Progetto ArAl	1	**Ricerca di Regolarità** *(quinto anno di compresenza con la classe)*

Villapiana (BL)	*I*	*1*	*2*	*3*	*4*	***5***	*1*	*2*	*3*	*Dea Beppiani*

10 novembre 2006 attività svolta in autonomia con Anita Da Pont e Vanna Incerti

---

6.11 Da Vanna Incerti a Anita Da Pont e Dea Beppiani

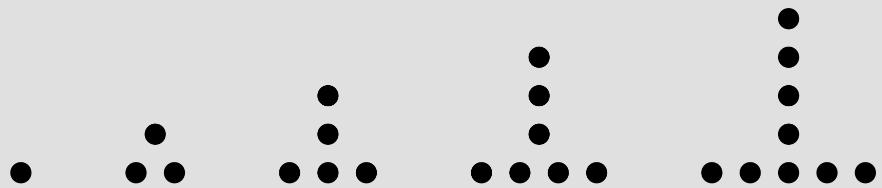
A Castel San Pietro il prof. Ferrari ha presentato un problema di Radford.
Ho copiato la disposizione dei pallini nell'allegato e poi ho contestualizzato il problema.
Mi sembra una situazione da cui posso partire per far lavorare i bambini perchè ricalca quelle dell'anno scorso.
L'idea sarebbe questa: faccio lavorare i ragazzi in gruppo, poi vi mando le soluzioni che hanno trovato (sperando che ce ne siano di sensate) e aspetto da voi le correzioni o i commenti. O viceversa.
La domanda presentata al convegno era: Quanti pallini ci sono nelle figure fino alla ventesima? Trovare una formula.......
Si proponeva: numero delle palline nella base per due meno uno.
Ci si arriva anche però contando complessivamente le palline in ogni gruppo.
Sono diponibile a qualsiasi altra attività.

Ciao, Vanna

Viene proposto il problema:

Ostriche e perle

Nella barriera corallina le ostriche hanno deciso di vendere le loro perle. Hanno organizzato una grande mostra e Nonna Ostrica, per invogliare i clienti ad acquistare le perle, ha consigliato di disporle a mucchietti in questo modo:



Quante perle ci saranno nel ventesimo mucchietto?

a) Spiegate come fate a trovare la soluzione
b) Provate a scrivere una legge generale utilizzando le lettere

La classe viene divisa in quattro coppie ed una terna (11 alunni)

1) Coppia Nicola C. e Costanza

a) Ci saranno 39 perle.

Abbiamo fatto la successione del 2 partendo da 9:

9 11 ……… … 39

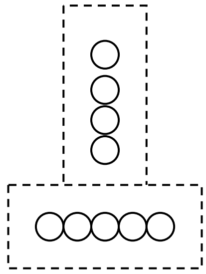
5° 6°…………….20°

b) a + 2…. = b[1]

---

[1] *(Nav) Mi pare che gli alunni vogliano dire: "al numero iniziale 'a' (che poi sarebbe 1) aggiungiamo 2 'tante volte di seguito' (questo sarebbe il significato di quei puntini, che assumono il significato 'eccetera' proprio dei punti nella lingua italiana)". Siamo in pieno balbettio algebrico. Gli alunni vorrebbero rappresentare la ripetizione di un 'evento' (addizionare 2) ma non sanno superare la dinamicità della situazione, che rendono in modo molto espressivo con i puntini.*

2) Coppia Alex e Giulio



$\xrightarrow{\times 4}$ 16

$\xrightarrow{\times 4}$ 20 $\quad$ 20 + 16 = 36

Intervengo chiedendo cosa vuol dire "moltiplicare" e chiedendo se i mucchietti si ripetono sempre uguali; dopo le mie domande i bambini aggiungo nel loro protocollo:

Nel 5° mucchietto bisogna fare + 15 × 4 in orizzontale, in verticale bisogna fare + 11 × 4[2]

Non hanno il tempo di rispondere alla seconda richiesta.

3) Coppia Alessia e Beatrice:

a) 5°	6°	7°	8°	9°	10°	11°	12°	13°	14°	15°	16°	17°	18°	19°	20°
9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31	33	35	37	39

b) Abbiamo trovato il modo: A × 2 – 1[3]

A = q. n. dispari $\quad$ *Nota della maestra: q. n. sta per qualsiasi numero.*
× 2 = perle in più per gruppo
- 1 = perla in meno per colonna

4) Terna Mattia, Nicola B., Piero:

M	**P**
1	1
2	3
3	5
4	7
5	9
6	11
7	13
8	15
9	17
10	19
11	21
12	23
13	25
14	27
15	29
16	31
17	33
18	35
19	37
20	39

continua

[2] *In questo caso c'è una sorta di 'pensiero congelato'. I cinque disegni visibili vengono visti come un insieme formato da tondi orizzontali e da tondi verticali che si ripete, come se fosse il modulo della successione. Vedono la situazione data come un blocco chiuso, non si rendono conto che il numero dei pallini continua a crescere.*

[3] *In termini linguistici direi che hanno scritto solo il* predicato. *Mancano il soggetto (il numero totale dei pallini) e la copula 'è' (l'uguale). È un passaggio importante al quale l'altr'anno erano già arrivati.*

Qualsiasi numero dispari più 2 fa un mucchietto in più[4]

A + 2 = B
A = qualsiasi numero
B = mucchietto in più
+ 2 = modulo

5) Coppia Alessandro ed Enrico:

a) Abbiamo pensato a vedere il numero delle perle che aumentavano di 2[5]; così abbiamo preso l'ultimo gruppo, cioè il 5° e l'abbiamo moltiplicato per 2 così abbiamo le perle che ci sono nel decimo; dopo di che visto che abbiamo la metà[6] le abbiamo moltiplicate di nuovo per 2 e così abbiamo trovato le perle nel ventesimo.[7] [8] [9]

b)
× 1 + 2[10]
E × A + B
E × A + C

Perché E sta per qualsiasi numero dei gruppi, A per 1 e C per 2.[11]

Nota: in tutte le coppie sono intervenuta facendo presente la necessità di spiegare la lettera usata (a Brioshi).[12]

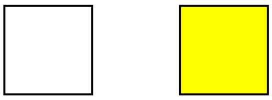
---

[4] *Strategia frequente anche nei protocolli di Vanna Incerti. Gli alunni si concentrano sulla regolarità più evidente (+2) e non collegano il numero dei pallini al numero del posto del disegno. Devono capire che la legge contiene due variabili. Gli alunni usano in effetti due lettere come se si trattasse di due variabili ma in realtà danno un altro nome (B) alla somma 'A + 2'.*
[5] *V. commento precedente.*
[6] *Intendono dire che il numero del posto (10) è la metà del numero del posto al qualle devono arrivare.*
[7] *La strategia di questo protocollo è un misto fra quella del 'pensiero congelato' e quella del vedere solo la regolarità '+2'.*
[8] *(I) Anche qui ero intervenuta chiedendo cosa vuol dire moltiplicare e facendo riflettere su come progrediscono i mucchietti, ma non c'è stato cambiamento.*
[9] *Non scrivono il numero delle perle nel 20°mucchietto.*
[10] *Hanno scritto solo 'l'operatore sulla freccia'; anche l'altr'anno siamo passati per questa strada.*
[11] *Due casi tipici di quella che abbiamo chiamato 'ebbrezza da simbolo' (v. Glossario). Non spiegano cosa significa la lettera 'B'.*
[12] *Ottimo!*

Villapiana (BL)	*I*	*1*	*2*	*3*	*4*	***5***	*1*	*2*	*3*	*Dea Beppiani*

26 febbraio 2007 *Sintesi delle attività svolte nel mese di febbraio*

Ho usato i cartellini numerici presentati nelle compresenze con Anita Da Pont a S. Giustina.



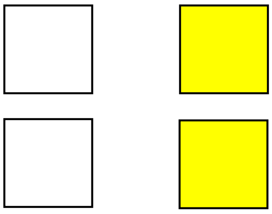
1° intervento: cosa fa la macchina?

a) ± 0 e poi si dice $\pm$ qualsiasi numero

b) $\times 1$ e : 1 poi $\times$ q. n. e : q. n.

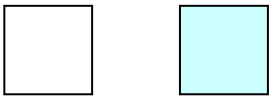
c) $\times 7 - 6$ anche questa formula usando q. n. ; si spiega meglio: $1 \times 7 - (7 - 1)$

d) $a \times a$ (dove a sta per primo numero) si dice subito che non è vera, perché la macchina non farebbe sempre la stessa cosa



Dopo la verifica con il secondo cartellino numerico tutte le proposte cadono; si propone:
$a \times 3 - 2$
Si verifica con gli altri cartellini e si vede che funziona.
Si trova la formula inversa e si scopre la necessità di mettere le parentesi.

2° intervento: cosa fa la macchina?

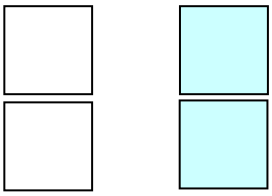


a) $\times 4$
b) $\times 3 + 3$
c) $+ 9$
d) $\times 2 + 6$
e) 3×2 alla seconda = 12
f) $\times 5 - 3$ *si commenta che si può fare per q. n. e poi togliere quello che serve per avere i numero finale*
g) $(+ 2) \times 3$ *si verifica che non è vera*
h) $(- 2) \times 12$
i) $: 3 \times 12$
j) $\times 2 \times 2$

La presenza delle parentesi offre l'occasione per tornare sull'uso delle stesse; si capisce che quelle usate non hanno senso e si passa a scrivere la regola completa:
a = n. di partenza c = n. di arrivo

$$a \times 4 = c$$

e così per tutte le altre formule.
Con il secondo cartellino numerico...



...si verificano le regole proposte e resta solo:

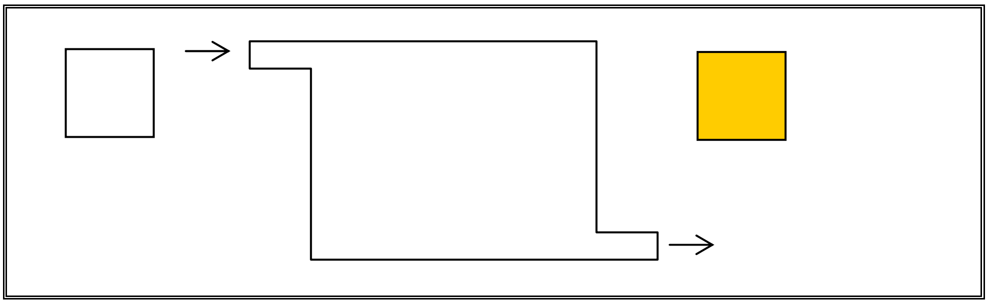
$$a \times 3 + 3 = c$$ [13].

[13] 1) *Abbiamo provato a dire in linguaggio naturale le formule; si riscontra una certa difficoltà ad articolare la frase in italiano.*

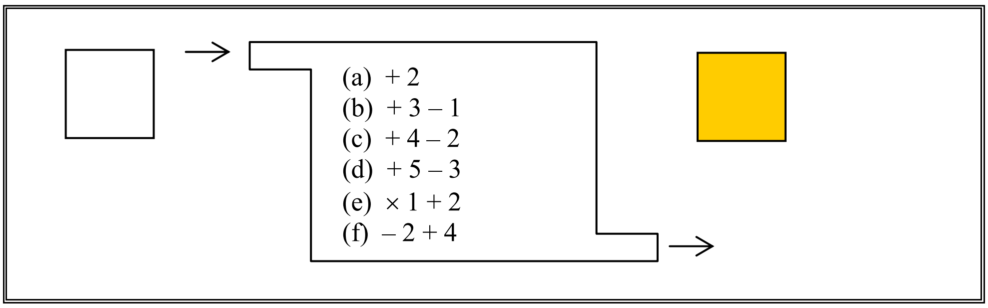
2) *Si è lavorato parecchio, anche in altre attività, con le parentesi; mi sembra che l'uso corretto sia stato compreso, anche se qualcuno (pochi) preferiscono metterle per evidenziare l'operazione che si deve fare per prima, anche se non è necessario farlo.*
3) *Si sono evidenziate le parti* ***costanti*** *e quelle* ***variabili*** *della formula e si è parlato di* ***sostituzione****, mentre si operavano le diverse verifiche dell'esattezza della formula proposta.*
4) *È riemerso il concetto di forma canonica e non canonica del numero.*
5) *Autonomamente gli alunni tendono a scrivere il modulo e non la regola completa.*
6) *Mi sembra acquisito l'uso della lettera.*

2 marzo 2007 - compresenza 1

IR: Voi avete incontrato un sacco di parole sulle quali abbiamo riflettuto: forma canonica e non canonica. Vi propongo di fare dei cartoncini, e di scriverci sopra le parole che stiamo usando... per esempio forma canonica e non canonica...
A (Piero): ... trasparente – opaco
IR: Altra striscia; altre parole legate a trasparente – opaco?
A (Mattia): Processo – prodotto.
A (Nicola B.): Neutro… no, … no …
IR: Un'altra parola, nome proprio...
G: Brioshi!
IR: Poi molte volte abbiamo parlato di linguaggio…
G: Naturale e matematico.
IR: E facciamo delle… da un linguaggio ad un altro…
G: …Traduzioni.
IR: Come minimo dieci parole le abbiamo; in 1prima elementare elementare poi abbiamo imparato…
A (Piero): Catena.
IR: E dopo?
G: Successione, modulo!
IR: Su cosa abbiamo ragionato… quando siete piccoli fate una cosa a destra ed una cosa a sinistra, è un simbolo della matematica che usate tante volte al giorno...
A (Beatrice): Uguale.
IR: Sì, che vuol dire…
A (Beatrice): Equivalente.
IR: 2 + 5 in prima fa 8, a sinistra si fa qualcosa e a destra viene il risultato, ma c'è un altro significato?
A(Beatrice): Equivalente.
IR: 6 + 2 = 3 + 5 non c'è risultato.
G: Equivalente!
A (Giulio): Forma canonica e non canonica.
IR: Benissimo! Mettiamo insieme tutte queste parole e formiamo un glossario, come quello che c'è alla fine dei libri di storia, geografia... le parole importanti.
A (Piero): Glossario?... Non abbiamo mai sentito questa parola.
IR: Adesso rimbocchiamoci le maniche e cominciamo a lavorare con la Macchina Sputanumeri. Metto un altro numero nella macchina, il lavoro è lo stesso che avete fatto con la maestra: bianco il 1° cartellino, arancione ciò che sputa la macchina.

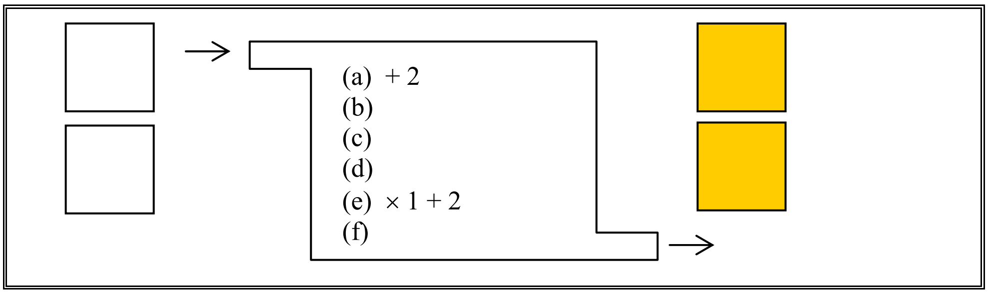


IR: A voi i tentativi.
I ragazzi lavorano e poi vengono raccolte le proposte.

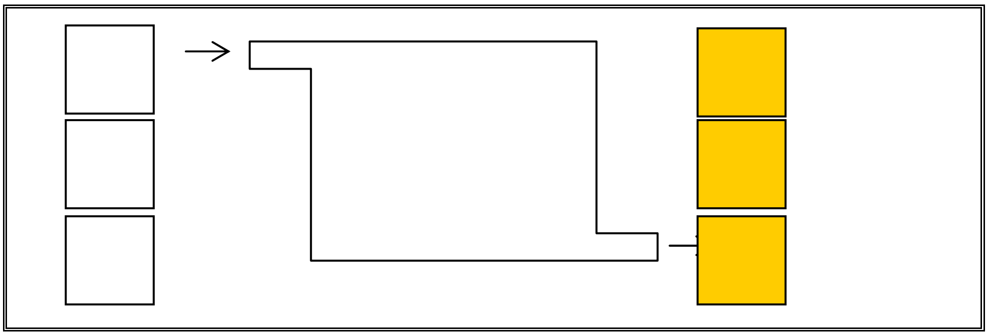


A (Mattia): (/*riferendosi a* b), c), d)) Ma lì si può andare avanti all'infinito!

