversamente, alla fine è lo stesso risultato perché…
I: Come mai due espressioni così diverse danno lo stesso risultato?
A (Redouan): Perché in quella sotto c'è la proprietà distributiva[30]
I: Chi è che la vuole spiegare?
A (Andrea): Il due è stato moltiplicato per quattro e poi è stato aggiunto dodici
I: Il dodici è vero che è il prodotto ma è meglio questa scrittura: due per quattro più tre per quattro. Cosa vuol dire distributiva? Cosa è stato distribuito?
A (Chiara Z.): Le volte che bisogna moltiplicare
A (Redouan): Distribuisce il 2 e il 3 per 4
A (Patrick): Distribuisce per 4 al 2 e al 3
I: Quale operazione distribuisce?
A (Sara G.): La moltiplicazione.

[30] *E bravo Redouan! Però credo che sia tutta la discussione nel suo complesso che gli abbia consento di far emergere la proprietà.*

Spilamberto (MO)	*M*	*1*	*2*	*3*	*4*	***5***	*1*	*2*	*3*	***Vanna Incerti***

30 Marzo 2007 attività svolta autonomamente dall'insegnante 7 *(Uso di scheda e registratore)*

Lavoro individuale[31]

Otto bambini hanno descritto un'uguaglianza prima in linguaggio naturale e poi in linguaggio matematico. Collega con frecce colorate la scrittura in linguaggio naturale con la corrispondente scrittura in linguaggio matematico

Ventotto è uguale a due per la somma di otto e sei — Alice	$28 = (8 + 6) \times 2$
Ventotto è uguale al prodotto di otto per due più il prodotto di sei per due — Matteo	$28 = 2 \times (6 + 8)$
Ventotto è uguale alla somma di sei più otto, moltiplicata per due — Enrico	$28 = (8 \times 2) + (6 \times 2)$
Ventotto è uguale al prodotto di due per sei più il prodotto di due per otto — Lorenzo	$28 = (6 \times 2) + (8 \times 2)$
Ventotto è uguale alla somma di otto più sei, moltiplicata per due — Giorgia	$28 = (2 \times 8) + (2 \times 6)$
Ventotto è uguale al prodotto di due per otto più il prodotto di due per sei — Angela	$28 = 2 \times (8 + 6)$
Ventotto è uguale al prodotto di sei per due più il prodotto di otto per due — Elena	$28 = (6 + 8) \times 2$
Ventotto è uguale a due per la somma di sei più otto — Gianni	$28 = (2 \times 6) + (2 \times 8)$

[31] *Le tue schede sono sempre molto belle.*

Si corregge la scheda collettivamente scrivendo le uguaglianze in linguaggio matematico alla lavagna. La quasi totalità dei bambini ha collegato le due scritture in modo corretto.

$28 = 2 \times (8 + 6)$
$28 = (8 \times 2) + (6 \times 2)$
$28 = (6 + 8) \times 2$
$28 = (2 \times 6) + (2 \times 8)$
$28 = (8 + 6) \times 2$
$28 = (2 \times 8) + (2 \times 6)$
$28 = (6 \times 2) + (8 \times 2)$
$28 = 2 \times (6 + 8)$

I: Queste scritture sono che cosa rispetto al 28?
A (Giulia): Equivalenti
I: Sono scritture equivalenti e va bene. Come possiamo dire, che sono forme come?
A (Damiano): Canoniche
I: Qual è la forma canonica?
A (Damiano): Cioè l'espressione
I: La forma canonica è questa (il 28) o quella con le parentesi e le operazioni, le espressioni
A (Damiano): Le espressioni
I: Allora non ci siamo capiti[32]. Se non è quella con le espressioni…
A: È il numero 28
I: Le altre sono tutte…
A: Non canoniche
I: Cioè modi diversi di scrivere…
A: Il 28
I: Cancelliamo tutti i 28.

