

4 dicembre 2004 compresenza 1
(I: Insegnante, IR: Insegnante Ricercatore, C: Classe, G: Gruppo, A: Alunno)

IR: Vediamo cosa vi ricordate
Disegna alla lavagna la seguente successione



C: È una successione e c'è un modulo
IR ne disegna un'altra:



IR: Copiate la successione nel quaderno e cerciate il modulo
A: Ma non facevamo anche la freccia? (*intende alla fine della successione per indicare che continua all'infinito*)
IR: Sì, è vero (*e l'aggiunge*)



Si controllano i lavori dei bambini

IR: Cos'è il modulo?
A: È ... dentro...sì, non so come spiegarmi...
A: Il modulo è degli oggetti, delle forme che si ripetono...
A: È la parte della catena che la forma
A: È una parte che forma la successione
A: È qualcosa che si ripete dentro la successione
IR: Sono venuti fuori 3 moduli diversi; uno con più frequenza, uno meno ed un altro meno ancora.

- a) 7 alunni
- b) 3 alunni
- c) 1 alunno

IR: Ieri, in un'altra classe qualcuno ha fatto anche questo modulo:



IR: Aiutiamo chi ha sbagliato a capire perché; dai il tuo parere
A: Il secondo non è giusto perché hanno pensato che tu eri partito dal quadrato rosso e che prima c'era un altro quadrato, ma non si può.
IR: Una successione è come una locomotiva; prima non c'è niente, dopo continua (*mette la freccia*)
A: Anche il quarto è sbagliato perché comincia con il triangolo.
A: Anche il terzo perché dopo comincia con il triangolo.
A: Anche il secondo, perché non va bene all'inizio.
IR: Invece il primo... proviamo:



IR: Come continua?
A: Non va bene alla fine...
A: Ma se continua...
IR: Eh sì, è infinita...
A: I moduli devono andare bene all'inizio, ma alla fine anche se non sono completati va bene lo stesso!
A: Quel bambino che ha scelto il quarto modulo non ha pensato a quello che viene dopo.
IR: È quello che ha già detto il tuo compagno. Mi rispondano ora solo quelli che hanno sbagliato.

Disegna alla lavagna



IR: Disegnate tutti il modulo

Disegna alla lavagna i moduli trovati dai bambini:



IR: Devi pensare alla locomotiva... l'inizio è il tondo; il tuo modulo funziona da un certo punto in poi, ma hai lasciato fuori la locomotiva. Ora io disegno la successione e Piero mi risponde.

Disegnate il modulo e quello che c'è sotto la macchia.



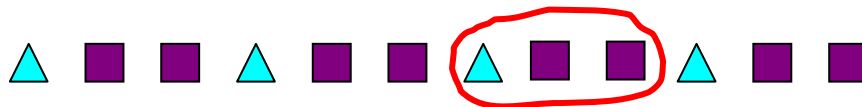
IR: Ditemi cosa avete fatto e perché.

A: Sotto la macchia ci sono due quadrati perché intorno ci sono due triangoli.

A: Secondo me sotto la macchia ci sono 2 quadrati, perché il modulo è triangolo - quadrato - quadrato e quindi qui (sotto la macchia) ci sono due quadrati.

IR: È meglio concentrarsi sul modulo: qui ce n'è uno... qui un altro... invece di guardare cosa c'è all'inizio di due moduli

A: C'è il modulo là dentro. Viene invitato a cerchiare il modulo:



IR: Disegno un'altra successione.



IR: Mettete il modulo dentro il cerchio e disegnate ciò che c'è sotto la macchia, senza cerchiarlo perché non è un modulo.

A viene a disegnare e spiega che il primo è il modulo, e che il secondo è quello che sta sotto la macchia.



La classe concorda.

IR: Adesso mettete la testa sul tavolo e non guardate, che ora devo fare un disegno alla lavagna.



IR: Ho finito. Potete guardare. Disegnate il modulo e cosa c'è sotto la macchia.

Gli alunni disegnano. Alla fine si ricopiano alla lavagna i disegni differenti tra loro.

I: Scrivo i moduli che avete fatto

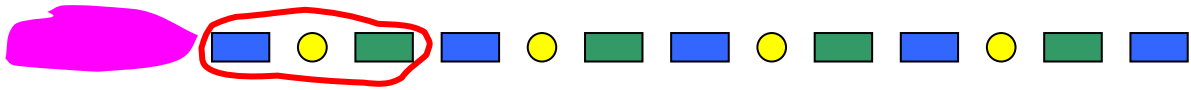
A: Io non so come fare...