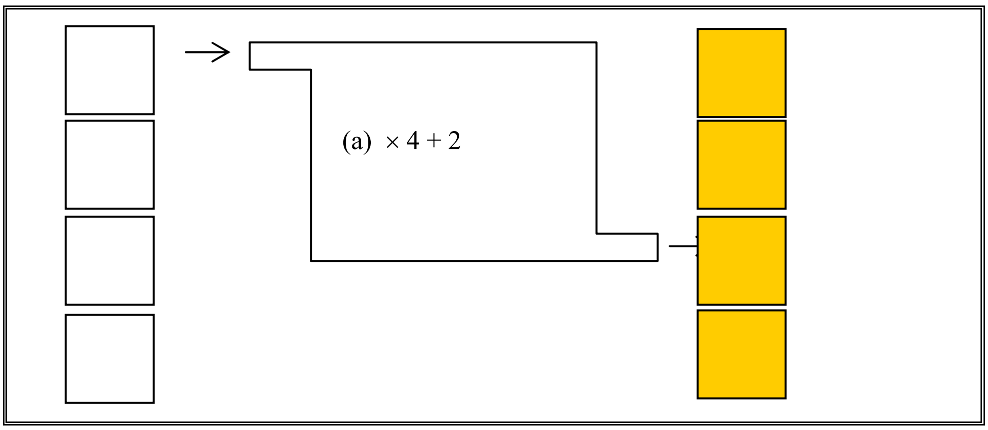
IR: Vediamo di fare qualche osservazione.
A (Mattia): Sono tutti processi che hanno lo stesso risultato.
IR: Sì, chiaro.
A(Mattia): Puoi fare tutti quelli che vuoi; + 3 – 1, + 4 – 2, + 5 – 3…
IR: Non vale la pena andare avanti. Va bene la a), vanno bene anche le altre, ma mettiamo quelle significative.
A (Nicola C.): - 2 + 4 è sbagliato, non abbiamo fatto i numeri…
A (Piero): ... negativi.
IR: Si chiamano relativi, va bene... non li avete fatti, ma va bene… *si verifica che – 2 + 4 equivale a più 2.*
A (Giulio): × 1 + 2... è neutro × 1.
IR: Bravo. Restano a) ed e); vediamo se funzionano anche coi prossimi numeri.



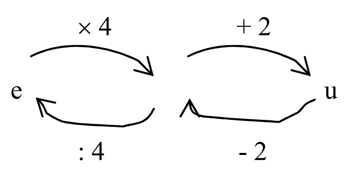
G: Non funzionano!
IR: Pensateci un po’ su... *gli alunni pensano ma non sanno come fare.* Volete che vi dia qualcos’altro?
A (Nicola C.): Più ne metti meglio si va, perché si confronta.



IR: Avete proposte?
Dopo un po’:
A (Alessia): × 4 + 2
A (Mattia e Beatrice): Sono d’accordo.
Alessia prova: 0 × 4 + 2 = 2, 1 × 4 + 2 = 6, 2 × 4 + 2 = 10
IR: E con 2?
G: 10. *IR scrive 10*
C: × 4 + 2 va bene! Funziona!
IR: Bene. Facciamo la prova con 3.
A (Nicola C.): Dovrebbe uscire 14.
IR inserisce il cartellino con il 14. La classe è molto soddisfatta.



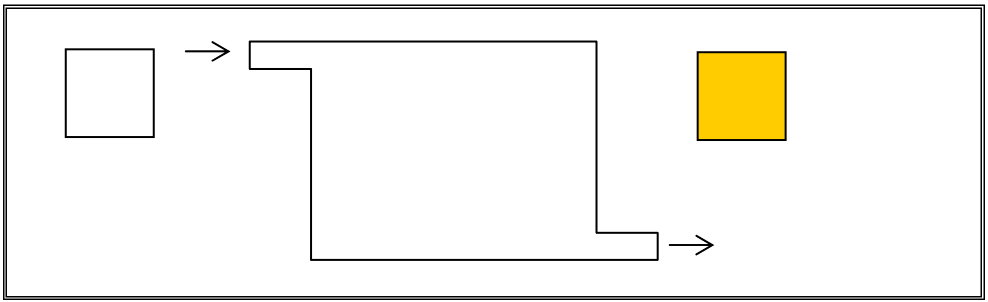
IR: Attenzione, ora… vediamo il contrario; se dalla Macchina Sputanumeri vien fuori 30, come faccio a sapere cosa si mette dentro? ‘× 4 + 2’ lo fa la macchina all’andata, ma non è ancora la legge, ok?... se scriviamo la legge, bisogna…
G: … mettere il numero di partenza e di arrivo.
IR: Ottimo. Per non usare tante lettere diverse mettiamo ‘È per entrata, ‘u’ per uscita, va bene? Scrivete una legge per l’andata e una legge per dire cosa succede al ritorno.
A (Alessandro): In italiano?
IR: No, no, per Brioshi.
A (Nicola C.): Bisogna scrivere la legge?
IR: Sì.
La classe lavora per qualche minuto.
A (Costanza): e × 4 + 2 = u
IR: Siete d’accordo?
C: Sì.
A (Piero): (e – 2) : 4 = u *ci pensa su per qualche attimo* No, ho sbagliato! È alla fine, non all’inizio! (u – 2) : 4 = e.
A (Mattia): u : 4 – 2 = e, ma è sbagliata, se è inverso!
IR: Verifichiamo.
A (Mattia): 14 – 2… 12 : 4 uguale 3
IR: E la tua?
A (Mattia): 14 : 4.
IR: 14 : 4 non si può fare, non vien fuori un numero intero…
A (Mattia e Giulio): C’è resto…
A (Piero): Non può avere come prodotto…
IR: … non può avere un quoziente…
A (Mattia): … naturale.
IR: Perché?
A (Giulio): 14 non è multiplo di 4.
IR: Quindi è sbagliata. Come si può fare a convincere un bambino piccolo che una è giusta e una è sbagliata?
A (Costanza): Se fai × 4 e + 2, al ritorno fai – 2 e poi : 4.
IR: Con dei disegni particolari che usavamo ancora anni fa… vi ricordate? Come possiamo rappresentare? Vi aiuto.
IR va alla lavagna e comincia a disegnare delle frecce. La classe capisce immediatamente e in pochi secondi si completa il grafo e si scrivono le leggi correttamente (dopo un attimo di incertezza vengono inserite le parentesi).



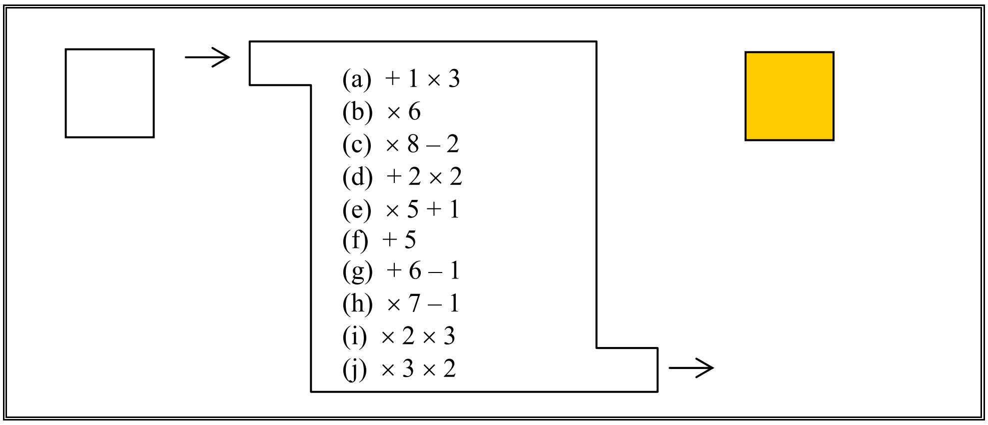
e × 4 + 2 = u

(u – 2) : 4 = e

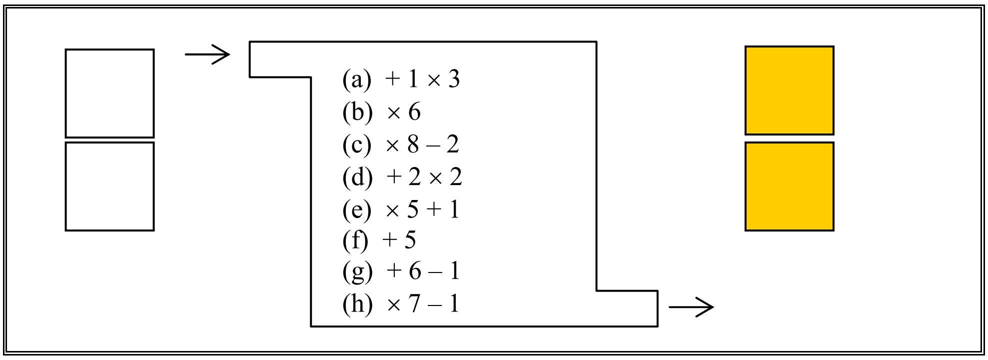
IR: Passiamo ad una cosa sempre con la macchina, una cosa carina.
G: Difficile?
IR: No. Riscaldatevi le meningi; in questi lavori conta molto lavorare di fantasia; non arrendetevi; pronti?
C: Sì.
IR: Non cambia chissà che cosa…
A (Giulio): Il processo *(allude alla legge).*
IR: È inevitabile.



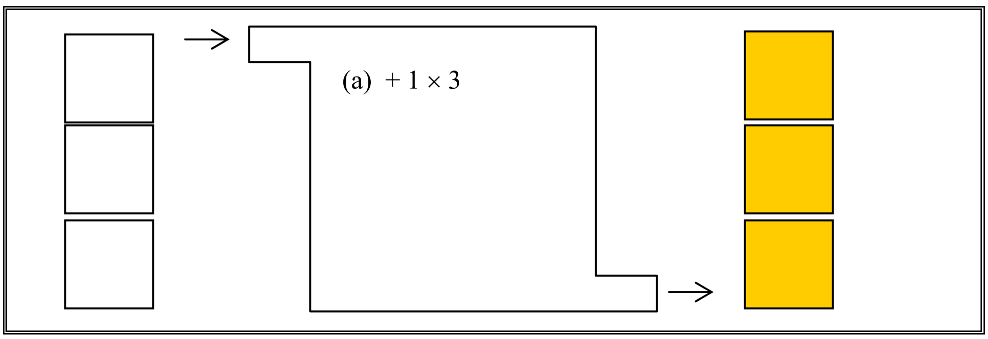
G: Ancora?!?
A (Nicola B.): Bisogna trovare un processo diverso!
Dopo un po’ si scrivono le varie proposte alla lavagna:



IR: *commentando (g) e (h):* Siamo ai discorsi di prima; *commentando assieme agli alunni (i)*: C'è già.
I: Perché dice che c'è già?
A (Giulio): È come × 6, è la stessa cosa.
Si tolgono ×2 × 3 e ×3 ×2.
A (Mattia): Con la moltiplicazione cambia sempre, potrebbero essere tutti giusti.
IR: Che proprietà hai applicato Piero?
A (Piero): Commutativa.
IR: Vediamo cosa succede mettendo un altro numero...
G: ... esce 7!...
IR: No... esce… (*suspence*) 9!



A (Nicola C.): + 1 × 3 è esatto.
Si verificano anche le altre proposte. Tutte quelle dalla (b) alla (h) non vanno bene.
A (Nicola B.): Va bene solo + 1 × 3!
IR: Pensateci, possono essercene altre?
A (Nicola B.): Un'altra: × 4 + 1.
IR: Proviamo.
G: Va bene per la seconda ma non per la prima.
A (Alessia): × 4 + 2.
Si prova e si vede che non va bene.
IR: Metto un altro numero? Guardate qui... matto il 3... cosa verrebbe?
C: 12!!!



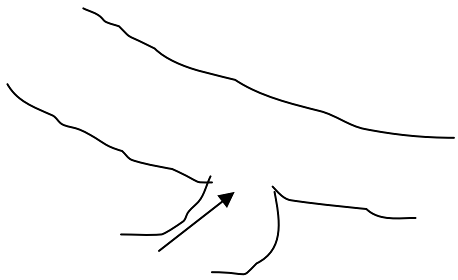
C: Sììì!!!
IR: Attenzione, in uscita c’è 18. Che numero ho inserito nella Macchina? Scrivete la legge all’andata e al ritorno.
I ragazzi lavorano nel quaderno.
Si alzano molte mani.
A (Mattia): Andata: ‘(e + 1) × 3 = u’ e al ritorno: ‘(u : 3) – 1 = È ed ho anche verificato.
G: Anch’io! Anch’io! Anch’io!
IR: Vediamo se funziona:

$$e \underset{-1}{\overset{+1}{\rightleftarrows}} \; \underset{:3}{\overset{\times 3}{\rightleftarrows}} u$$

(e + 1) × 3 = u

(u : 3) - 1 = e

IR: Qui servono le parentesi? *(si riferisce alla formula inversa).*
A (Mattia): No, perché prima si fanno le divisioni e le moltiplicazioni e poi le addizioni e le sottrazioni.
IR: Vi faccio un esempio; quando papà e mamma sono in auto, qui... *disegna alla lavagna*



IR: … danno la precedenza; così si dice che moltiplicazione e divisione hanno la precedenza; se volete cambiare…
A (Mattia): Bisogna mettere le parentesi.
IR: Ah, ecco altre parole *(si riferisce alle parole del glossario da scrivere sui cartellini);* cosa fate per vedere se funziona?
La classe sostituisce al posto delle lettere dei numeri e si verifica.

$$e \underset{-1}{\overset{+1}{\rightleftarrows}} \; \underset{:3}{\overset{\times 3}{\rightleftarrows}} u$$

(e + 1) × 3 = u	(1 + 1) × 3 = 6
	(2 + 1) × 3 = 9
	(3 + 1) × 3 = 12
(u : 3) - 1 = e	(5 + 1) × 3 = 18

IR: Se passate da calcoli con i numeri a calcoli con le lettere, si passa alla…
IR fa il gioco dell’impiccato e si arriva alla parola ***GENERALIZZAZIONE***
IR: Indica il passaggio dalla scrittura con numeri a quella con lettere, generalizzazione della legge; qui *(indica i calcoli con i numeri)* fate una cosa e qui *(indica le lettere)* la generalizzazione; e qui allora? *(indica di nuovo i numeri)*
Si fa ancora il gioco dell’impiccato e si arriva alla parola ***PARTICOLARIZZAZIONE***

$$e \underset{-1}{\overset{+1}{\rightleftarrows}} \; \underset{:3}{\overset{\times 3}{\rightleftarrows}} u$$

GENERALIZZAZIONE	PARTICOLARIZZAZIONE
(e + 1) × 3 = u	(1 + 1) × 3 = 6
	(2 + 1) × 3 = 9
	(3 + 1) × 3 = 12
(u : 3) - 1 = e	(5 + 1) × 3 = 18

IR: Mettendo i numeri nella macchina, e vedendo ogni volta quello che succede, analizziamo dei casi particolari. Osservando questi casi si arriva a trovare la legge generale, cioè a capire che se in entrata c’è ‘È, all’uscita c’è un rto

'u', quindi dai casi particolari troviamo la generalizzazione. Se partiamo invece dalla legge generale, facciamo delle particolarizzazioni, sostituendo un numero ad una delle lettere e trovando l'altra. Bene... abbiamo ancora tempo? OK. Vi creo un ultimo problema.
A (Mattia): Crea, crea.
IR: Pensiamo a (e + 1) × 3 = u. C'è un'altra macchina, e la classe che l'ha studiata ha trovato che all'andata fa e × 3 + 3 = u; secondo voi la loro macchina fa la stessa cosa della vostra macchina o no? *Scrive le due formule alla lavagna:*

$(e + 1) \times 3 = u \qquad e \times 3 + 3 = u$

La classe lavora. Dopo un po' si cominciano ad alzare delle mani.
A (Nicola B.): Sì, ho provato con 10.
IR: Hai fatto una…
A (Nicola B.): Verifica … prova...
IR: Sì... una...
G: Particolarizzazione!
A (Nicola B.): 10 + 1 fa 11... × 3 fa 33 e nell'altra 10 × 3 fa 30 e + 3, 33.