$2 \times (8 + 6)$
$(8 \times 2) + (6 \times 2)$
$(6 + 8) \times 2$
$(2 \times 6) + (2 \times 8)$
$(8 + 6) \times 2$
$(2 \times 8) + (2 \times 6)$
$(6 \times 2) + (8 \times 2)$
$2 \times (6 + 8)$

I: Osserviamo queste scritture. Posso dividerle in qualche gruppo?
A (Redouan): Sì, usando la proprietà distributiva
I: Chi vuole andare alla lavagna…, all'infuori di lui[33],*)* a suddividere queste espressioni in gruppi per cui alcune si assomigliano per certe cose e altre per certe altre?
A (Patrick): *(con la collaborazione di Giulia):*

$2 \times (8 + 6)$
$2 \times (6 + 8)$

$(2 \times 6) + (2 \times 8)$
$(2 \times 8) + (2 \times 6)$

$(6 + 8) \times 2$
$(8 + 6) \times 2$

$(8 \times 2) + (6 \times 2)$
$(6 \times 2) + (8 \times 2)$

[32] *È un discorso di attribuzione di termini inusuali.*
[33] *L'ho fermato perché è troppo avanti rispetto alla classe.*

I: Perché hai unito queste coppie di scritture non canoniche?
A (Patrick): Due per otto più sei assomiglia a due per sei più otto perché scambio l'otto e il sei
I: Quindi che proprietà è stata applicata?
A: (Patrick): Distributiva
I: Quaaa?!?
A (Patrick): No, commutativa...
I: Andrea vuole proporre un altro modo? Vieni
A (Andrea): Bastava sapere che le espressioni erano otto poi bisognava dividerle per due
I: Perché per due?
A (Andrea): Perché due erano uguali
I: Quali sono quelle due uguali?
A (Andrea): Per esempio: due per otto più sei è uguale a due per sei più otto
I: Non è proprio uguale
A (Andrea): Cioè, cambia solo nelle parentesi perché si applica la proprietà…
I: Non posso dire che queste scritture sono uguali; sono equivalenti. Qualcun altro?
A (Flavia): Anche sei per due più otto per due poteva essere equivalente a sei per due più due per otto
I: Dici questa scrittura? *(l' ultima coppia)* Ma sono tutte equivalenti perché danno…
A (Flavia): Ventotto
I: Diamo la parola a Redouan
A (Redouan):

$2 \times (8 + 6)$
$(2 \times 8) + (2 \times 6)$

$2 \times (6 + 8)$
$(2 \times 6) + (2 \times 8)$

$(8 + 6) \times 2$
$(8 \times 2) + (6 \times 2)$

$(6 + 8) \times 2$
$(6 \times 2) + (8 \times 2)$

I: Perché Redouan ha messo insieme quelle coppie?
A (Marian): Perché sono equivalenti e danno lo stesso risultato
A (Andrea): Come Marian, ma sono equivalenti perché lì ha applicato la proprietà distributiva
I: Dove ha applicato la proprietà distributiva? In quale situazione?
A (Andrea) In tutte
I: In tutte le coppie?
A (Andrea) Sì
I: Nella prima coppia qual è la scrittura in cui ha applicato la proprietà distributiva?
A (Andrea): Due per otto più due per sei
A (Giulia): Come Andrea perché ha applicato la proprietà distributiva, cioè ha distribuito il due
I: Ripetiamolo. Quale operazione ha distribuito?
A (Giulia): Due per
I: La…
A (Giulia): Moltiplicazione
I: Quindi ha distribuito la moltiplicazione sulla…
A (Nicole): Addizione

Attività individuale sul quaderno:

Riscrivi le coppie in linguaggio matematico in cui è stata applicata la proprietà distributiva

Es: $2 \times (8 + 6) = (2 \times 8) + (2 \times 6)$
$2 \times (6 + 8) = (2 \times 6) + (2 \times 8)$
$(8 + 6) \times 2 = (8 \times 2) + (6 \times 2)$
$(6 + 8) \times 2 = (6 \times 2) + (8 \times 2)$