IR riporta alla lavagna i moduli:



IR: Adesso spiegate: questi moduli sono tutti differenti. Ma allora, per esempio: nel primo modulo, cosa c'è sotto la macchia?

A: (l'autore di a) Guardando qui (dopo la macchia) ho visto che c'era questo modulo:

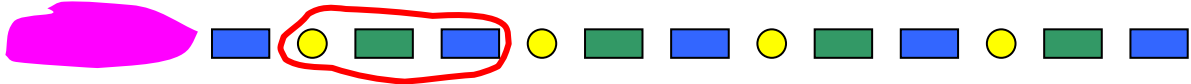


IR: Bene. Allora... sotto la macchia cosa pensi che ci sia?

G: Il modulo.

IR: OK. E per te?

A: riferendosi a c, viene a cerchiare il modulo:

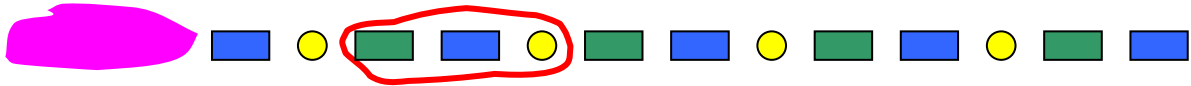


IR: Bene. E allora sotto la macchia cosa c'è?

A: Un tondo giallo e un rettangolo verde.

IR: E adesso vediamo il b).

A: Il modulo è questo:



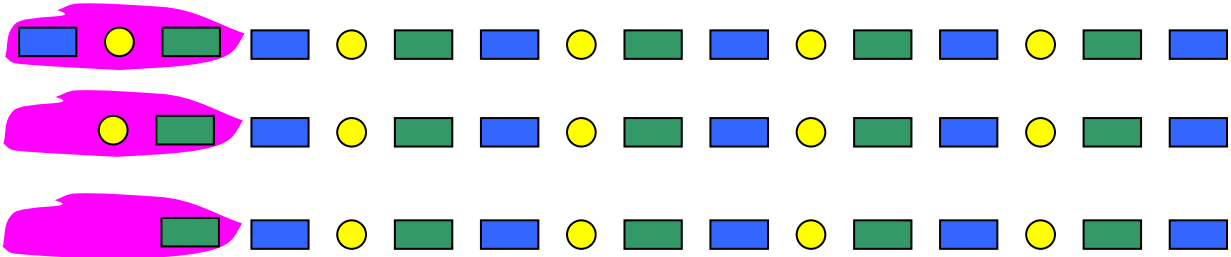
IR: E sotto la macchia?

A: Un rettangolo verde!

G: Tutti e tre i moduli vanno bene!

A: C'erano diversi moduli.

Si riassume la situazione alla lavagna evidenziando ogni volta la parte nascosta di ogni modulo:



IR: (Indicando l'autrice di c) Lei è l'unica che ha visto questo modulo. Questa successione è interessante, perché ci sono più soluzioni, e siete stati molto bravi. Ma qui è finito l'allenamento... dalla prossima volta cominciamo le cose per uomini veri.

Progetto ArAl	4	Ricerca di Regolarità									
---------------	---	------------------------------	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Villapiana (BL)	M	1	2	3	4	5	1	2	3	Dea Beppiani
-----------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	--------------

11 gennaio 2005

attività svolte autonomamente dall'insegnante

- 1^a consegna: ognuno di voi, individualmente, disegni una successione
Dopo aver eseguito la consegna i bambini si mettono in coppia e si scambiano le successioni preparate
- 2^a consegna: individuate il modulo della successione preparata dal vostro compagno
I bambini si scambiano nuovamente il foglio e controllano l'esattezza o meno del modulo individuato
- 3^a consegna: disegnate una successione con lo stesso modulo della precedente
Nuovo scambio di foglio per il controllo della correttezza o meno della successione preparata
- 4^a consegna: comunicate a Brioshi il modulo delle successioni che avete inventato

Ad eccezione di un'alunna, che inizialmente ha avuto bisogno del compagno per operare correttamente, specie nell'individuazione del modulo, i bambini hanno lavorato con correttezza e sicurezza.

15 gennaio 2005 compresenza 2

IR: Avete le idee chiare di cosa è la successione e cos'è il modulo?