$(e + 1) \times 3 = u$	$e \times 3 + 3 = u$
$(10 + 1) \times 3 = 33$	$10 \times 3 + 3 = 33$

A (Mattia): Cambia se … su tutte e due c'è × 3 ed è uguale, ma + 3 è maggiore, dovrebbe fare di più.
A (Nicola C.): Non ho capito.
A (Mattia): × 3 e × 3, *(li segna sulle due formule)* è lo stesso… numero di partenza × 3 è lo stesso.
IR: Ma è 10 + 1, non 10.
A (Mattia): Il numero di partenza è sempre 10, poi c'è su tutte e due × 3, allora se prima fai per 3 dovrebbe venire lo stesso risultato, però poi c'è +... da una parte è + 3, dall'altra + 1[14], dovrebbe essere maggiore, ma non è vero.
A (Nicola B.): Quando ci sono le parentesi non si può fare la proprietà commutativa, l'operazione deve stare lì.
IR: Tu intendi dire 10 + 1 e 1 + 10?
A (Nicola B.): No, la parte entro le parentesi deve stare così.
A (Mattia): Ho capito perché.
IR: Aspetta…
A (Alessandro): Se metti prima il + *(indica la prima scrittura)*, quel numero che aggiungi con + si moltiplica dopo × 3[15], se lo aggiungo dopo (*indica la seconda scrittura*) non viene moltiplicato per quel numero.
A (Nicola C.): A me… secondo me non è proprio strano il fatto che ci sia lo stesso risultato, 10 + 1 è 11, 11 × 3 cambia l'ordine in cui metti le operazioni, cambia la forma canonica del numero precedente.
A (Mattia): Non sono d'accordo con Nicola, alla fine fai 11 × 3, e 10 × 3, se provi a scomporre 10 × 3 + 1 × 3 = 33.
IR: Siete stati splendidi!
I: Vi viene in mente qualche altra attività che abbiamo fatto che c'entra con quello che avete fatto adesso?
A (Beatrice): La scomposizione…
I: Sì e poi?
A (Beatrice): La proprietà distributiva. *(mia grande soddisfazione)*[16]
IR Cosa possiamo scrivere?
Insieme si scrive alla lavagna:

$(10 + 1) \times 3 = 33 = 10 \times 3 + 3 = 33$

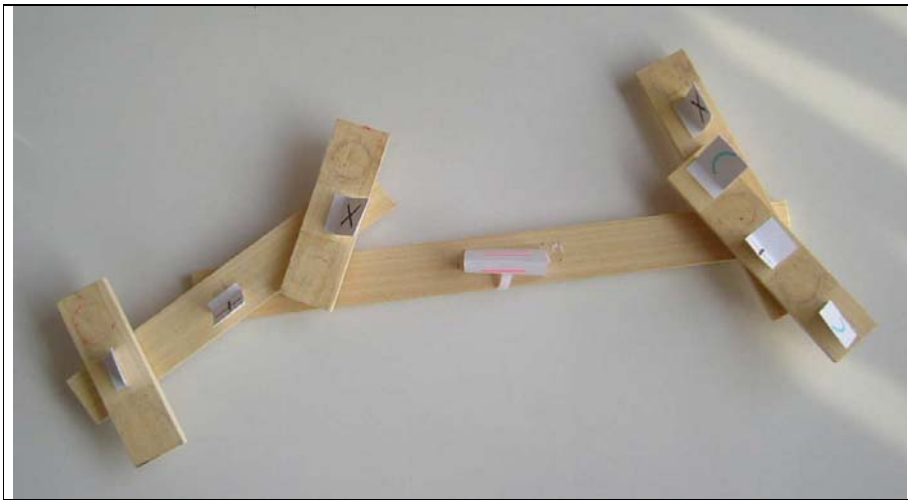
IR: Avete fatto che meglio non si poteva!
A (Nicola C.): Grazie!

---

[14] *L'alunno isola il '+ 1' perché nopn applica la distributiva.*
[15] *Intende dire che l'1 a sinistra è 'inglobato' nell''e + 1'*
[16] *L'intervento di Beatrice mi dà soddisfazione, perché finora, nonostante avessimo svolto delle attività relative alla distributiva (vedi proposte ArAl) sia in quarta che in quinta, con la soluzioni di problemi, confronto tra i due modi per risolverli, costruzione di situazione problematiche e mi sembrasse acquisito il concetto, ho constatato che la proprietà dell'operazione veniva vissuta come slegata dal resto, come se fossero situazioni diverse; qui mi sembra che l'alunna abbia unificato i significati.*

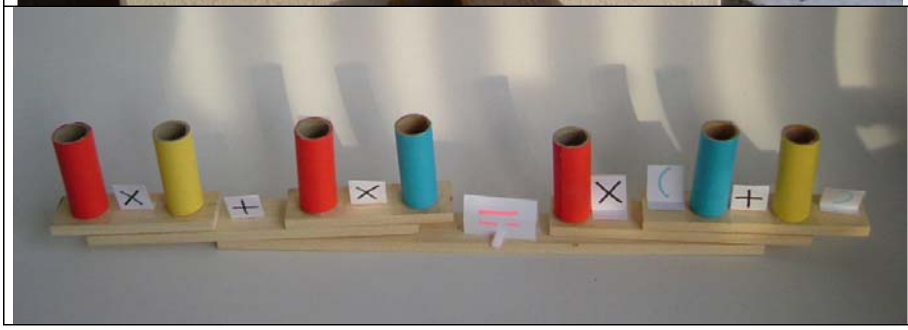
9 marzo 2007 compresenza 2

IR: Vi ricordate che la volta scorsa abbiamo parlato della proprietà distributiva?
Si ricorda l'ultima parte della compresenza precedente.
IR: Vediamo un po'… girate i banchi in modo che vediate tutti; alcuni anni fa ho inventato una macchina che poi ha fatto un vero falegname.



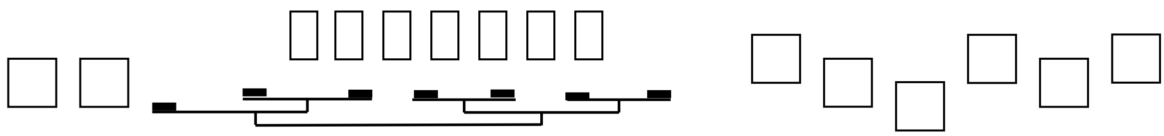
La macchina vista dall'alto con le tavolette ruotate per evidenziare i movimenti

L'esempio con i cilindretti con i numeri



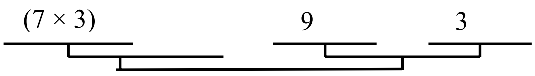
Verso la generalizzazione

Dispone la macchina sul banco[17].
IR: È una macchina distributiva che permette di riflettere sulla proprietà distributiva. Montiamo la macchina *(lo fa)*; me la sono sognata di notte; ci sono dei piroletti che sono 5.
Viva attenzione da parte della scolaresca.
IR: Qui cominciate a capire qualcosa… i piroletti servono per girare… per mostrare la proprietà commutativa; adesso ho bisogno di un tavolo *(vi dispone i segni delle operazioni =, le parentesi, i numeri).* Devo scegliere un assistente maschio ed un assistente femmina… testa/croce… Alessia e Piero, ma siete coinvolti tutti, eh… lo fate voi, ma voi intervenite. Dovete inserire nelle fessurine i segni e nei tondi i numeri da una parte e dall'altra si vede la stessa cosa; descrivete alla classe i simboli, io li scrivo alla lavagna.



[17] *La macchina viene sperimentata attualmente in più classi quinte per individuare forme ottimali per il suo uso didattico. In questo caso, una volta montata la macchina, si vuole verificare se gli alunni – che hanno già incontrato la proprietà distributiva - siano in grado di collocare correttamente i simboli delle operazioni e i numeri.*

Piero mostra le parentesi, Alessia un uguale, due + e tre ×, tre 3, due 9 e due 7.
A (Piero): Allora cosa facciamo?
Serpeggiano dubbi, incertezze…
IR: L'unica è fare, provare, sbagliare… vi conviene partire dai numeri, dai simboli, o mescolare le cose, non credo esista una regola. Potete parlare a voce alta?
A (Piero): Allora metto… cominciamo a mettere le parentesi e 3 × 7[18]…
G: A cosa servono le parentesi?
IR: Devi pensare alla distributiva[19].
A (Piero): Volevamo fare (7 × 3) *e mette sulla macchina* 9, 3 e (3 × 7).



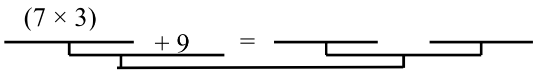
A (Nicola C.): Come mai avete cominciato da destra?
IR: Gira la macchina; è la stessa roba di prima?
G: No.
A (Nicola C.): Così è esatto, perché si parte da sinistra, se cominci da destra è un prodotto senza processo[20].
A (Piero): Era a sinistra per noi che stiamo di qua[21].
IR: Secondo te è la stessa roba? (*rivolgendosi a Piero.*
A (Piero): No, per noi è a sinistra, per loro a destra.
IR: Cosa ne pensate?
A(Mattia): È giusto, si parte sempre da sinistra[22].
A (Giulio): Dipende da dove si parte.
IR: Cambia la proprietà secondo te, se cambia la macchina?
A (Giulio): Sì.
A (Alessandro): Non vanno le parentesi nella moltiplicazione.
IR: Però le parentesi ci sono e dovete usarle.
A (Mattia): Se prima vuoi fare '+' ci vanno.
A (Alessandro): Nell'addizione devono usarle.
IR: Che proposta fai? *Rivolto ad Alessandro*
A (Piero): Voi la vedete da sinistra.
A (Nicola B): Tutto sbagliato! (*i due assistenti, Alessia e Piero, stanno montando senza una logica i simboli sulla macchina).*
IR: Voi andate pure al posto, vengono Mattia e Nicola B.
Tolgono tutto dalla macchina.
IR: Ragionate a voce alta: alla fine la macchina deve funzionare.
A (Nicola B.): Mettiamo 3…
IR: Ci sono tre 3, due 9, due 7; riflettete sui segni, sulle parentesi; Alessandro ha detto che le parentesi vanno nell'addizione, seguite il suo consiglio.
Incertezza.
IR: Qualcuno ha idea?
Continuano Mattia e Nicola B; Nicola B. mette 7 ×3 e Mattia + 9.

IR: Fermi.
Un alunno: Bisogna fare una certa operazione all'inizio, però non so bene che operazione… poi l'uguale al centro ed un'altra operazione che ha lo stesso prodotto.

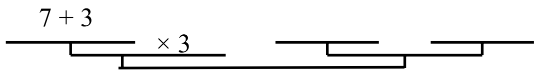
---

[18] Comincia una fase dell'attività in cui gli alunni devono inserire in modo ordinato sulla macchina i simboli messi alla rinfusa attorno ad essa. Come si vede dal diario, l'impegno sarà costante e gli alunni si metteranno pienamente in gioco nell'individuazione dei pezzi seguendo ragionamenti giusti, confusi, incoerenti, sbagliati. Un andamento così vivace e 'tormentato' rende complessa per il verbalizzatore la registrazione dei tentativi e delle argomentazioni. I disegni inseriti nel diario cercano di favorire la lettura ma non sempre ci riescono.
[19] IR cerca di richiamare la proprietà ma risulterà evidente, nelle prime fasi, che il suggerimento non richiama negli alunni alcuna immagine significativa.
[20] L'osservazione riflette una concezione dominante dell'uguale come simbolo direzionale sinistra-destra. Questo nonostante la classe abbia incontrato già in prima elementare i due significati dell'uguale.
[21] L'osservazione di Piero è interessante perché relativizza il punto di vista di Nicola C 'smontando' il concetto 'assoluto' di sinistra-destra.
[22] Mattia ritorna al punto di vista sinistra-destra, cortocircuitando l'osservazione di Piero.

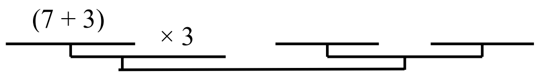
IR: Sei stato chiarissimo; se siete d'accordo seguite il suo consiglio; dove metteresti l'uguale?
G: Mettiamo l'uguale al centro.
Lo si mette al centro della macchina.



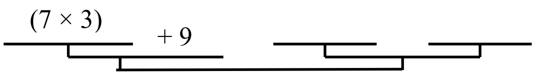
IR fa uscire Alessandro e Giulio.
IR: Forse è più difficile pensare ai segni; realizza le cose che tu hai detto finora.
A (Giulio): Vorrei arrivare a 30 che so come fare.
Toglie l'uguale e cambia numeri e simboli:



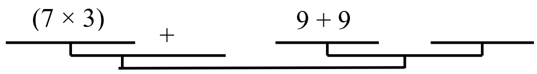
IR: Pensate alla distributiva.
A (Alessandro): Metto 7 ×, no ×... + …
Alessandro mette le parentesi a 7 + 3.



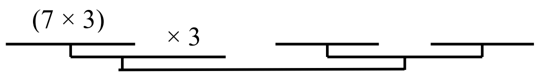
Poi non sanno più come continuare.
IR: Siete stati bravi; venite Enrico e Alex.
Enrico toglie + al secondo posto e mette 3 × e + 9.



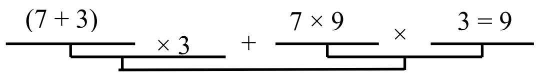
A (Alex): L'uguale dov'è?
IR: Pensate alla distributiva...
Enrico e Alex confabulano tra loro poi mettono l'uguale.
IR: Loro stanno facendo calcoli; avete idea di come andare avanti?
G: No.
IR: Pausa di riflessione *(intanto al secondo posto hanno messo 9 + 9)*



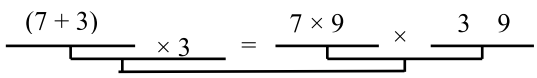
IR: Concentratevi sulla distributiva... cosa dice? e cosa distribuisce?
A (Nicola C.): Una somma.
A (Piero): Il × 3.
IR: Si distribuisce... Piero ha le idee più chiare. *Piero toglie la seconda parte e l'=.*



IR: Siete d'accordo?
G: Nooo… *La classe è attentissima, tutti vorrebbero essere gli elementi decisivi per la soluzione del rebus.*
A (Giulio): Uguale lo devo lasciare perché sono da fare due operazioni con lo stesso risultato.
A(Piero): Vorrei esprimere la mia idea.
IR: Ti propongo di mettere tutti i simboli.
A (Piero) *di rimando a chi gli dice cosa fare, un po' seccato:* Sto riflettendo… *ruota la parte di sinistra e mette:*



IR: Abbiamo capito che è sbagliato; vi chiedo di riflettere sulla proprietà distributiva.
IR (Alessandro): L'= al centro, perché è un'operazione che è equivalente all'altra operazione.
A (Giulio): È vero, devono avere tutte e due lo stesso risultato.
Si sposta l'uguale.



IR: L'uguale è al posto giusto.

A (Mattia):Se le due operazioni sono uguali, i due prodotti sono uguali, l'= non va alla fine.
IR: È un'equivalenza tra due …
A (Nicola B.): Forme non canoniche.
IR: Cosa distribuisce Piero?
G: Il ×.
IR: Più da grandi.
A (Piero): La moltiplicazione.
IR: (7 + 3) × 3 = va bene?
G: Sì.
A (Mattia): Ma dall'uguale in là non so, c'è 7 × 9 × 3... e 9.
Tutti pensano intensamente, si muovono innervositi sulle sedie, sono irrequieti ma concentratissimi.
A (Mattia): Non dobbiamo pensare al risultato, ma alla forma non canonica[23].
IR: Dovete pensare alla struttura della proprietà.
A (Nicola C.): Io avrei messo 7 + 3 che è 10, × 3 che fa 30.
IR: Dovete tenere le cose che condividete; l'= in mezzo sì, le parentesi sì, il × sì.
IR toglie i primi numeri.

(   ) × 3 = 7 × 9 × 3 9

A (Nicola C.): Io devo trovare un'operazione equivalente; metto 7 × 3 che è 21... + 9, che adesso è equivalente.
IR: Sei stato bravo, viene Nicola B. *(che se l'è scritta).* Lasciala sul tavolo, e vai a ragionare.
A (Nicola B.) mette[24]*:*

(7 + 9) × 3 = 3 + 7 ×

A (Nicola B.): Ci vorrebbe un altro 3.
IR: Fate troppi calcoli, secondo voi, conoscete la proprietà distributiva?
G: Sì.
IR: Allora pensate, mi pare che mettiate i numeri a caso. Dovete distribuire la moltiplicazione, se avessi delle carte, distribuirei la moltiplicazione *(fa l'atto di distribuire). Rivolto ad Alessandro:* Parti da qua: 7 + 3.
A (Alessandro): È giusto, perché era 10.
IR: Continuate a fare calcoli,,, perché ci sono due 3, due 9 … devi ragionare sulla prima parte.
Alessandro mette:

(7 + 9) × 3 = 3 + 7 × 9 × 3

Si verifica che è sbagliato.
*A (*Mattia): Provo, ma non so cosa fare…
I: Guardate solo da qua, è più semplice.[25]
IR: Guardate la prima parte, non fate calcoli e pensate cosa distribuite; il 9 è diventato 6.
A (Nicola C.): C'è da fare lo specchio[26], perché (7 + 3) × 6, sempre (3 + 7) × 6, e però avanzerebbe 3[27].
A (Nicola B.): E anche ×.
Alessandro vorrebbe togliere la prima parte.
A (Mattia): Volevo togliere…
I: Il professor Navarra vi ha detto tante volte di pensare alla proprietà distributiva: cosa si distribuisce? A chi lo distribuite?

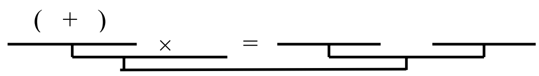
---

[23] *Mattia si esprime con la prima persona plurale, è un indizio importante di un sentirsi parte di un pensiero collettivo, di una squadra al lavoro.*
[24] *Nicola insegue un calcolo (30) e lo ricostruisce da entrambe le parti, scoprendo naturalmente che gli manca un 3.*
[25] *Mi sembra che nonostante appaia chiara l'idea di equivalenza, i ragazzi siano disturbati dal fatto che osservano la macchina da "dietro" e da "davanti"; cambiando il punto di vista, cambia la percezione del tutto; può essere un motivo dell'evidente confusione? Certo. Potrei dire che la guardavano dal 'di dentro' mentre dovevano collocarsi al suo 'esterno'. Tant'è vero che quando la osservavano dal loro posto sembrava ad ognuno di loro di aver capito, quando si avvicinavano alla macchina per collocare i pezzi perdevano il 'senso della distanza' e tutto ridiventava confuso. Comunque, anche leggendo il verbale, devo dire che ammiro la loro capacità di rimanere concentrati e di collaborare, nessuno escluso. Questo gli va riconosciuto. La classe continua, dal mio punto di vista, ad esprimere una grande intelligenza sociale.*
[26] *Bella metafora della simmetria insita nell'equivalenza.*
[27] *Qui non capisco cosa volesse dire.*

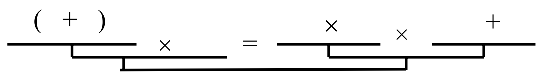
IR scrive alla lavagna:

> COSA SI DISTRIBUISCE?
>
> A CHI SI DISTRIBUISCE?