I: Osservate tutte le scritture che avete fatto. Quali sono i numeri usati?
A (Silvia):

2 8 6

I: Soltanto una volta?
A: No
I: I numeri che vengono usati, anche ripetuti
A (Silvia):

2 8 6
2 8 2 6

I: E basta?
A: No
A (Concetta):

2 8 6
2 8 2 6
8 6 2 6 8 2

A (Marco): Manca un due

2 8 6
2 8 2 6
8 6 2 6 8 2
8 6 2 6 8 2 2

I: I numeri presenti nelle uguaglianze sono quindi: 2 2 2 6 6 8 8

Lavoro individuale:

Sistema i seguenti numeri al posto giusto:

3 3 3 7 7 6 6

(_ + _) × _ = (_ × _) + (_ × _) ...[34]

(7 + 6) × 3 = (7 × 3) + (6 × 3)

I: Chi è riuscito a farlo, in che modo ha ragionato?
A (Silvia): Io ho preso i tre numeri; nella prima c'erano solo tre spazi; ho preso i tre numeri e li ho disposti lì, nei tre spazi. Poi nella seconda, che per me era la più facile, ho preso il sette e l'ho moltiplicato per tre e il sei e l'ho moltiplicato per tre.
I: Qualche altra motivazione?
A (Andrea): Visto che il tre dovevi scriverlo tre volte, si capiva che dovevi moltiplicarlo
A (Giulia): Lì, sette più sei, uno poteva anche fare sei più sette, però la distributiva veniva in un modo diverso.
I: Andava benissimo anche sei più sette
A (Chiara C.): Subito avevo fatto sette più tre, poi ho visto che dopo dovevo usarlo per tre volte, allora ho capito che il tre andava solo quando c'era la per[35].
I: Se uno avesse voluto verificare se aveva messo bene a posto i numeri, come avrebbe dovuto fare?
A (Redouan): Vedere se li aveva messi tutti
I: Cosa deve fare? Questo è il colmo, perché di solito succede il contrario.
A (Silvia) Devi risolvere l'espressione
I: Verifichiamo[36].

---

[34] *I 2/3 della classe ha svolto l'esercizio correttamente.*
[35] *È meglio intervenire per invitare ad usare un linguaggio più appropriato (che non sia 'la per', 'la più', ecc).*
[36] *Non avrei dovuto fare questo passaggio visto che nessuno aveva pensato a fare calcoli. Credo tu abbia ragione; finora gli alunni avevano lavorato bene sulla struttura della proprietà, e non sentivano il bisogno di fare calcoli. Comunque ogni tanto la verifica può essere opportuna, soprattutto per quelli che non hanno capito bene la distribuzione dei numeri nella proprietà.*

27 Aprile 2007 attività svolta autonomamente dall'insegnante 8 *(Uso di scheda e registratore)*

I bambini conoscono già lo schema della macchina della distributiva. Avevo proposto alcuni esercizi presi dai protocolli delle classi di Belluno

Lavoro di gruppo

Sistemate i seguenti numeri al posto giusto: 5 – 5 – 5 – 8 – 8 – 3 – 3

(… + …) × …. = … × … + … × …

Spiegate il procedimento che avete utilizzato[37]:

……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………

Sostituite ai numeri delle lettere in modo da generalizzare la situazione

(… + …) × …. = … × … + … × …

Correggo direttamente sul quaderno la prima parte

1° gruppo

$(8 + 3) \times 5 = 5 \times 8 + 5 \times 3$

Abbiamo capito che bisognava moltiplicare per 5 tutti i numeri.

2° gruppo

$(8 + 3) \times 5 = 5 \times 8 + 5 \times 3$

Abbiamo osservato che, essendoci tre moltiplicazioni, abbiamo inserito in ogni moltiplicazione un 5. Poi abbiamo inserito gli altri numeri e controllato i risultati.