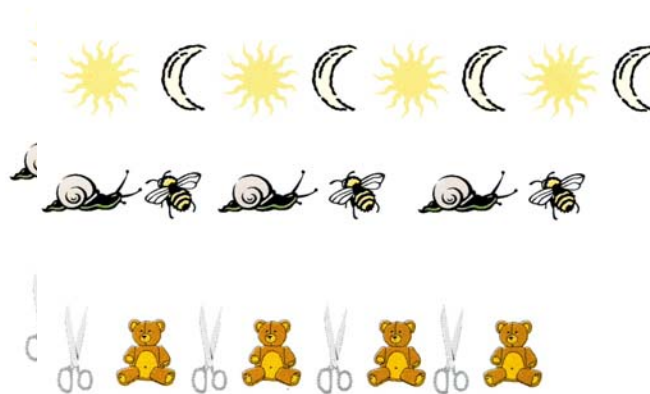
C: Sì

IR: Allora aspettate che vi faccio un disegno.

A: Dobbiamo chiudere gli occhi?

IR: Sì

IR disegna alla lavagna tre successioni; gli alunni stanno con gli occhi chiusi.



IR: Ecco

C: Che bello!

A: Sono tutte delle successioni

IR: Cosa mi dite? Fate delle osservazioni sulle successioni

A: I moduli sono tutti uguali

A: Il modulo è AB

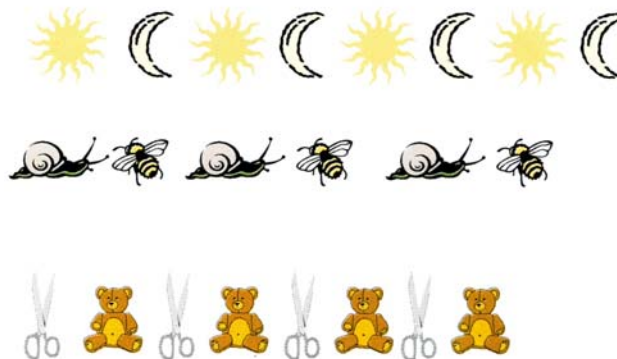
IR: Siamo tutti d'accordo?

C: Sì

IR: Guardate cosa faccio: numero i disegni

Scrivo 1, 2, 3.... In corrispondenza di ogni elemento delle successioni

1 2 3 4 5 6 7 8



IR: Prima domanda: Cosa c'è al 6° posto? Sole o luna?

C: Sole...luna...luna!

IR: E al 10° posto?

C: Orsetto

IR: E al 5° posto?

C: Lumaca

IR: Al 12° posto luna o sole?

A: Luna

A: Sole; se là (nella successione) sono dieci, poi c'è sole e poi c'è luna

G: No, sono nove, c'è sole

IR cancella la successione e lascia solo il modulo



IR: Al 14° posto c'è sole o luna?

Silenzio

A: Luna

IR: Perché?

A: Perché mi sono immaginato la successione fino al nove, più cinque che fa quattordici, allora visto che al 9° posto c'era un sole, più luna, più sole, più luna, più sole, più luna, al 14° posto c'è luna

A: Anch'io

IR: Sì, però è un metodo lungo

A: Ho visto che l'ape è al 2° posto che è pari, il quattordici è pari, allora al 14° posto c'è l'ape

A: Adesso tu pensa per conto tuo e lascia rispondere gli altri; al 15° posto c'è forbici od orsetto?

Rivolge la domanda ad una bambina che non ha mai parlato; la bambina non risponde

IR: Dimmi cosa stai pensando

Risponde un altro bambino

A: Forbici perché se l'orsetto è al 2° posto, i numeri pari sono orsetto e i numeri dispari forbici, allora forbici.

IR: Hai capito (*rivolto alla bambina*) cosa dice lui? Guarda:

Disegna alla lavagna



IR: Al 17° posto c'è sole o luna?

A: Sole

IR: Perché?

A: Perché 17 è dispari.

IR: E al 24° posto?

A: Luna perché è pari

A: Io non ho proprio pensato così, io ho subito fatto perché la forbice è dispari, senza pensare al pari

IR: Andiamo più sul difficile?

C: Sìiii

IR disegna alla lavagna:



IR: Cosa c'è al 18° posto?

A: La faccetta, perché è pari il secondo, primo e terzo dispari, quindi è pari

IR: Tutti d'accordo?

C: Sìiiii!

IR: La maestra è d'accordo?

I: No

A: Io no, ho fatto la tabellina del tre e viene fuori il quadrato.