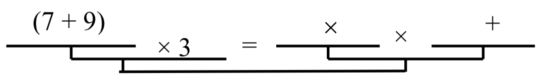
IR: (*ad Enrico*)*:* Hai un ragionamento da fare?
IR toglie tutti i numeri



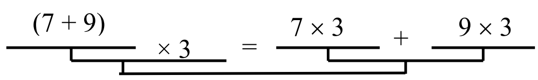
IR: Qui (*indica la parte con le parentesi tonde*) è così, nella seconda parte come mettereste i segni?
Piero mette:



IR *(rivolto a I):* Diamo i colori?
I: Prova a dare la prima parte giusta.
IR mette:



IR: Dovete distribuire la moltiplicazione.
A (Giulio): Secondo me…
IR: Sono sbagliati i segni...
Mettono ×, +, ×, poi Piero mette 7 × 3.
IR: Non avevi fatto così, ma fai quello che vuoi.
Piero compone 7 × 6.
A (Piero) *concentratissimo e frustrato*: Mi sono incasinato...
Mattia mette 7 × 3 + 6 × 3.



IR: Verificate.
Si calcola.
A (Nicola C.): È giusta!!![28]
IR scrive alla lavagna[29]:

> 6 + 7 × 3
> (6 + 7) × 3

IR: Quale operazione va fatta per prima?
A (Nicola C): Sopra la moltiplicazione, sotto l'addizione.
IR: Qui? *(indica la prima parte della macchina)*
G: La somma...
IR: E qui? *(seconda parte).*
G: ... la moltiplicazione.
Si sbagliano ancora le precedenze.
Nicola C. calcola in modo giusto: Fatto, a posto così.
IR: Perché ho fatto le parti mobili[30]? *scrive alla lavagna:*

---

[28] *Era ora!!!*
[29] *IR, prima di procedere, vuole verificare la competenza della classe in relazione alle precedenze operazioni – parentesi.*
[30] *IR intende verificare se le cinque cerniere, corrispondenti ad altrettante operazioni, aiutino la classe nell'individuazione dell'applicazione possibile – per cinque volte – della proprietà commutativa. Allo stesso tempo, per poter giungere ad una descrizione verbale della situazione costruita sulla macchina, avvia un recupero veloce dei termini delle operazioni e dei concetti di processo e prodotto.*

6 + 7 = 13
13 = 6 + 7
13 = 7 + 6
7 + 6 = 13

IR: Cosa cambia dalla prima alla seconda?
A (Mattia): Non puoi scrivere 13 se prima non fai 6 + 7.[31]
IR scrive:

29 = 13 + 16

IR: Va bene?
G: Sì.
IR scrive:

29 = 13 + 16   10 + 19 = 16 + 13

IR: Va bene?
IR cerchia la prima scrittura:

29 = 13 + 16   10 + 19 = 16 + 13

IR: Cos'è?
A (Nicola C.): È il contrario dell'addizione, perché prima c'è il prodotto *(termine usato in opposizione a processo).*
IR: Diamo il nome all'oggetto matematico; cos'è questo?
Aggiunge:

29 = 13 + 16   10 + 19 = 16 + 13   5 × 2

IR: Questo *(indica 5 × 2)* come si chiama?
G: Un processo.
IR: Siamo precisi.
A (Giulio): Una moltiplicazione, una forma non canonica, un'operazione.
IR: Se scrivo:

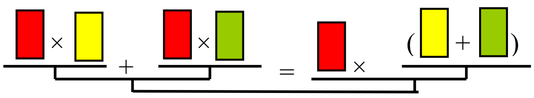
29 = 13 + 16   10 + 19 = 16 + 13   5 × 2   5 × 2 = 10

IR: Questo cos'è?
G: Il prodotto.
IR: 10 + 1 = 9 + 2; cos'è?
A (Nicola B.): Un'equivalenza.
IR: E questa cos'è?
A (Nicola B.): È un'equivalenza anche quella.
IR le segna tutte e si dice che sono tutte equivalenze; segna la macchina e dice che c'è equivalenza.
A (Nicola C.): La moltiplicazione ha la proprietà commutativa.
Si gira la macchina e si ricorda che addizione e moltiplicazione hanno la proprietà commutativa.
IR: Anche nell'equivalenza si possono scambiare le due parti *(sposta le due parti della macchina)* La conclusione qual è? La proprietà distributiva rimane sempre proprietà distributiva, anche se applico la proprietà commutativa all'addizione ed alla moltiplicazione. Allora decidiamo che questa è più ordinata; *si muove la macchina e si arriva a:*

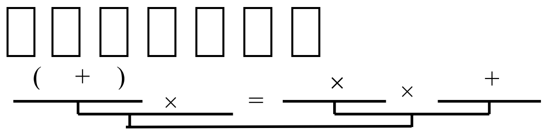
$$3 \times 7 + 3 \times 6 = 3 \times (7 + 6)$$

[31] *I non dice niente, forse perché è rimasta senza parole! "senza parole" è un eufemismo.*

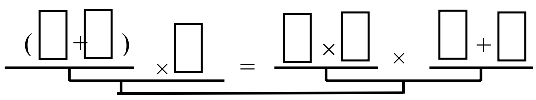
A (Piero): Qua salta fuori la proprietà distributiva, perché distribuisci × 3 al 6 ed al 7.
IR Sì, rispondi alla domanda: cosa si distribuisce, a chi si distribuisce.
A (Piero): Si distribuisce × 3 agli addendi.
IR: Vale per tutti i numeri?
G: Sì.
IR: Perché c'è un 3 in più?
A (Mattia): È il numero che viene distribuito a due addendi.
IR toglie tutto dalla macchina e chiama Costanza; mette nella macchina i cilindri con i colori e le chiede di distribuirli nella macchina.
IR: Quanti colori di ogni tipo?
A (Costanza): Due gialli, due verdi, tre rossi.
IR: Adesso mettili.
Costanza dispone i cilindretti colorati sulla macchina[32].



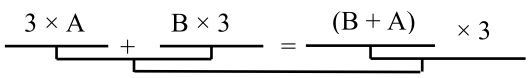
A (Nicola C): Con i colori hai più difficoltà.
A (Mattia): Devi guardare cosa fai all'inizio per essere ordinato.
IR: *(rivolto a Costanza)* Hai messo il rosso con sicurezza; come hai fatto?
A (Costanza): Perché erano tre come gli altri tre.[33]
IR: Il rosso è quello che viene distribuito; potete girarlo come vi pare.
Ir chiama Alessia, toglie i colori dalla macchina e dà ad Alessia le lettere.



A (Mattia): È più facile che con i colori.
IR: Cosa c'è?
A (Alessia): due A, due B, tre C.
Mette prima le tre c, poi le a e le b.



IR: Bene... adesso gira le due parti della macchina... vale anche così, no?
A (Nicola C.): Sì. Per la commutativa io avrei un trucco, io so che la C corrisponde ai tre 3.
IR: Cosa sono A e B?
G: Gli addendi.
IR: E C?
A (Piero): Il fattore per il quale vengono distribuiti gli addendi.
IR: Bene, Adesso guardate cosa vi combino. *Mette sulla macchina i tre 3, Mattia deve mettere le lettere. Lo fa velocemente e correttamente.*



IR *chiede a Mattia di mettere in ordine la proprietà con un unico movimento.*
Mattia applica un paio di volte la proprietà commutativa, spiegando se la applica all'additiva o alla moltiplicativa.
IR: Commenti sull'attività.
A (Mattia): È più difficile fare le operazioni sulla macchina che nel quaderno.
A (Piero): Forse perché siamo in pubblico.
A (Nicola C.): È facile, però a me sembra strano che sia facile e allora la fai diventare difficile.
IR: Naturalmente queste cose le riportate alla lavagna, nel quaderno.
A (Piero): È divertente nella macchina.

---

[32] *La strada comincia ad essere in discesa.*
[33] *Compaiono i componenti della struttura della proprietà: i tre elementi uguali fanno parte di ciò che viene distribuito.*

IR: Il fatto di girare la macchina cosa vi aiuta a capire?
A (Alessandro): È più facile con le lettere.
IR: Forse perché son arrivate per ultime.
A (Piero): Qui utilizzi la proprietà distributiva, l'operatore è un perno, un'asse di simmetria[34].
IR: È vero, è un perno, quanti erano i piroletti?
G: 5.
IR: E 5 cosa sono?
G: Le operazioni!
IR: Ora non si gioca più con la macchina. S*crive alla lavagna:*

$$(3 + 5) \times 2 = 3 + 2 \times 5 + 2$$

A (Mattia): No. *Corregge:*

$$(3 + 5) \times 2 = 3 \times 2 + 5 \times 2$$

IR ed I discutono sull'uso della proprietà distributiva che in classe terza viene utilizzata come calcolo mentale prima di eseguire la moltiplicazione in colonna con il secondo fattore di due cifre, in quarta e quinta si ragiona sulla proprietà attraverso la soluzione e la costruzione di situazioni problematiche.
IR scrive alla lavagna dei numeri.
IR: Cosa fareste con questi numeri?
Gli alunni li dispongono esattamente.
IR: Non bisogna fare calcoli, ma capire la struttura della proprietà; ci sono cinque operazioni messe in un certo modo; la somma di due numeri per un numero è uguale al prodotto di quel numero per i due numeri di partenza. Se conoscete la struttura di una bicicletta, potete smontarla e rimontarla, perché conoscete come dovete mettere in relazione una parte con le altre. la stessa cosa è con la proprietà distributiva. La sua struttura è sempre la stessa, anche se magari due numeri sono scambiati fra loro, o un'operazione viene spostata. .[35]
L'incontro si conclude.

---

[34] *Bravo Piero!*
[35] *I si sente molto scoraggiata e si chiede se era giusto pensare che gli alunni conoscessero la proprietà distributiva, vista l'evidente difficoltà di applicare le conoscenze in una situazione nuova; vien fatto di pensare che allora spesso diamo per acquisiti concetti che in realtà non lo sono e che altrettanto spesso non siamo in grado di preparare prove che testino l'effettiva acquisizione. Forse ho dato delle conoscenze, ma non ho fatto acquisire dei concetti. Non sarei così negativa. Forse, soprattutto nella parte iniziale dell'attività, li ho messi di fronte ad una situazione troppo difficile da gestire, ma i ragazzi mi hanno seguito comunque con una davvero grande disponibilità. Forse, se li avessi collocati in situazione attuando con la macchina altre strategie (per esempio inserendo le operazioni al loro posto e chiedendogli di disporre solo i numeri), ci sarebbero arrivati prima. Il mio ruolo, comunque, è quello di sperimentare percorsi, di 'provocare reazioni' e di analizzarle e quindi, spesso, succede che li collochi in situazioni anomale rispetto a quelle che affrontano col loro insegnante. Direi che nel complesso se la sono cavata bene, nel senso che ci hanno consentito di capire molte cose sul modo di affrontare sperimentalmente la proprietà in classe e di usare la macchina a questo scopo.*

23 marzo 2007 compresenza 3

IR: Io direi di non montare la macchina e di lavorare con la proprietà distributiva senza la macchina. Facciamo così, chiudete gli occhi.
Ir scrive alla lavagna:

a) $(3 + 5) \times 7 = 7 \times 5 + 3 \times 7$
b) $7 + (3 \times 5) = 7 + 5 \times 7 + 3$
c) $7 \times 5 + 3 \times 7 = 7 + (5 \times 3)$
d) $7 + 5 + 5 \times 7 = 5 \times (7 + 5)$

IR: Aprite gli occhi, guardate le 4 espressioni della propirietà distributiva, ragionateci e poi mi dite cosa avete pensato.
Si aspetta un po'.
IR: Alzate le zampine. Due alzano la mano, tre alzano la mano, … un altro, … adesso un po' tutti quanti.
A (Alessandro): Che sono quasi tutte uguali, perché, … aspetta… nell'ultima hai messo le parentesi e allora 7 + 5 va all'inizio.
A (Nicola C.): Come 'va all'inizio?'
A (Giulio): È la stessa cosa.
IR: Attenzione che non venga fuori di nuovo un discorso tipo questo:
IR scrive alla lavagna:

$5 + 3 = 8 \qquad 8 = 5 + 3$

IR: Sono rappresentazioni della stessa cosa, nella macchina si può girare come si vuole.
A(Giulio): La prima è sbagliata.
IR: Perché?
Giulio fa i calcoli e dice che è sbagliata.
A (Giulio): Ho sbagliato.
A (Beatrice): Secondo me, non bisogna fare calcoli per dire se sono equivalenti o no, bisogna vedere come è fatta[36].
A (Nicola C): In che senso 'come è fatta e non si fa i calcoli'?
A(Beatrice): Giulio ha fatto l'operazione per arrivare al risultato, io dico che bisogna vedere come è fatta.
A (Piero): Il processo[37].
IR: Come si chiama in una casa i pilastri, i muri, il tetto … ?
A (Nicola C.): La struttura.
A (Nicola B.): La struttura portante.
IR: Sì, bello!
A (Nicola C.): La prima è giusta, perché 3 + 5 fa 8, per 7 fa 56; 7 × 5 fa 35, più 3 × 7 che fa 21, è ancora 56[38].
A (Giulio): Se Beatrice dice di non fare i calcoli!
A (Nicola C.): Ma per me sì.
IR: Qua ci sono due partiti: quello della struttura e quello dei calcoli; bisogna convincere con delle argomentazioni valide gli uni o gli altri di cosa è meglio fare.Chi parla a favore della struttura?
Tutti alzano la mano, fuorchè Nicola C. che a quel punto vorrebbe cambiare idea.
IR: Guarda che la tua non è un'idea stupida... è difficile parlare di 'struttura' o di 'calcoli' e convincere... che cosa vuol dire la struttura della proprietà?
A (Nicola B.): Come è formata, come è scritta, il modo...
IR: Qualcosa di più interessante, di significativo.
A (Giulio): Che segni metti.
IR: Spiegate bene la cosa. Cosa è l'oggetto 'proprietà distributiva' in matematica?
Silenzio.
IR: Vi aiuto; *scrive alla lavagna:*

---

[36] *Come ha fatto altre volte in questi anni, Beatrice ha colto nel segno. Si vuole infatti vedere se la macchina ha favorito la comprensione della struttura della proprietà, rendendo inutili i calcoli per la sua verifica.*
[37] *Anche Piero in questi casi è molto produttivo.*
[38] *Come succede spesso nella costruzione del balbettio algebrico, Nicola C. si contraddice: nell'intervento precedente parla di 'struttura', in questo ritorna ai calcoli.*

3 + 7

... e chiede: 3 + 7 cos'è?
G: Il processo.
IR: Come la chiamate?
G: Operazione…
IR: Anche 7 – 4 è un'operazione!
G: Addizione.
IR: Ricapitolo cose che abbiamo già visto molte volte in questi anni: 3 + 7 è un modo di scrivere 10; come si chiama nell'addizione?
G: Somma.
Si ricordano i nomi dei risultati delle quattro operazioni.
IR scrive:

10 = 3 + 7

IR: Possiamo guardare quello che ho scritto da due punti di vista...

10 = 3 + 7 → OPERAZIONE

IR: Cambiamo punto di vista; 10 cos'è se questa *(indica 3 + 7)* è un'operazione?
G: La somma.
IR scrive:

Somma addizione
10 = 3 + 7 → OPERAZIONE

IR: 10 e 3 + 7 sono due modi diversi di scrivere lo stesso numero; 10 è la forma canonica, 3 + 7 è sempre la somma, ma questa volta è scritta in forma non canonica; 3 + 7 è la forma non canonica della somma. *Scrive:*

forma canonica **Somma** **forma non canonica**
10 = 3 + 7 → OPERAZIONE

IR: Che operazione è?
G: Un'addizione.
IR: 3 + 7 rappresenta la forma non canonica della somma, quindi 3 + 7 è una somma.
IR scrive:

a + b

IR: Cos'è?
G: È la somma *(aiutati da IR)* tra il numero a ed il numero b.
IR scrive:

5 × 4

G: È la forma non canonica del prodotto.
IR scrive:

7 - 2

G: Resto... differenza...

IR: Chiamiamole sempre ‘differenza’, perché il resto è nella…
G: ... divisione.
IR crive:

$3 + 7$

G: Somma tra 3 e 7
IR scrive:

$10 : 2$

G: Quoziente tra 10 e 2.
IR: E questo è il nome dell’oggetto matematico: somma, quoziente, differenza, prodotto. Secondo voi, tornando alle quattro espressioni *(indica le prime quattro scritture),* quale forma dà il nome dell’oggetto?

a) $(3 + 5) \times 7 = 7 \times 5 + 3 \times 7$
b) $7 + (3 \times 5) = 7 + 5 \times 7 + 3$
c) $7 \times 5 + 3 \times 7 = 7 + (5 \times 3)$
d) $7 + 5 + 5 \times 7 = 5 \times (7 + 5)$

A (Mattia): Il segno.
IR: Quale segno?
A (Mattia): Dell’operazione.
IR: Qui ce ne sono tanti. Voglio trovare il nome dell’oggetto; cos’è ognuna di queste, qual è il segno che vi permettedi dire cos’è?
A (Alessandro): L’equivalenza.
IR: Bravo! La cosa più importante di questa struttura è l’equivalenza.
IR evidenzia col colore tutti i segni = delle espressioni.

a) $(3 + 5) \times 7 = 7 \times 5 + 3 \times 7$
b) $7 + (3 \times 5) = 7 + 5 \times 7 + 3$
c) $7 \times 5 + 3 \times 7 = 7 + (5 \times 3)$
d) $7 + 5 + 5 \times 7 = 5 \times (7 + 5)$

IR: Se scrivo...