[37] *Buona la consegna. Noi abbiamo sempre svolto questa attività oralmente durante le discussioni collettive.*

3° gruppo

$$(8+3) \times 5 = 5 \times 3 + 5 \times 8$$

I tre cinque li abbiamo messi vicino alla moltiplicazione, i due otto e i due tre li abbiamo messi nei posti rimasti.

4° gruppo

$$(8+3) \times 5 = 5 \times 3 + 5 \times 8$$

Visto che c'erano 3 cinque abbiamo capito che era il numero che doveva essere moltiplicato più volte. Nei posti rimasti abbiamo capito che ci volevano le altre 2 cifre.

5° gruppo

$$(3+8) \times 5 = 5 \times 3 + 5 \times 8$$

Abbiamo distribuito il 5 al 3 e all' 8

6° gruppo

$$(8+3) \times 5 = 8 \times 5 + 3 \times 5$$

Abbiamo visto che il 5 c'era 3 volte così l'abbiamo messo nei posti giusti , poi nei posti rimasti abbiamo messo l'8 e il 3

I: Adesso ogni gruppo viene alla lavagna e presenta l'esercizio in cui le lettere sono state sostituite ai numeri

1° gruppo

$$(a+b) \times c = c \times a + c \times b$$

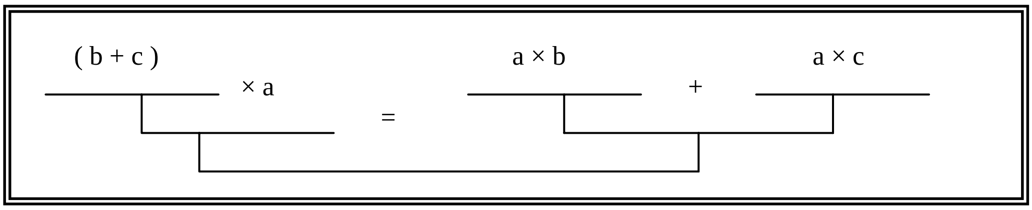
2° e 4° gruppo

$$(O+T) \times C = C \times O + C \times T$$

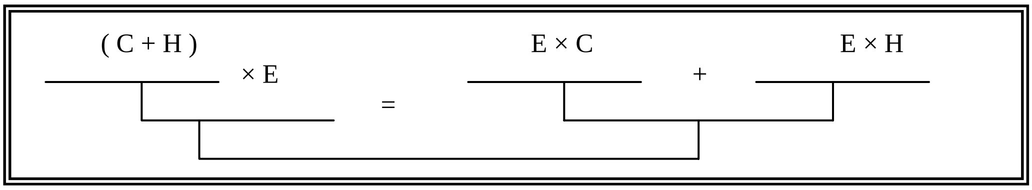
I: Perché avete utilizzato queste lettere?

A (Patrick e Concetta): Perché O è uguale a otto, T a tre, C a cinque

3° gruppo

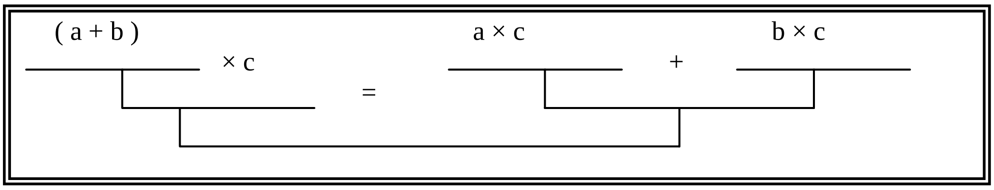


5° gruppo



I: Perché avete utilizzato queste lettere?
A (Sara G): Per il numero 3, terza lettera dell'alfabeto, per l'8 l'ottava e per il 5 la quinta
. .[38]