A: Anch'io ho fatto così

A: Tutti e due possono essere

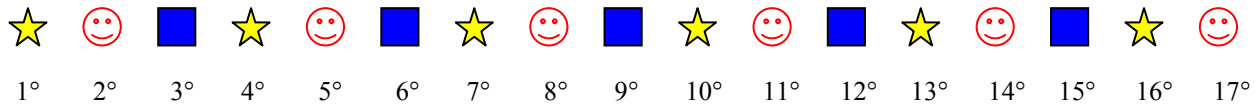
IR: Perché?

A: Perché anche quella del 2 e quella del 3 passano sul 18

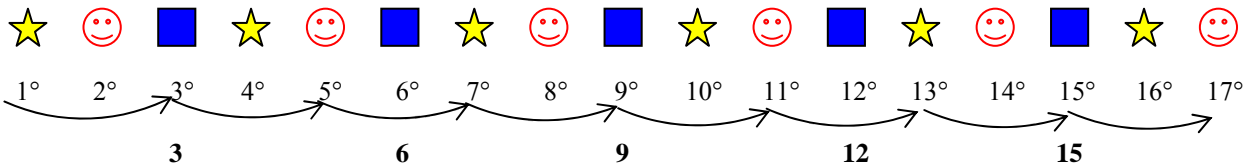
A: Anche quella del 6

A: Potrebbe esserci anche una stellina, perché se col quadrato arrivi al 18, anche con quella dell'1 arrivi al 18, è stella, ma non sono molto sicuro

IR disegna alla lavagna tutta la successione



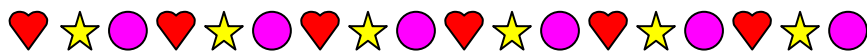
A: No, è quadrato
 A: Non può essere 'faccia' che è al 17° posto!
 IR: Come posso fare senza disegnarli tutti?



IR: Cosa vuol dire la freccia?
 C: Più tre
 C: Al 18° posto c'è il quadrato.
 IR disegna alla lavagna



IR: Al 24° posto cosa c'è? (si rivolge ad una bambina)
 A: ci pensa un po' Un tondo.
 IR: Perché?
 A: Perché se fai la tabellina del tre, al 24° posto c'è un tondo.
 C: Sì!
 A: Secondo me c'è una stella.
 IR: Perché?
 A: (Giulio) Perché ho guardato la successione precedente.
 IR: Ma questa è diversa
 A: (un altro bambino) perché anche lì il modulo è fatto da tre elementi, allora ho pensato che al posto del quadrato c'è il tondo.
 IR: Dimmi (a Giulio) perché al 24° posto c'è una stella?
 Il bambino tace
 IR: Vuoi che provi a fare il disegno?
 A: Sì
 IR disegna tutta la successione:



Poi indica il primo cerchio
 IR: Questo è un tondo; in che posto è?
 A: Nel 3°
 IR: E nel 6°, 9°, 12°, 15°, 18°, 21°, 24° cosa c'è?
 A: C'è un tondo.
 IR: Al 23°?
 A: La stella

IR: Secondo voi il tondo di questa successione e il quadrato nella successione precedente in che posto sono? Come faccio a capire come trovare il rotondo ed il quadrato nelle loro successioni?
 A: Facendo più tre
 IR: Ma qui allora il rotondo dov'è?
 A: In ogni modulo è al terzo posto
 IR: Cosa sono tre, sei, nove?
 A: Se non fai la successione non si capisce.
 A: Io dico che basta il modulo per scoprire cosa c'è al 24° posto o in qualsiasi altro, perché basta fare, se è più tre, si può fare la tabellina del tre, se è più quattro, la tabellina del quattro.

IR disegna alla lavagna



IR: Cosa c'è al 28° posto? (si rivolge ad una bambina che pensa a lungo e tace)

G: Il sole!

IR: Come fanno a capire subito che c'è il sole?

La bambina non risponde

IR: Io credo che tu lo sappia e non lo dici; hai capito perché?

A: No

IR: Sai dirmi cosa c'è all'ottavo posto?

A: Un sole

IR: Perché?

A: Perché l'ultimo del modulo è il sole

IR: Che posto occupa qui il sole?

A: Il quarto.

IR: Dove lo troverai dopo? In che posto?

A: Otto.

IR: Dopo l'otto?

A: Dodici

IR: Dopo il dodici?

A: Sedici, venti...

IR: Allora al 28° posto cosa ci sarà?

A: Dopo il 24, poi 28...

IR: E allora?