$2 + x = 2x – 5$

... se io chiedo qual è il nome, si capisce che è un’equivalenza, anche se voi non capite cosa vogliono dire le cose che ho scritto a destra e a sinistra dell’uguale... anche se metto così, con la macchia... è sempre un’equivalenza...

$2 + \blacksquare = 2\blacksquare – 5$

IR: Nella struttura della proprietà distributiva, possiamo dire che si parla di un’equivalenza. *Scrive:*

È UN’EQUIVALENZA TRA DUE PARTI

$2 + \blacksquare = 2 \blacksquare – 5$

IR: Continuiamo a guardare le quattro equivalenze; son tutte giuste, tutte sbagliate? Cosa mi permette di dire se sono giuste o sbagliate?
A (Alessia): Le parentesi nella (b) e (c) non sono giuste, perché 3×5 senza le parentesi va lo stesso prima di 7.
IR: Volete dire $3 + 5 \times 7$ va bene e nella (b) no?
A (Alessia): No, va bene, ma non servono le parentesi.
IR: Guardate la proprietà: (a) è giusta?
G: Sì.

IR: (b) è giusta?
G: No.
A (Nicola C.): La (b) non è giusta, perché, io sono per il partito calcoli e non mi quadra.
IR: Non ragioni sulla struttura.
Nicola calcola e dice che è sbagliata.
IR: Ma mi piacerebbe capire perché senza fare calcoli.
A (Nicola C.): (b) è errata perché forse non è messa correttamente.
IR: Non ci piove. Ma cosa vuol dire che 'non è messa correttamentÈ?
A (Mattia): (b) è errata perchè con la proprietà commutativa si può cambiare di posto tutto, o solamente un'operazione, ma se cambi di posto da 7 + 3 a 7 + 7 cambia.
IR: Stai pasticciando... guardiamo la prima che è corretta; descrivila a parole.
A (Piero): Allora … nella (a)... vedo …
IR: Dai i nomi giusti.
A (Piero): La somma 3 + 5 viene moltiplicata per 7.
IR: Cos'è che viene distribuito?
A (Nicola B.): La moltiplicazione.
IR: Una somma che viene moltiplicata per un numero; la moltiplicazione viene distribuita sugli addendi della somma... Guardiamo dall'altra parte: descrivete.
A (Giulio). Ha distribuito il 'per 7' a 5 e 3.
IR: Il 'Per 7'? Cos'è 'sta roba?: *Richiama i due punti di vista e illustra alla lavagna.*

OPERAZIONE	FORMA CANONICA E NON CANONICA	
ADDIZIONE	3 + 5	SOMMA
SOTTRAZIONE	8 – 2	DIFFERENZA
MOLTIPLICAZIONE	10 × 3	PRODOTTO
DIVISIONE	9 : 4	QUOZIENTE

IR: Guardate dal punto di vista canonica/non canonica. 7 × 5 cos'è?
G: Somma … no! Prodotto!
Si invita alla calma, perché, come altre volte, i ragazzi si lasciano prendere la mano ed intervengono di getto, senza riflettere.
IR: 3 + 5 cos'è?
G: Somma.
IR: 7 × 5?
G: Prodotto.
IR: 3 × 7? *(rivolgendosi a Costanza che, come spesso succede, non sembra partecipare)*
A (Costanza): 21.
IR ricorda ancora quanto detto finora.
IR: Non fare calcoli, pensa ai nomi.
Si ripetono i nomi della forma non canonica delle operazioni, chiedendoli ad ogni alunno.
IR: Cos'è (3 + 5) × 5?
A (Alessandro): Il prodotto di una somma per 5.
IR: Sì.
IR scrive una serie di operazioni e chiede di dire il 'nome dell'oggetto':

(3 + 1) × (14 : 2)

C: Prodotto tra somma e quoziente

(3 + 1) × (6 + 5)

C: Prodotto tra somma e un'altra somma

(3 – 1) × (6 : 5)

C: Prodotto tra differenza e quoziente

$(3 + 1) \times (6 : 5)$

C: Prodotto tra sommma e quoziente
IR: La moltiplicazione è quella che comanda. Cos'è (b)? $7 + (3 \times 5)$
G: È una somma tra un numero ed un prodotto.
IR: Nella proprietà distributiva ci deve essere il prodotto tra una somma e un numero o la somma tra un numero e un prodotto?
A (Mattia): È un prodotto tra somma e numero!
A (Beatrice): Ma se c'è la proprietà commutativa…
IR: Ma 3 + 5 o 5 + 3 è sempre una somma. Osservate '× 7' che viene distribuito sui termini della somma:

$(3 + 5) \times 7 = 7 \times 5 + 3 \times 7$

IR: Ma nel (b) cosa si distribuisce?
G: L'addizione!
IR: L'addizione distribuita sul 3 e sul 5, ma Nicola C. ha fatto il calcolo e non funziona. Si distribuisce la moltiplicazione sull'addizione, ma non funziona.
A (Mattia): Non addizione su moltiplicazione.
IR: La proprietà distributiva si basa sulla distribuzione della moltiplicazione. Immaginiamo una somma qualsiasi:

$(a + b)$

IR: Questa somma deve essere distribuita; come facciamo?
G: × c.
IR aggiunge:

$(a + b) \times c =$

IR: Distribuiamo la moltiplicazione sugli addendi del primo termine:

$(a + b) \times c = a \times c + b \times c$

Si conclude:
IR: La moltiplicazione viene distribuita su a e su b; e se fosse (a × b) + c come verrebbe?
G: a + c × b + c.
IR: Prima avete fatto i calcoli e avete visto che non funziona. E qui che non avete calcoli da fare? Funziona o no?... La moltiplicazione si può distribuire sulla somma, non viceversa.
A (Alessandro): Non si può distribuire la somma sulla moltiplicazione.
IR: Bene. Adesso vediamo la (c).
A (Mattia): Solo mezza parte va bene.
IR: Quale?
G: La prima... quella a sinistra dell'uguale... non puoi distribuire l'addizione sulla moltiplicazione.
IR corregge la (c).
IR: E la (d)?
G: *si alzano molte mani*. Bisogna correggere '3 + 5' con 3 × 5!
Si completa la correzione[39].

a)	$(3 + 5) \times 7 = 7 \times 5 + 3 \times 7$	va bene
b)	$7 + (3 \times 5) = 7 + 5 \times 7 + 3$	non va bene
c)	$7 \times 5 + 3 \times 7 = 7 + (5 \times 3)$	$7 \times 5 + 3 \times 7 = 7 \times (5 + 3)$
d)	$7 + 5 + 5 \times 7 = 5 \times (7 + 5)$	$7 \times 5 + 5 \times 7 = 5 \times (7 + 5)$

[39] *La scrittura (d) è molto 'aggrovigliata'. Gli alunni sono stati bravi a cercare la struttura della proprietà anche con numeri così 'mal distribuiti'.*

G: Sbagliata!!!
IR: Cosa mi dici? *(rivolgendosi ad Enrico)* Cosa c'è di sbagliato?
A (Enrico) *(riflette a voce alta):* La più è giusta...
IR: Sono d'accordo; che errore è stato commesso?
Enrico tace.
IR: Cosa si deve distribuire?
A (Enrico): 7 × 5.
IR: No, non devi guardare tutta l'operazione, ricordi?… Cosa devi distribuire?
Silenzio.
A (Nicola B.): × 5.
IR evidenzia con il colore ciò che si deve distribuire.

e)	(3 + 5) × 7 = 7 × 5 + 3 × 7	va bene
f)	7 + (3 × 5) = 7 + 5 × 7 + 3	non va bene
g)	7 × 5 + 3 × 7 = 7 + (5 × 3)	7 × 5 + 3 × 7 = 7 × (5 + 3)
h)	7 + 5 + 5 × 7 = 5 × (7 + 5)	7 × 5 + 5 × 7 = 5 × (7 + 5)

IR: 5 × sul 7 e sul 3; è stato distribuito?
G: No, è scritto 7.
IR: La struttura è giusta, ma ha distribuito due volte il 5 su 7.
A (Nicola C.): Non ho afferrato questo passaggio.
IR: Facciamo questo esempio:

3 × 7 + 4 × 7 =

IR: Completa la scrittura applicando la proprietà.
A (Nicola C.): 7 × 4 e 7 × 3.
IR: Ma questa è la proprietà distributiva?
A (Nicola C.): No.
A (Alek): 7 × (4 + 3).
IR: Oh, questa sì!

3 × 7 + 4 × 7 = 7 × (4 + 3)

IR: Cos'è distribuito?
A (Nicola C.): 7 ×.
IR evidenzia 7 ×.

3 × 7 + 4 × 7 = 7 × (4 + 3)

IR: 7 × è distribuito su 4 e su 3.
IR scrive:

(5 + 9) × a = 5 × 3 + 9 × 3

IR: Cosa va al posto di 'a' e come fate a capirlo? Vedete che i calcoli non c'entrano niente?
A (Costanza): Il 3.
IR: Però devi spiegarmi come hai capito.
A (Costanza): Perché si ripete × 5 e × 9.
A (Alessia): Perché nella seconda parte si fa 5 che è × 3 e 9 che è × 3.
A (Nicola B.): Nella seconda parte il 3 viene distribuito al 5 e al 9, come nella prima parte.
IR: Vi accorgete che la proprietà distributiva non si capisce con i calcoli ma guardando la struttura?
IR scrive:

$$(5 \times 3) + b = 5 \times b + 3 \times b$$

IR: Quanto vale ‘b’? Date una risposta bella, organizzata.
A (Giulio): Per me puoi aggiungere il numero che vuoi.
IR: Mi hai dato il prodotto, ma non mi spieghi; facciamo la prova; 2 ti va bene?
A (Giulio): Sì.
IR scrive:

$$(5 \times 3) + b = 5 \times b + 3 \times b$$
$$(5 \times 3) + 2 = 5 \times 2 + 3 \times 2$$

IR: Fai i calcoli.
A (Giulio) *calcola e si arriva a:*

$$(5 \times 3) + b = 5 \times b + 3 \times b$$
$$(5 \times 3) + 2 = 5 \times 2 + 3 \times 2$$
$$17 = 10 + 6$$
$$17 = 16$$

Si deve correggere:

$$(5 \times 3) + b = 5 \times b + 3 \times b$$
$$(5 \times 3) + 2 = 5 \times 2 + 3 \times 2$$
$$17 = 10 + 6$$
$$17 \neq 16$$

IR: L’idea di mettere 2 non funziona.
A (Piero): Posso venire a illustrare? Secondo me questi due segni, + e ×, a sinistra vanno scambiati di posto.
IR: E a destra?
A (Piero): Lascerei così (*apporta le modifiche che ha proposto*).

$$(5 \times 3) + b = 5 \times b + 3 \times b$$
$$(5 + 3) \times 2 = 5 \times 2 + 3 \times 2$$

A (Alessandro): Non si può l’addizione... no, l’addizione non si può distribuire sulla moltiplicazione.
A (Giulio): È giusto... secondo me devi mettere le parentesi su 3 + b.
Si capisce che Giulio intende cancellare le parentesi esistenti a sinistra e spostarle. Si esegue il cambiamento.

$$5 \times (3 + b) = 5 \times b + 3 \times b$$

A (Giulio): È sbagliata su ‘b’, a destra.
IR: Chi mi dà una risposta chiara?
A (Beatrice): Bisogna fare 5 × 3 + 5 × b e invece a destra c’è 5 × b + 3 × b.
IR: Datemi la spiegazione perché è sbagliata.
A (Alessandro): Perché dovresti moltiplicare il 5.
IR: Certo, perché qui sembra che si distribuisca ‘b’ e non il 5.
A (Giulio): Al posto di ‘b’ devi mettere…
IR apporta la modifica e poi segna tutte le operazioni:

• • • • •
$$5 \times (3 + b) = 5 \times b + 5 \times 3$$

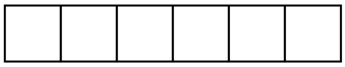
Si contano 5 operazioni.

IR: Puoi applicare la commutativa tutte le volte che vuoi, basta distribuire i numeri giusti, si può girarla come si vuole; *(la macchina)* voi siete una classe, non importa come vi metto: a coppie, per tre, dal più grande al più piccolo, dal più piccolo al più grande, … , ma siete sempre voi, non ha importanza come vi cambio. Qui *(indica la lavagna)* o distribuito il 5 su 3 e su ‘b’**,** non importa se prima o dopo, non importa come giro le operazioni. Ci sono sempre tre moltiplicazioni e due somme, e questo fattore *(indica il 5)* si deve ripetere qui *(indica la parte destra)*, non importa se prima o dopo il segno della moltiplicazione... .OK? Bravi...
L’attività ha termine.

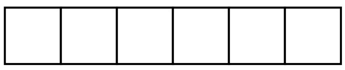
Villapiana (BL)	*I*	*1*	*2*	*3*	*4*	***5***	*1*	*2*	*3*	***Dea Beppiani***

20 aprile 2007 compresenza 4

IR: L'altra volta abbiamo lavorato… abbiamo fatto un ripasso su addizione sottrazione, moltiplicazione, divisione, forma canonica e non canonica; sapete cosa riprendiamo? Immaginate di avere degli stuzzicadenti, immaginate di fare ciò che faccio adesso; per non condizionarvi chiudete gli occhi. Dovete contare gli stuzzicadenti, non mi interessa il loro numero, ma cosa, Piero?
A (Piero): Il processo.
IR: Tu sì che meriti… Cercate di essere sinceri; ognuno conti a suo modo, senza preoccuparsi degli altri. Chiudete gli occhi.
IR disegna alla lavagna:



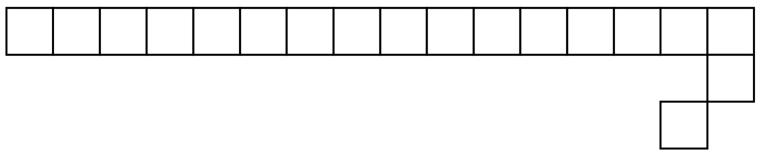
IR: Aprite gli occhi. Sono tutti stuzzicadenti uguali; contate velocemente e poi scrivete sul quaderno il modo in cui avete contato.
A (Nicola C.): Contarli?
IR: Sì, ma dovete scrivere il processo.
Si attende un po'.
IR: Fatto?
G: Un attimo.
IR: Per Brioshi, eh, non a parole.
IR: (*rivolto ad Enrico)* Tu come hai fatto?
E man mano si raccolgono le varie proposte:



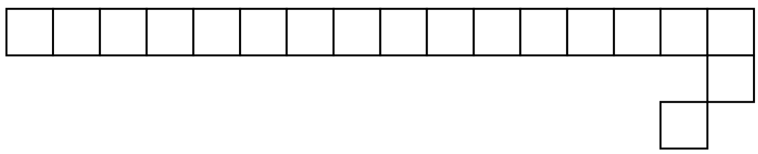
a) $6 \times 2 + 7$	4 alunni
b) 3×6	2 alunni
c) $3 \times 6 + 1$	2 alunni
d) $3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 4$	1 alunno
e) $6 \times 2 + 7 = 19$	1 alunno
f) $4 + 15$	1 alunno

A (Costanza): Ma ho sbagliato, perché ho fatto il risultato. *Si riferisce alla proposta e)*
IR: Non occorreva... non è sbagliato; ci siamo capiti? Ti aggiungo alla prima proposta. *E le proposte a) diventano 5. Si osserva che allora i modi potrebbero essere moltissimi.*
IR: Non volevo vedere quanti modi, ma come avete contato. *Rivolto ad Alessia:*
IR. Come hanno fatto gli a)?
A (Alessia): Avranno contato i sei stuzzicadenti sopra, per 2 con quelli sotto, più quelli in verticale.
A (Beatrice): Per la b) il primo in verticale, due in orizzontale e poi per 6 volte.
A (Alessia): No, manca 1.
A (Giulio): Hanno contato quelli sopra, quelli sotto e i verticali, per 3, ma hanno dimenticato 1.
IR: Hanno visto una specie di C e quindi 3×6, potrebbe andare, ma manca 1.
A (Piero): Bisogna mettere insieme.
IR: E cosa mi dite della d)?
A (Mattia): Non è conveniente, se ce ne fossero tanti?
IR: Capito cosa vuo, dire Mattia? Questa rappresentazione… la d), va bene, ma se ci fossero mille C? Verrebbe lunghissima, questa scrittura c) è più… e… *i ragazzi provano a trovare la parola e si arriva ad…* economica, risparmi tempo.
IR: Chi ha proposto f) come ha fatto?
A (Nicola C.): L'ho fatto io.
IR: Tu l'hai fatta ma gli altri la interpretano.
A (Giulio): Ha contato il quadrato e dopo gli altri e li ha sommati tutti.
IR: Come ha contato?
A (Nicola C.): Ho fatto gruppi da 3.