6° gruppo



I: Abbiamo lavorato tanto con le lettere. Siamo partiti in prima, poi in seconda, terza, quarta, quinta. Perché è utile utilizzare le lettere? Che differenza c'è tra questa scrittura con le lettere e quella precedente con i numeri?
A (Giulia): Che con le lettere puoi mettere qualsiasi numero
A (Redouan): Sì, questa cosa che ha detto la Giulia
A (Chiara Z.): Con le lettere puoi mettere qualsiasi numero, invece con i numeri è determinato
I: Allora le lettere servono per fare che cosa?… Quando io metto i numeri, che cosa faccio?
A (Marian): Le operazioni.
I: Anche con le lettere faccio le operazioni; ma con i numeri che cosa faccio?
A (Andrea): Una particolarizzazione[39]
I: Invece con le lettere che cosa faccio?
A (Chiara C.): La legge generale
I: Volete aggiungere qualcosa, qualche considerazione sul lavoro fatto quest'anno e negli anni passati? Perché abbiamo fatto questo progetto?
A (Flavia): Perché ci dava un'opportunità e l'abbiamo sfruttata
I: Quale opportunità?
A (Andrea): Per conoscere, fare amicizia con altri bambini lavorando insieme
I: Cos'altro?
A (Damiano): Imparare nuove cose
I: Soprattutto che cosa? Perché si chiama ArAl questo progetto?
A: Aritmetica, algebra
I: Allora quando voi incontrerete l'algebra… l'algebra, a differenza dell'aritmetica, che cosa utilizzerà?

---

[38] *La fantasia non ha limiti o forse non è solo questo; la necessità di trovare un legame con la scrittura numerica determinata anche dalla consegna data. È pur sempre un modo per costruire significati. Da qui poi partiamo per giungere, attraverso il balbettio algebrico e la mediazione di Brioshi, a significati più 'universali'.*
[39] *Bravo! (e brava insegnante).*

A: Le lettere
I: Volete aggiungere qualcos'altro? Sentiamo un po' i commenti di tutti
A (Concetta): questo lavoro a me è piaciuto perché abbiamo avuto l'opportunità di imparare e anche perché abbiamo potuto fare le lezioni insieme e collaborare
A (Chiara Z.): E' stato molto interessante e divertente perché così, scambiandoci le informazioni, abbiamo capito che lavoro fanno anche loro (i bambini di Belluno)
A (Marian): Da quando abbiamo iniziato questo progetto dalla prima mi è piaciuto perché, tra i moduli e le successioni, abbiamo imparato molte cose
A (Sara G.) : A me è piaciuto perché abbiamo giocato insieme, a gruppi
A (Patrick): A me è piaciuto perché abbiamo potuto imparare e abbiamo conosciuto degli altri bambini
A (Francesca): E' stato bello e divertente perché abbiamo collaborato insieme ad altri bambini e in tutti questi anni abbiamo imparato tante cose
I: Quale attività vi è piaciuta di più, quest'anno o negli anni passati?
A (Sara G.): A me è piaciuta di più la successione delle tane dei conigli
A (Chiara Z.): Anche a me
I: Perché?
A (Chiara Z.): Perché i conigli erano degli animali e c'erano dei problemi più divertenti
A (Chiara C.): In questi cinque anni mi è piaciuto di più quando c'erano dei problemi con gli animali oppure con le cose marine[40]
A (Nicole): A me è piaciuto quando abbiamo lavorato sulle barriere coralline
A (Marian): A me è piaciuto quando facevamo i problemi su Brioshi[41], di scrivere in forma matematica quello che dicevamo perché lui non capisce la nostra lingua
A (Silvia): Per me è stata una cosa molto bella perché non erano cose che si facevano tutti i giorni e non è stata neanche tanto difficile.
A (Flavia): Mi sono piaciuti un po' tutti i problemi, è stato molto bello conoscere i bambini di Belluno
A (Omeima): A me è piaciuto perché abbiamo potuto lavorare tutti insieme e abbiamo conosciuto dei nuovi bambini e abbiamo fatto amicizia facendo questi progetti
A (Andrea): A me è piaciuta la macchina sputanumeri[42], il lavoro di quest'anno.

---

[40] *Da tenere presente per il futuro.*
[41] *Idem.*
[42] *Idem.*