IR: Sei un imbroglione, ci ha passato il prodotto, non il processo; il prodotto è…
G: Opaco.
IR: Il 15 non permette di capire come hai fatto.
A (Nicola C.): 4 + e poi in gruppi da 3 gli altri, 3 × 5.
La f) diventa quindi 4 + 3 ×5.
IR: Bene. d) è una rappresentazione…
G: ... additiva!
IR: E questa? … *(indica 3 ×5)*
G: ... moltiplicativa!
IR: e) è mista, additiva e moltiplicativa. Quali vi sembrano più economiche, più consigliabili?
A (Enrico): a), c), e).
A (Mattia): Secondo me, a) e c), perché e) è giusta, ma se c’è un altro gruppo...
IR: Se ti sei accorto delle C, vai avanti fino alla fine; è più pulito, vedi sempre la stessa cosa e aggiungi l’ultimo. Se io vi dico che voglio fare un disegno con i fiammiferi…
Disegna alla lavagna una lunga striscia.

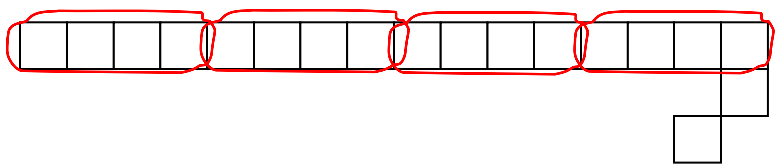


IR: Secondo voi come conviene contarlo? Con quale dei metodi che avete indicato? Qual è quello più economico? Scrivetelo per Brioshi, scrivete la rappresentazione più economica.



a) 18 × 2 + 18 — 1 alunno
b) 1 + 1 + 1 + 1+ 1 — 1 alunno
c) 3 × 18 + 1 — 7 alunni
d) 4 × 4 + 2 — 1 alunno

IR: Nella a) 18 è un prodotto! Ti si accende una lampadina in testa e... subito 18?
A (Mattia): Allora fai × 3.
IR: La b)... eh, la miseria… sei stato 36 minuti per farlo!
A (Mattia): Nella c) è meglio 18 × 3 + 1
IR: È la stessa cosa.
IR: Nella d) mi sembrano pochi... come hai fatto?
A (Beatrice): Ho fatto gruppi da 4 *(con una certa fatica e un lavoro di riflessione collettiva, si capisce che Beatrice si riferisce ad un rettangolo costituito da 4 quadrati:*



a) 18 × 2 + 18 — 1 alunno
b) 1 + 1 + 1 + 1+ 1 — 1 alunno
c) 3 × 18 + 1 — 7 alunni
d) 4 × 4 + 2 — 1 alunno

IR: Non hai contato gli stuzzicadenti.
A (Beatrice): Ho contato quello che formavano gli stuzzicadenti.
IR: Attenta, perché qui *(segna lo stuzzicadenti in verticale)* conti 2 stuzzicadenti.

G: a) non va bene. Dev'essere 18 × 2 + 19
IR: Sapreste come dimostrare che sono uguali?
A (Alessanro): Sopra *(nella a))*mancava 1, bastava fare '× 3 + 1'.
IR: Secondo voi... *e scrive:*

18 × 3 + 1	18 × 2 + 19

... 18 × 3 + 1 e 18 × 2 + 19 sono uguali?
A (Beatrice): Sono uguali, perché 18 × 3 + 1 moltiplica 18 tre volte + 1, sotto 18 × 2, nel 19 c'è un altro gruppo.
IR: Usiamo il nostro linguaggio, invece di un altro gruppo; cosa puoi dire di 19?
A (Costanza): Un altro gruppo + 1.
IR: Sì, ma…
A (Nicola C.): Non sono uguali; 18 × 2 + 19 è subito il prodotto, invece 18 × 3 + 1 vedi il processo.
IR: Attenzione a cosa scrivo:

18 × 3 + 1 =?= 18 × 2 + 19

IR: Quell'uguale, qual è il significato di quello che ho scritto?
A (Alessandro): È un'equivalenza.
IR: È proprio un'equivalenza? Cosa vuol dire il'?'?
A (Alessandro): Non sai....
A(Alex): 18 × 3 + 1 è equivalente a 18 × 2 + 19?
IR: A me piacerebbe che voi faceste capire a Brioshi se quelle due rappresentazioni sono o non sono equivalenti.
A (Piero): Dipende dal punto di vista; se lo guardi come prodotto sono equivalenti, altrimenti può darsi di no.
IR: Sappiamo che sono equivalenti *(si calcola e si verifica che lo sono),* a me piacerebbe capire come possiamo far capire che dicono la stessa roba... bisogna fare qualcosa di matematico, avere l'idea che due di voi hanno già lanciato.
Beatrice fa vedere cosa ha scritto a IR.
IR: Va benissimo, ma invece di metterlo a galleggiare là per aria…
IR scrive:

18 × 3 + 1 =?= 18 × 2 + 19

BEATRICE USA I CONCETTI DI FORMA CANONICA E NON CANONICA

IR: … per risolvere questa faccenda.
Beatrice cambia nel quaderno e IR controlla.
IR: Non va bene, non è chiaro.
A (Piero): Non è trasparente?
IR: Dovete scrivere quella cosa *(equivalente)* e usare il concetto di forma canonica e non canonica.
IR controlla i quaderni, un alunno ha tentato una generalizzazione attraverso un uso 'esasperato' delle lettere.
IR: Lasciate stare le lettere... rimaniamo nell'aritmetica.
IR passa fra i banchi e commenta ad alta voce appoggiandosi a cose scritte da qualche alunno.
IR: Beatrice ha scritto 19 – 1... aveva parlato di forma canonica e non canonica... Nicola B. ha usato le lettere: a × b + c = a × b + h... però ora il linguaggio delle lettere non ci aiuta... dov'è utile modificare qualcosa in quello che sta scritto alla lavagna usando i concetti di forma canonica e non canonica?
A (Beatrice): 19 = 18 + 1
IR: È perfetto, ma se 19 = 18 + 1, allora posso fare una sostituzione togliendo cosa?
G: 19.
IR: E lo sostituisco con…
G: 18 + 1.
IR scrive:

18 × 3 + 1 =?= 18 × 2 + 18 + 1

IR: (*passando fra i banchi*) Non sono ancora uguali, uguali, ma ci siamo avvicinati...
A (Giulio): Si può fare 18 × 3 + 1 perché metti 18 nel 2 e diventa 'per 3'.

IR: In $18 \times 3 + 1$ manca qualcosa; come si fa a passare da $18 \times 2 + 18 + 1$ a $18 \times 3 + 1$?
A (Alessia): 36…
IR: No, non passare alla forma canonica, non fare calcoli... il passaggio da forma canonica a non canonica è prezioso anche quando farete le medie; qui c'è la nuvoletta che fa capire come si fa; in realtà sono due passaggi.
A (Giulio): Eeeeh?!?
IR: Trovate il primo.
A (Beatrice): Secondo me 18 lo trasformi in un gruppo.
IR: Cosa vuol dire?
A (Giulio): Devi trasformare 18×1.
IR: Oooohh! *Dà la mano a Giulio.*
IR cancella una parte della scrittura di destra per suggerire il cambiamento nella rappresentazione del 18:

$$18 \times 3 + 1 =?= 18 \times 2 + 18$$

A (Giulio): + 1.
IR: No....
La classe non sa che pesci pigliare.
IR scrive:

$$18 \times 3 + 1 =?= 18 \times 2 + 18 \times 1 + 1$$

IR: Cosa riconoscete qui? *Cerchia nella parte sinistra*:

$$18 \times 3 + 1 =?= 18 \times 2 + 18 \times 1 + 1$$

IR: Ricco premio a chi riconosce…
A (Alessandro): Quel processo è…
A (Beatrice): Secondo me, il 18×2 è uguale a quello di prima…
IR: Dovete riconoscere una cosa dentro il cerchio.
A (Giulio): Devi fare 18×1 e togliere quel 18 che è inutile.
A (Nicola C.): 18×2 e 18×1 è come dire 18×3.
IR: Cosa vedi dentro la testa per fare 18×3?
A (Piero): Ho visto la forma non canonica di '$\times 3$'.
IR: Certo, ma manca qualcosa di importantissimo... dovete pensare alla struttura di qualcosa che abbiamo fatto un po' di tempo fa...
A (Nicola C.): Forse il 18 …
IR: Una cosa con due parole.
A (Giulio): Si distribuisce…
IR: E allora?…
Con fatica esce…
G: La proprietà distributiva!
La classe detta:

$$18 \times 3 + 1 =?= 18 \times 2 + 1 + 1$$

A (Giulio): Devi mettere le parentesi!
Si corregge:

$$18 \times 3 + 1 =?= 18 \times (2 + 1) + 1$$

IR: Avete visto la proprietà distributiva per vedere il 3? Descriviamo cosa succede dal punto di vista matematico.

$$18 \times 2 + 19 = 18 \times 2 + 18 + 1$$

IR: Cosa abbiamo fatto?

A (Alessia): Abbiamo trasformato il 19.
A (Giulio): Abbiamo scomposto...
A (Alessandro): ... il 19 in forma non canonica.

$$18 \times 2 + 19 = 18 \times 2 + 18 + 1$$
$$18 \times 2 + 19 = 18 \times 2 + 18 \times 1 \ \ + 1$$

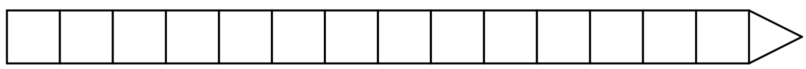
IR: E ora cosa abbiamo fatto?
A (Mattia): Abbiamo…
A (Giulio): ... abbiamo cominciato a trasformare 18 in ‘× 1’.
A (Piero): Abbiamo cambiato la forma non canonica di 18 in 18 × 1.
IR: Poi?
A (Piero): Abbiamo …
G: … applicato la proprietà distributiva!!!

$$18 \times 2 + 19 = 18 \times 2 + 18 + 1$$
$$18 \times 2 + 19 = 18 \times 2 + 18 \times 1 \ \ + 1$$
$$18 \times 3 + 1 = 18 \times (2 + 1) + 1$$

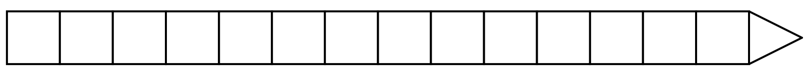
IR: Abbiamo sostituito alla forma non canonica 2 + 1 la forma canonica 3 *(lo dice assieme agli alunni).*

$$18 \times 2 + 19 = 18 \times 2 + 18 + 1$$
$$18 \times 2 + 19 = 18 \times 2 + 18 \times 1 \ \ + 1$$
$$18 \times 3 + 1 = 18 \times (2 + 1) + 1$$
$$18 \times 3 + 1 = 18 \times 3 + 1$$

IR: Avete fatto una cosa da grandi; state cominciando a capire che per dimostrare che è uguale… avete lavorato con forma canonica e non canonica; quante volte?
Si conta.
G: Tre volte.
IR: E avete applicato una volta la proprietà distributiva.
A (Nicola C.): 18 × 1 + 1…
IR: Non c’entra + 1, è a parte; ricordatevi: sostituire forma canonica e non canonica e viceversa sono cose molto utili in matematica; speriamo vi rendiate conto il più possibile che la proprietà distributiva è importantissima, la userete come la vostra bicicletta, sarà spontaneo riconoscerla, utilizzarla. Vediamo ancora una cosa.
A (Giulio): Chiudete gli occhi.
IR: Esatto. Chiudete gli occhi.
IR disegna:

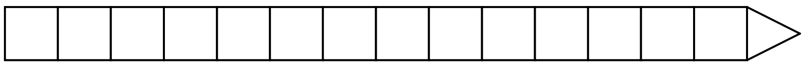


IR: Contateli e dite come avete fatto; son tutti stuzzicadenti... non ditemi un calcolo, ma cercate di spiegare a Brioshi come avete contato... è la stessa cosa di prima....
Si raccolgono le proposte.



a) $15 \times 3 \quad 3 \times 15$ — 7 alunni
b) 3×16 — 1 alunno
c) $3 \times 5 \times 3$ — 1 alunno
d) $15 \times 2 + 3 \times 5$ — 1 alunno
e) $14 \times 3 + 3$ — 1 alunno

A (Mattia): Ho sbagliato a contare, la b) non va bene... ho fatto come sopra.
Si aggiunge 1 alla a).



a) $15 \times 3 + 1$	3×15	8 alunni
b) 3×16		1 alunno
c) $3 \times 5 \times 3$		1 alunno
d) $15 \times 2 + 3 \times 5$		1 alunno
e) $14 \times 3 + 3$		1 alunno

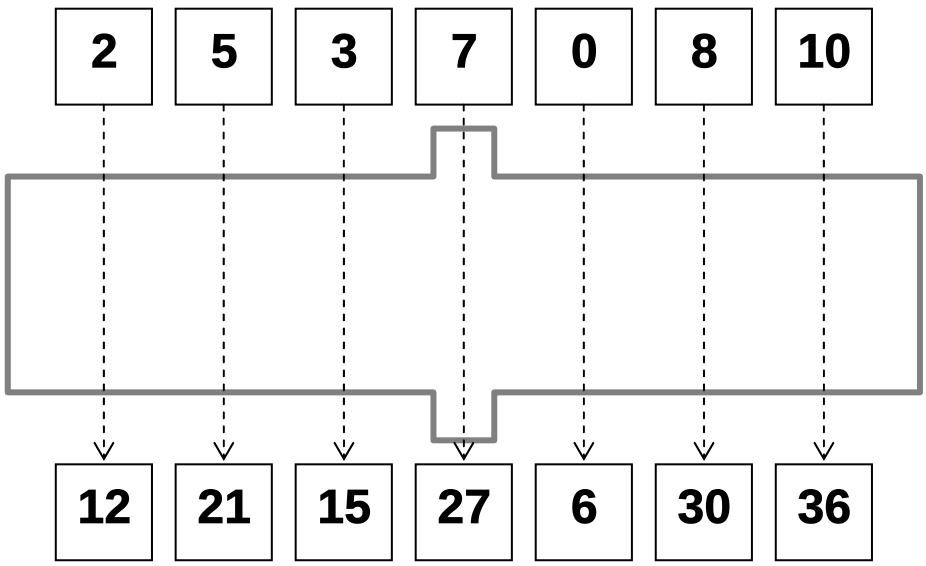
IR: Come hanno fatto per fare 3×15?
A (Nicola C.): Hanno calcolato come mezze lune.
IR: Delle C?
A (Nicola C.): Sì, hanno contato fino alla fine e poi il triangolo.
A (Enrico): Quando sono arrivato al triangolo, l'ho distribuito al 14, sopra 14, sotto 14, al centro 14, ho distribuito uno stuzzicadenti *(allude ai tre stuzzicadenti della punta)* a tutti e tre.
A (Nicola B.): In questo caso 15×3 e 3×15 sono diversi.
IR: Sì, sono due punti di vista diversi. Propongo: abbiamo ancora due incontri; la prossima volta partiamo da qui.
A (Mattia): Secondo me gli stuzzicadenti sopra sono 14; ha distribuito 1 sul 14, quello della punta della freccia.
IR: Non ha distribuito, ha sommato.
A (Mattia): Stessa roba sotto, ma al centro ha visto anche l'ultimo verticale, non ha visto il triangolo finale.
A (Giulio): Ho visto 15 sopra, 15 sotto, 15 in mezzo e ho fatto 15×3, come se fossero dritti.
IR: Allora, un altro modo?
A (Giulio): Con la C.
L'attività ha termine, perché ci aspetta il pulmino per il Grande Incontro.

Progetto ArAl	34	**Ricerca di Regolarità** *(quinto anno di compresenza con la classe)*

Villapiana (BL)	*I*	*1*	*2*	*3*	*4*	***5***	*1*	*2*	*3*	***Dea Beppiani***

Grande Incontro ArAl - S.Giustina (Belluno) - 20 aprile 2007

Facendoci aiutare da un traduttore, abbiamo scritto a Brioshi del maxi incontro di oggi, 20 aprile 2007, fra le quinte di Spilamberto, S.Giustina e Villapiana e gli abbiamo chiesto di preparare qualcosa da proporre agli amici italiani con i quali è in contatto ormai da cinque anni.
Dopo una settimana Brioshi e la sua classe ci hanno inviato un problema che ha per protagonista una Macchina Sputanumeri assolutamente MICIDIALE (il disegno era accompagnato da uno smile con un ghigno satanico):



Il traduttore ha riferito che Brioshi ha esclamato: 'Vediamo se sono capaci di trovare la legge che dice cosa fa la macchina!!!'.
Poi però Brioshi, non soddisfatto, ha aggiunto un altro pezzo di problema, ma ci ha chiesto di consegnarvelo solo dopo che avrete trovato la legge.

Legge: ....

✂--------------------da consegnare ad ogni gruppo al completamento della prima parte------------------

Cari amici italiani, la nostra classe, quando ha provato a risolvere questo problema, ha trovato due leggi (i = numero di ingresso, u = numero di uscita):

$$u = (i + 2) \times 3 \qquad \text{e} \qquad u = i \times 3 + 6$$

Purtroppo non siamo capaci di capire cosa c'entrano l'una con l'altra. Il nostro prof ci ha detto che sembrano due cose differenti, ma che in realtà sono due modi diversi di rappresentare la stessa legge. Per aiutarci, ci ha suggerito di scrivere il 6 della seconda legge in una forma non canonica dicendoci che questo ci avrebbe aiutato a risolvere la faccenda. Noi non ci siamo riusciti. Se voi ci capite qualcosa ce lo fate sapere?

Spiegazione: ....

....

....

....

Ciao a tutti e buon lavoro!!!

Brioshi

Progetto ArAl

L'alunno ....

della classe quinta ....

della scuola elementare di ....

ha partecipato al

Grande Incontro ArAl

delle quinte
di Spilamberto (MO), Villapiana (BL), S.Giustina (BL)

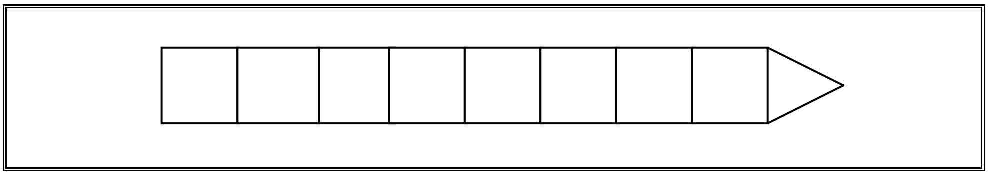
che ha avuto luogo il 20 aprile 2007
a S.Giustina (Belluno)

Per ricordare questa giornata risolvi un puzzle di fiammiferi!

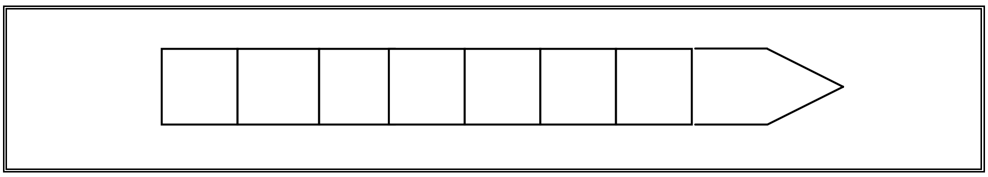
Metti su un piano (un tavolo, il pavimento, il prato...)
8 fiammiferi (o stuzzicadenti, penne, legnetti, ...)
com'è segnato nella figura.
Poi sposta **4** fiammiferi in modo da formare
5 triangoli equilateri.

27 aprile 2007 compresenza 5

IR: Noi abbiamo lavorato… vi ricordate che avevamo…
A (Nicola B): Gli stuzzicadenti.
IR: Sì, e vi avevo chiesto di vedere come li avevate contati; come avevamo concluso?
A (Alessandro): Con una specie di freccia.
IR: Non sto dicendo il disegno; vi ho dato dei rettangoli lunghi e vi avevo chiesto come conviene contare gli stuzzicadenti di una striscia.
A (Giulio): Era 15 × 3.
IR: Può essere 150, qualsiasi numero.
A (Giulio): Gli stuzzicadenti sopra sono lo stesso numero di sotto e in mezzo.
IR: Qui come contereste?
IR disegna:

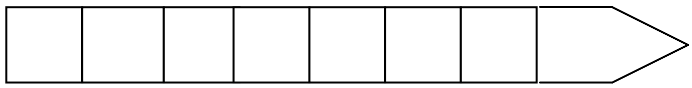


A (Giulio): 9 × 3 *(conta sopra, sotto, in verticale)*
IR: E il processo come sarebbe?
A (Alessandro): a × 3.
IR: Dovete anche dire cosa ottenete!
A (Nicola B.): Uguale il numero d'uscita, = u; a × 3 = u
IR: Non è necessario usare u; a cos'è?
G: Qualsiasi numero.
IR: Sì, ma qui?
A (Enrico): Il numero degli stuzzicadenti sopra, sotto o in centro.
IR: Allora a cos'è?
A (Pero): Il numero degli stuzzicadenti per fila, cioè...
A (Giulio): Sì.
IR: Circa…
A (Nicola C.): Per gruppo.
IR: Qualcuno ha visto a × 3 in un'altra maniera.
A (Alessandro): 3 × a.
IR: 3 cos'è?
A (Alessandro): La C, diventa 3 × 9.
IR: Le C sono 8.
G: Ma dopo c'è ancora 3.
A (Piero): Costanza aveva detto su questo, 9 × 2 + 9, mi pare.
IR: Vi faccio un piccolo cambiamento. *Toglie l'ultimo stuzzicadente in verticale.*



A (Alessia): 9 × 2 + 8. *Si conta sul disegno.*
A (Nicola B.): 9 × 3 – 1. *Si verifica sul disegno.*
A (Piero): Utilizzando le C, visto che ce ne sono 8, non so se è giusto 8 + 2.
IR: Solo 8 + 2? L'idea è buona, ma la stai traducendo male; aiutate Piero.
A (Alex): 3 × 8 + 2.
IR: 3 che cos'è?
A (Alex): Numero stuzzicadenti della C.
A (Giulio): Numero delle C.
IR: 2 cos'è?
A (Enrico): Numero stuzzicadenti rimasti.
IR: Sì.

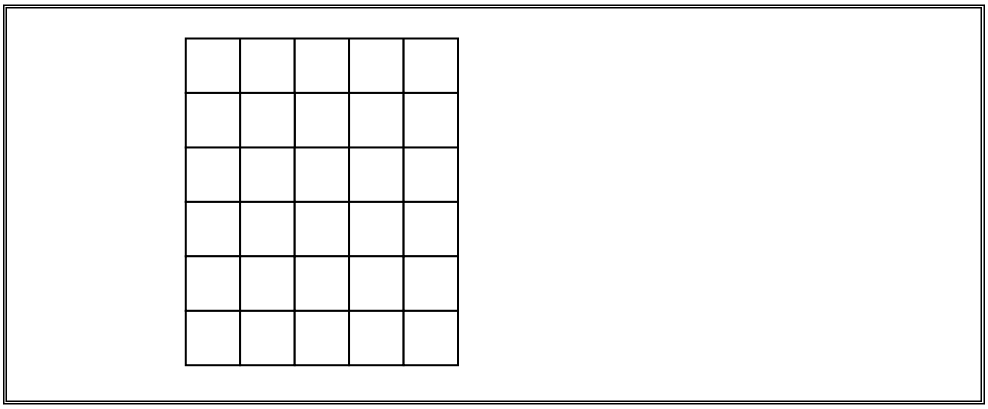
A (Alex): Della punta.
IR: Bisogna completare quella cosa; cosa ottenete, non dovete fare solo il calcolo.
A (Nicola B.): u, uscita.
IR: Sì, ma ricorda la macchina sputanumeri: 3 × 8 + 2 cosa si trova?
A (Nicola B.): Il numero degli stuzzicadenti.
IR scrive:



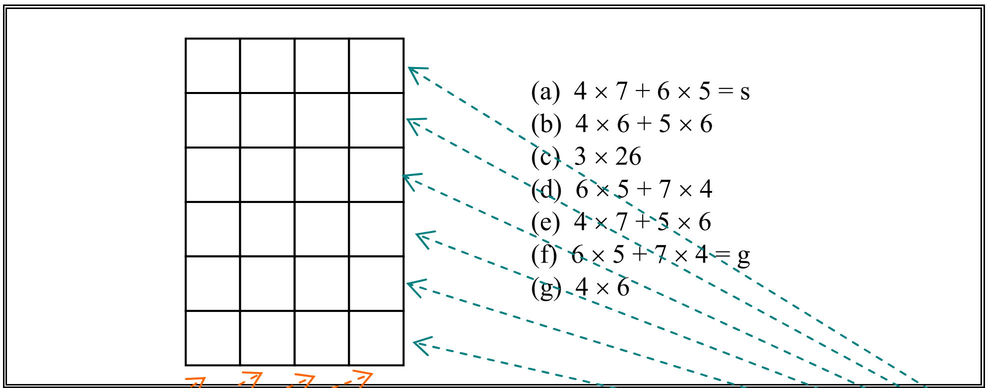
3 × 8 + 2

NUMERO TOTALE STUZZICADENTI

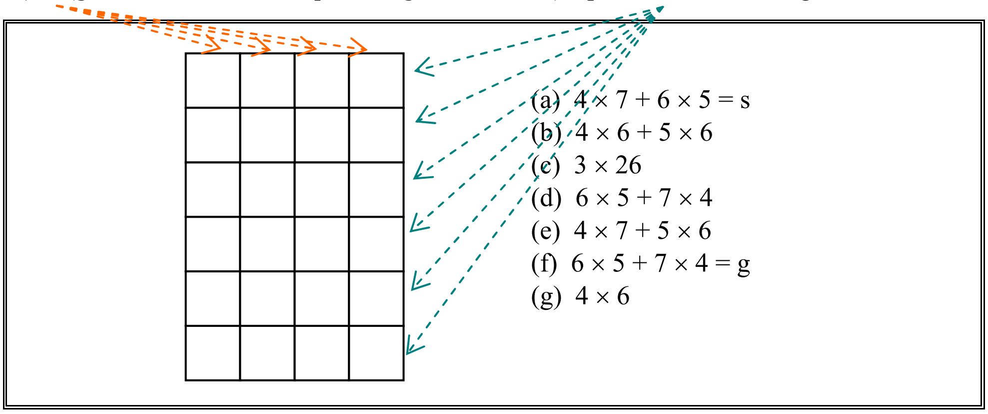
IR: Ditemelo; descrivetemi in linguaggio italiano questa formula *e intanto segna le parti scritte in linguaggio matematico.*
A (Nicola C.): Dobbiamo moltiplicare il numero degli stuzzicadenti in una C per il numero delle C e aggiungere il numero degli stuzzicadenti della punta e troveremo il numero totale degli stuzzicadenti.
IR: Se io vi chiedessi di dire in un altro modo cominciando con il numero degli stuzzicadenti?
A (Costanza): Il numero degli stuzzicadenti è…
IR: *ripete ciò che ha detto Nicola C.:* Ti chiedo di rigirare la frase e cominciare dalle parole: il numero degli stuzzicadenti è…
A (Costanza): È il numero degli stuzzicadenti moltiplicato per il numero delle C più il numero degli stuzzicadenti della punta.
IR: Vediamo di farlo in un altro modo.
A (Enrico): Il numero degli stuzzicadenti…
A (Nicola B.): Il numero degli stuzzicadenti in tutto è la somma… *e non sa più come continuare*
IR *(gli dà la mano):* Cara vecchia quercia…
A (Nicola B.): Il numero degli stuzzicadenti in tutto è la somma del numero degli stuzzicadenti in una C moltiplicato per il numero delle C più il numero degli stuzzicadenti della punta.
IR: Tenete fermo: numero stuzzicadenti è somma fra… vai avanti Piero.
A (Piero): ... fra il numero degli stuzzicadenti sulla punta… devo trovare la parola…
IR: Tenere l'idea… il numero stuzzicadenti è somma fra…
A (Nicola C.): Il risultato tra il numero stuzzicadenti in una C per il numero delle C più il numero degli stuzzicadenti della punta.
IR: Piero, concludi tu?
A (Piero): Il numero degli stuzzicadenti è la somma fra la moltiplicazione…
IR: Mmm...
A (Piero): ... fra il prodotto…
IR: Ok…
A (Piero): Il numero degli stuzzicadenti in tutto è la somma fra il prodotto tra il numero… (*IR segna sulla lavagna i numeri)* degli stuzzicadenti in una C e il numero delle C.
IR: Il numero totale degli stuzzicadenti è la somma tra il prodotto del numero degli stuzzicadenti di una C e il numero delle C e il numero degli stuzzicadenti della punta. Ora voi capite senza nessuna difficoltà: in questo caso il linguagggio matematico è più potente del linguaggio naturale o il linguaggio naturale è più potente del linguaggio matematico? Quale è più trasparente ed economico?
A (Alessandro): Il linguaggio matematico.
IR: Quanti simboli usiamo?
G: Tre.
IR: No; *ne conta7; conta nel linguaggio naturale e ne trova 33;* voi capite che il linguaggio matematico è in questo caso più chiaro, più potente, più economico, rispetto al linguaggio naturale dove si usa un sacco di parole; la frase matematica va bene per Brioshi, ma bisogna capire cosa significa; noi e Brioshi dobbiamo saperla interpretare. Bene, adesso facciamo una cosa che non ho fatto con le altre classi; chiudete gli occhi.
IR disegna:



IR: Ho fatto su un tavolo questo gioco con gli stuzzicadenti; scrivete il modo con cui li contate.
A (Nicola B.): Intorno sono stuzzicadenti?
IR: Sono tutti stuzzicadenti; organizzatevi per contare; dovete essere fedeli a quello che fate, dovete rappresentare il vostro processo per trovare il numero totale degli stuzzicadenti.
Un alunno alza la mano.
IR: Aspetta.
Un altro alza la mano, poi un altro.
A (Piero): Trovo un secondo modo.
IR: Fate un modo a testa, quello che vi è venuto spontaneo per contare gli stuzzicadenti.
Altre mani alzate.



IR: Commentiamo; (a) come ha contato?
A (Giulio): Ha contato gli stuzzicadenti in verticale.
IR: Andiamo con ordine; il 4 dov'è?
A (Giulio): 4 sono le colonne, 7 gli stuzzicadenti in orizzontale nella prima colonna, poi ha fatto 6 × 5, sono 6 stuzzicadenti in verticale, e ripete per 5.
IR: Va bene la sua interpretazione? Secondo voi può essere interpretato come ha fatto Giulio?
A (Alessandro): Ha invertito, perché…
IR: Secondo te Giulio ha iniziato in un modo che funziona?
A (Piero): Sì *(l'autore di (a)),* ma io ho fatto in un altro modo.
A (Alessandro): 4 *(gli stuzzicadenti nella prima riga orizzontale)* ripetuto 7 volte, e 6 uguale a Giulio.



A (Piero): Ho fatto come dice Alessandro.
IR: Sì, ma è interessante anche come ha detto lui; quanti sono gli stuzzicadenti?
A (Nicola C.): 58.
IR: Chiedo il processo.
A (Nicola C.): 4 × 7, 28, 6 × 5 30, 28 + 30, 58.
IR: Adesso vediamo la (b): 4 × 6 + 5 × 6
A (Nicola C.): È sbagliato, fa 54.
IR: Che errore può aver fatto? Qual era il 4?
A (Alessia): 4 in orizzontale per 6.
IR evidenzia gli stuzzicadenti e ne manca 1 perché ci sono sette gruppi di stuzzicadenti orizzontali.
IR: 5 × 6 dove li ha contati?
A (Alessia): 5 in verticale per 6, gli stuzzicadenti in colonna.
IR: Ha dimenticato una fila di stuzzicadenti da 4.
IR: La (c) 3 × 26; quanto viene?
A (Nicola B.): 78.
IR: Non va bene, ma che critica puoi fare?
A (Giulio): Ha guardato le C e le moltiplicate per 26 volte.
A (Alex): Avevo fatto per 24 e mi avanzavano le 6. *(mostra l'ultima verticale)*
IR evidenzia nel disegno: Che errore hai fatto?
A (Alex): Ho contato due volte *(ha ripetuto due volte le parti delle C)*
A (Cosatnza): Dovrebbe fare delle U.
Si controlla e si vede che è lo stesso, se ne contano di doppi.
IR: Però l'idea non era male. Riassumiamo: (b) è sbagliata, (c) anche. Verdiamo adesso la (d): 6 × 5 + 7 × 4
A (Alessia): Ho messo le parentesi: (6 × 5) + (7 × 4).
A (Giulio): Non servono.
IR: Mostra.
A (Alessandro): I fiammiferi in colonna per 5 che sono… *aiutato da IR* il numero dei fiammiferi…
IR: No, 5 cos'è?
A (Alessandro): Numero delle 5 colonne.
IR: Numero delle colonne.
Alessandro e I: Numero fiammiferi di una colonna per le colonne più…[40]
IR: Cosa cambia rispetto al primo?
A (Nicola C.): Cambia…
A (Nicola B.): ... la commutativa.
IR: Spiega bene.
A (Nicola B.): 4 × 7 si è spostato, quella moltiplicazione e anche quella.
IR: Va bene.
A (Giulio): Ha usato la proprietà commutativa.
IR: (a) ed (e) sono identiche; nella seconda moltiplicazione è stata applicata la proprietà commutativa; dopo 5 anni dovreste aver capito che è importante spiegare, costruire ragionamenti. L'ultimo? (f) 6 × 5 + 7 × 4 = g
A (Nicola C.): Sono le stesse operazioni, solo che nella prima operazione della (a) è stata applicata la proprietà commutativa e nell'ultima, cioè nella (f) occupa il secondo posto.
IR: Vediamo se lui *(indica Piero)* spiega in modo più chiaro.
A (Piero): È stata applicata la proprietà commutativa a 4 × 7.
IR: Parliamo di moltiplicazione e addizione fra prima moltiplicazione e seconda moltiplicazione; vi do un consiglio: confrontate (a) e (f) e pensate alla macchina distributiva. Quante volte è stata applicata la proprietà commutativa?
G: Tre volte.
IR: Dove l'hai applicata? La commutativa non sposta niente; dove avete applicato la commutativa per passare da (a) a (f)?
A (Alessandro): Una volta tra le due moltiplicazioni.
IR: Non capisco; a cosa è stata appilcata la proprietà commutativa?
A (Alessandro): Alle due moltiplicazioni.
IR attacca 7 cartellini bianchi alla lavagna.
IR: Intanto voi pensate. State pensando? Osservate (a) e (f).
IR scrive sui cartellini:

[40] *Non ho registrato le parole effettive.*

4	×	7	+	6	×	5

IR: Qual è la prima cosa che devo fare per impostare (f)?
A (Costanza): Devi ribaltare.
IR: Puoi anche avere un'idea buona, ma usa parole del linguaggio matematico; dove applichi una prima volta la p. commmutativa?
A (Piero): Posso venire alla lavagna?
IR: Prima lo dici, poi vieni.
A (Piero): È stata applicata la p. commutativa a 4 × 7, al prodotto e non solo.
A (Nicola B.): È come quella volta che avevi portato la macchina di legno.
IR: Dove applichi la prima volta?
A /Alex): All'addizione.
IR: Certo. *Sposta 4× 7 a destra e 6 × 5 a sinistra.* Ho applicato la p. commutativa all'addizione e adesso?
A (Alessandro): E adesso alla moltiplicazione 6 × 5.
IR: No, rimane 6 × 5, è 4 × 7 che diventa 7 × 4.
A (Alex): E basta.
IR: Le proprietà le applico alle operazioni; la prima volta all'addizione e la secona volta alla moltiplicazione; è importante che vediate queste cose. Come si passa dalla (f) alla (c)?
A (Costanza): Devi fare sempre la stessa cosa.
IR: Parla di applicare la proprietà commutativa a…
A (Costanza): All'addizione e alla moltiplicazione.
IR: Quante volte applichi?
A(Costanza): Tre volte.
IR: Prima all'addizione e poi... ?
A (Costanza): ... alla moltiplicazione.
IR: Ma ne hai due.
A (Costanza): Alle moltiplicazioni.
IR: Spiegaci il numero in cui la applichi.
A (Costanza): Bisogna scambiarli di nuovo.
IR: 6 × 5 + 7 × 4 deve diventare (e). Sposta i cartellini in modo che diventi (e) spiegando cosa fai.
A (Costanza): Devi applicare la proprietà commutativa alla *(aiutata da IR)* moltiplicazione *(sposta 4 e 7 e sposta 5 e 6 e intanto conta quante volte ha applicato la proprietà),* applico la commutativa *(con IR sposta 5 × 6 e 4 × 7).*
IR: Dalla (e) alla (a) che cosa è successo?
A (Costanza): Bisogna applicare la proprietà commutativa a una moltiplicazione.
IR: Quale?
A (Costanza): Alla seconda moltiplicazione.[41]

---

[41] *Si discute, alla fine della compresenza, sull'evidente difficoltà di alcuni alunni di esprimere un'idea, un concetto col linguaggio naturale; sarebbe importante dedicare del tempo a questo tipo di attività, anche se il tempo (e non in maniera pretestuosa) è sempre un nemico di certi approfondimenti; d'altronde il problema è trasversale, perché l'espressione orale in particolar modo non viene forse affrontata con la programmazione necessaria e resta una capacità individuale; credo che prevedere degli obiettivi ben identificati sin dalla prima scolarizzazione fino alla scuola superiore faciliterebbe l'acquisizione di un'abilità così importante. Anche all'interno del Progetto ArAl avrei dovuto riservare più attenzione a questo aspetto, ma quest'anno non sono riuscita ad approfondire più di tanto gli aspetti considerati. Condivido pienamente le osservazioni generali di Dea, e comunque sottolineo che la classe, per quanto possa essere parziale il mio punto di osservazione, è dotata di grande intelligenza sociale, e l'insegnante l'ha abituata all'argomentazione.*

Progetto ArAl	41	**Ricerca di Regolarità** *(quinto anno di compresenza con la classe)*

Villapiana (BL)	*I*	*1*	*2*	*3*	*4*	**5**	*1*	*2*	*3*	*Dea Beppiani*

4 maggio 2007 compresenza 6

IR fa cercare nel vocabolario il significato della parola Glossario.
IR: Mi piacerebbe fare un glossario ArAl visto dagli alunni; prima della fine della lezione vi do l'elenco dei termini che abbiamo usato in questi 5 anni e per ognuno voi date la definizione, poi io raccolgo i vostri lavori, quelli di Spilamberto e di Santa Giustina, metto insieme le definizioni, realizziamo un glossario e ve ne daremo una copia. Stabiliremo insieme l'elenco dei termini; dovete lavorare da soli, deve essere il vostro punto di vista, il modo con cui date il significato a Brioshi o a quello che è; negli ultimi 10 minuti scriverete i termini dell'elenco; va bene?
C: Sì.
IR: Vi do un paio di settimane; se ci riuscite la cosa migliore sarebbe scrivere col PC, così date il file alla maestra che me li manda. Allora, cari Villapianini, l'altra volta abbiamo lavorato con gli stuzzicadenti, adesso finirò con un problema. Abbiamo concluso un itinerario dalla prima elementare e abbiamo lavorato sempre, anche se voi non lo sapevate, sulla ricerca di regolarità; *(si ricordano le varie attività, facendo riferimento ai personaggi che le avevano caratterizzate).* Quest'anno abbiamo lavorato con ostriche e perle, poi con la macchina sputanumeri, con la macchina distributiva, con gli stuzzicadenti; bene, allora adesso vi do una situazione che potrebbe essere l'ultima o quasi. Vi sembrerà strano, ma avete gli strumenti per risolverlo perché appartiene alla famiglia degli stuzzicadenti, delle perle ed ostriche, ecc. Immaginate di essere seduti in un prato, c'è un muro piuttosto alto, non vedete oltre; ad un certo punto vedete passare delle cose che sono orecchie di cavallo; il problema è questo: scrivete in linguaggio matematico una legge che collega, che mette in relazione il numero dei cavalli ed il numero delle orecchie dei cavalli.
A (Alex): Ma quanti cavalli sono?
IR: Non ne ho la più pallida idea; ricordate la legge con la macchina sputanumeri, la legge per contare gli stuzzicadenti, il numero di abitazione della stella marina e dei cavallucci? Ogni volta c'è un numero che sapevamo, che abbiamo chiamato… com'era l'ultima legge che avete scritto?
A (Nicola C.): 4 + 15.
IR: No, quello è l'operatore.
Si ripete che bisogna trovare la legge, non l'operatore.
IR: Vi ricordate la legge con i numeri con cui avete lavorato durante il Grande Incontro?
I: Quando abbiamo lavorato a Santa Giustina anche con Spilamberto.
A (Beatrice): u = i × 3 + 2.
IR: Oppure era…
A (Alessandro): Era + 6, perché sennò dovevi fare + 2 × 3.
IR: Per trovare i fiammiferi.
A (Nicola C.): Numero fiammiferi parte sopra che è 18…
IR: Ma questa non è una legge, riguarda solo 18; cosa ha di importante la legge?
A (Piero): La legge vale per tutti i numeri.
IR: Ohooo! una legge deve contenere cosa?
A (Nicola C.): Deve essere universale.
IR: Sì, deve contenere due cose.
G: Le lettere.
IR: Quante?
G: Due.
IR: Come si chiamano?
A (Nicola B.): Generalizzazione?
IR scrive alla lavagna la V e la I come nel gioco dell'impiccato e si arriva a dire: VARIABILI.
IR: Avevamo detto: chi decide il numero da mettere nella macchina sputanumeri?
G: Noi.
IR: E la macchina fa quello che deve fare. Le due variabili si chiamano:
IR scrive:

VARIABILI

→ I - - - - - - - - - E

→ D - - - - - - - - E

IR: Pensate a quando i vostri genitori vogliono insegnarvi ad andare in bicicletta, ad usare il denaro,… ad essere?
A (Nicola B.): Indipendenti.
Si arriva a DIPENDENTI e INDIPENDENTI.
IR: Perché le chiamiamo VARABILI?
A (Beatrice): Perché sono quelle che variano, mentre il processo è sempre quello.
IR: Splendido! Quello che fa la macchina non è la legge, ma nella legge c'è una parte fissa…
A (Piero): Che è l'operazione.
IR: OK, oppure le operazioni. E poi ci sono le variabili; qual è la variabile indipendente e quale quella dipendente?
A (Alessandro): Indipendente perché…
IR: La variabile indipendente è il numero d'uscita o d'ingresso?
A (Alessandro): D'ingresso, perché non dipende, sei tu che metti dentro quello che vuoi.
IR: Certo.
IR scrive:

$$u = i \times 2 + 3$$

v. indipendente v. dipendente

IR: È chiaro a tutti?
C: Sì.
IR: Il modo di contare gli stuzzicadenti; com'era la legge?
A (Piero): 15…
IR: Se mi dici 15…
A (Piero): Ah, sì, allora a × …
IR: C'erano le C e finiva con 1.
A (Giulio): a × 3 + 1.
IR: C'è un solo valore, ce ne devono essere due. C'era una legge finale.
A (Nicola C.): È la C.
IR scrive:

$$a \times 3 + 1$$

C

IR: Con a × 3 + 1 cosa trovi?
A (Enrico): Il numero totale degli stuzzicadenti.
IR: Cos'è **a**?
A (Nicola C.): Il numero delle C.
IR: Come lo chiamiamo?
G: **c**.
IR: Qui abbiamo un'altra legge.
IR scrive:

$$c \times 3 + 1 = s$$

IR: Qual è la variabile indipendente?
A (Nicola B.): **c.**
IR: Sì; possiamo scambiare le cose; torniamo alla prima legge. Se mettiamo **i**, **i** a cosa è uguale? *Scrive sotto dettatura degli alunni:*

$$i \underset{:2}{\overset{\times 2}{\rightleftarrows}} \ \underset{-3}{\overset{+3}{\rightleftarrows}} = u \qquad i = (u - 3) : 2$$

IR: Qual è la variabile indipendente?
G: i, no, no, **u.**
IR: Voi avete una legge… partendo da C, come viene?

A (Alessia): s – i : 3.
G: Con le parentesi!
IR aggiunge:

$$i \xrightarrow{\times 2} \xrightarrow{+3} = u \qquad i \xleftarrow{:2} \xleftarrow{-3} u$$

i = (u – 3) : 2   c = (s –3) : 3

IR: A seconda dei casi, se usate una legge, conoscete il numero d'ingresso e trovate il numero d'uscita; la variabile indipendente è quella che decidete voi; se io dico con 457 stuzzicadenti, quante C faccio?
A (Nicola C.): Numero ingresso.
IR: Qual è la variabile indipendente?
A (Nicola C.): 457.
IR: 457 è il numero degli stuzzicadenti; trova quante sono le C; 457 è la variabile dipendente o indipendente?
A (Nicola C.): Indipendente.
IR: Siete d'accordo?
C: Sì.
IR: Siamo noi che decidiamo. Ok, allora questa è la legge che abbiamo usato *(cerchia alla lavagna quella relativa alla macchina sputanumeri ed al calcolo degli stuzzicadenti).* Dovete scrivere voi la legge…
G: La variabile dipendente e la variabile indipendente...
IR: ... e parte fissa; come fate a riconoscere la variabile dipendente nelle leggi alla lavagna?
IR ripete a Costanza il significato di dipendente e indipendente.
A (Alex): Dipendente **s** ed **i.**
G: No, **u.**
Si prova con un'altra legge.
IR: Guardate le formule, come fate a riconoscere la variabile dipendente?
IR scrive:

a = b × 5 – 14

IR: Quanti dicono **a**? 11 alunni (tutti)
IR: Perché la variabile dipendente è **a**?
A (Alessia): Perché è il numero in uscita.
IR: Spiegalo meglio.
A (Enrico): Perché **a** è uguale a b × 5 – 14.
A (Alessia): Perché **a** è il prodotto della… metti che **b** sia un numero, **a** dipende da quel numero.
IR: La variabile dipendente sta…
A (Piero): ... da sola.
IR: Se io scrivo:

[(3 + 5) × y] : 2 = x

A (Mattia): x è dipendente.
IR: Scegliamo il valore di y.
G: 7.
Si eseguono i calcoli.

[(3 + 5) × y] : 2 = x
[(3 + 5) × 7] : 2 = [8 × 7] : 2 = 56 : 2 = 28

IR: Se la variabile indipendente vale 7, la variabile dipendente vale 28. Torniamo al problema di prima; la legge deve contenere tre cose.
A (Alex): La variabile dipendente, la variabile indipendente e il processo.
IR: Bene. Ora scrivete la legge che mette in relazione il numero delle orecchie dei cavalli ed il numero dei cavalli; una legge che fa capire a Brioshi come sono legati il numero delle orecchie dei cavalli e il numero dei cavalli. Poi cambiate la legge.

I: Prima fate una legge.
IR: Sì. Se usate delle lettere, scrivete il significato che attribuite alle lettere.
A (Piero): La legenda.
Beatrice fa subito vedere il suo lavoro nel quaderno a IR.
IR: E adesso scrivimi l'altra; se avete trovato una formula, cambiate le variabili e scrivete l'altra.
IR controlla il lavoro nei quaderni.
IR: Qui non abbiamo il numero d'entrata e d'uscita. Controlla altri quaderni.
IR: Cambiate la variabile indipendente.
IR scrive alla lavagna copiando da alcuni quaderni:

c = numero dei cavalli   o = numero delle orecchie

(a) o : 2 = c
(b) o = c × 2
(c) c = o × r
(d) c × 2 = o   c = cavalli   o = orecchie
(e) c × 2 = o; o = c × 2; o : 2 = c
(f) o × 2 = c
(g) c : 2 = o

IR: Dite secondo voi cosa pensate della legenda del (d)?
A (Beatrice): È sbagliata, perché si mette il **numero** dei cavalli, il **numero** delle orecchie.
IR: La lettera è un numero, non 'cavalli' o 'orecchie'... c = cavalli, in matematica non vuol dire niente.
A (Beatrice): Secondo me la (c) è sbagliata; la giusta è la (a): numero orecchie : 2 = numero cavalli.
IR: Siete d'accordo?
C: Sì.
IR: c è variabile dipendente o indipendente?
G: Dipendente.
IR: La (f) è giusta?
A (Giulio): No, perché per un cavallo vengono 4 orecchie.
IR: Se la variabile dipendente è sempre c, con 20 orecchie ci sarebbero 40 cavalli, vi immaginate?
Disegna alla lavagna una testa di cavallo con 4 orecchie.
IR: o = c × 2 è giusta?
A (Nicola B.): Il numero delle orecchie è uguale al numero dei cavalli per 2, è giusta.
IR: Quando dovete interpretare il linguaggio matematico, traducete in linguaggio naturale. *Rivolgendosi a Mattia:* traduci la (c).
A (Mattia): Il numero dei cavalli è uguale al numero delle orecchie per… dovevo scrivere × 2...
IR: Se conoscete un numero non perdete tempo a scriverlo con lettere, se è 2, questa è la parte costante delle regola.
IR: c × 2 = o; Costanza, è giusto?
A (Costanza): Il numero dei cavalli per 2 fa il numero delle orecchie.
IR: Non 'fa', 'è equivalente a'; è giusta? Numero dei cavalli per 2 = Numero delle orecchie, è giusta o no?
Silenzio.
IR: Hai 8 cavalli, quante orecchie? Come fai?
A (Costanza): Numero orecchie per 2; numero cavalli per 2.
A (Beatrice):No, perché tu hai detto che vediamo solo orecchie.
IR: Qual è la variabile indipendente?
A (Beatrice): Le orecchie.
IR: Sì, però la relazione è giusta. o = c × 2 è giusta?
A (Beatrice): Sì.
IR: o : 2 = c è giusta?
A (Nicola B.): Il numero delle orecchie diviso 2 è uguale al numero dei cavalli; è giusta.
IR: c : 2 = o.
A (Alessia): Il numero dei cavalli diviso 2 è uguale al numero delle orecchie; no.
IR: o × 2 = c.
A (Alessia): No, sbagliata, dovevo fare : 2.
IR: c = o : 2.
A (Alex): Il numero dei cavalli è uguale al numero delle orecchie diviso 2; va bene.
IR: Raggruppiamo quelle che hanno **c** come variabile dipendente.
a) o : 2 = c
b) c = o : 2

IR: Quelle con variabile dipendente **o**?
o = c × 2
c × 2 = o
IR: Possiamo scrivere un altro modo?
IR suggerisce proprietà commutativa dell'addizione.
A (Nicola B.): 2 × c = o
G: o = 2 × c
IR: Velocissimi; quali parole pensate di conoscere del Glossario?
Si elencano:

RAPPRESENTARE GENERALIZZAZIONE SUCCESSIONE MODULO SUCCESSIONI SORELLE VARIABILE DIPENDENTE E INDIPENDENTE PARTICOLARIZZAZIONE PROCESSO/PRODOTTO FORMA CANONICA E NON CANONICA BRIOSHI TRASPARENTE/OPACO LETTERA

IR: Nelle descrizioni potete far riferimento ad altre parole del Glossario; ad esempio: processo → trasparente; per ogni parola cercate di dare una definizione pensando al lavoro che abbiamo fatto.