A: Il sole.

A: Siccome anche il tondo è nella tabellina del tre ed è al 24° posto, ho aggiunto quattro e allora è 28.

A: Io ho fatto in due modi diversi: ho fatto la tabellina del quattro e sono arrivato a 24, poi ho verificato più quattro e al 28 c'è un sole.

A: Io ho fatto solo la tabellina del quattro.

IR: Sono d'accordo con te.

A: Io ho fatto più quattro.

IR scrive alla lavagna:



IR: Secondo voi, quando si parla di tabellina, a cosa si pensa come operazione?

A: più 4

IR: più 4 fa riferimento a quale operazione?

A: Moltiplicazione

IR: Nel caso del sole?

G: Per 4.

IR: Se io ho ABCD, al 36° posto cosa c'è?

A: B

G: D

IR: Perché?

A: Perché la tabellina del 4... si dice successione del 4...

IR scrive la successione alla lavagna

4 8 12 16 20 24 28 32 36 40 →

IR: Potrebbe andare avanti ?

G: Sì

IR: Questi numeri hanno un nome, si chiamano MULTIPLI¹ di 4

¹ I bambini non avevano ancora incontrato la parola "multipli" ed il relativo concetto

A: Forse vuol dire moltiplicare il 4
 IR: Certo. *Scrivete alla lavagna:*

$$4 \times 1 = 4 \quad 4 \times 2 = 8$$

4 e 8 sono multipli di 4 perché si ottengono moltiplicando 4

IR: Al 36° posto c'è D, perché 36 è multiplo di 4.

IR: Cos'è quattro nel modulo?

A: Gli elementi del modulo

A: È il numero degli elementi del modulo.

IR *scrive alla lavagna*

4 è il **NUMERO** degli elementi del modulo

IR: Vediamo un po' *scrive alla lavagna*

ABOPZ

IR: Cosa c'è al 25° posto?

A: Z perché è nella tabellina del 5

A: Perché venticinque è multiplo di quattro, no, di cinque.

IR: Cos'è cinque?

A: È il numero degli elementi del modulo.

IR: Ma è anche il numero del posto che occupa Z.

A: È sempre l'ultimo posto

IR: Che lettera c'è al 22° posto e come fate a trovarlo?

A: B

IR: Come hai fatto?

A: Ho fatto venticinque che è il multiplo di cinque meno tre fa ventidue ed è B

IR: È l'unica strada?

A: No, faccio la tabellina del due

IR: No, attenzione, il modulo è formato da ABOPZ, da cinque elementi, non fate pasticci.

IR *disegna alla lavagna la successione e fa vedere che c'è sempre il modulo da cinque*

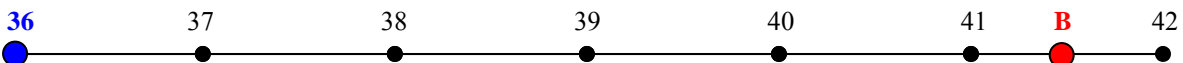
ABOPZABOPZABOPZABOPZABOPZABOPZ

A: Si può fare anche venticinque più quattro meno uno.

IR: Che complicato!

IR: Guardate: questa è una linea di autobus.

IR *disegna alla lavagna:*



IR: L'autobus fa delle fermate alla stessa distanza una dall'altra. Un bambino abita alla fermata 36 e deve prendere l'autobus per andare a trovare una sua compagna abita in questo posto dove scrivo B. Dove può scendere?

A: Può fermarsi alla fermata 41 ed andare avanti fino alla casa di B, oppure fermarsi alla fermata 42 e tornare indietro fino alla casa di B

IR: Cosa c'entra questo con il nostro discorso?

A: Che tu puoi fermarti al 20 e andare avanti

IR: E al 20 cosa c'è?

A: A

IR: No

IR: La Z in che posto è?

G: 25° posto.

IR: Allora: al 5°, al 10°, al 15° e al 20° c'è una Z. Per arrivare al 22° posto posso andare fino al 25° posto e poi tornare indietro di tre, oppure andare fino al 20° posto ed andare avanti di due.

Nella classe serpeggia un po' di perplessità

IR: Ripeto (*scrive alla lavagna*):

Progetto ArAl	10	Ricerca di Regolarità								
---------------	----	------------------------------	--	--	--	--	--	--	--	--

Villapiana (BL)	M	1	2	3	4	5	1	2	3	Dea Bepiani
-----------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	-------------

$$20 + 2 \quad 25 - 3$$

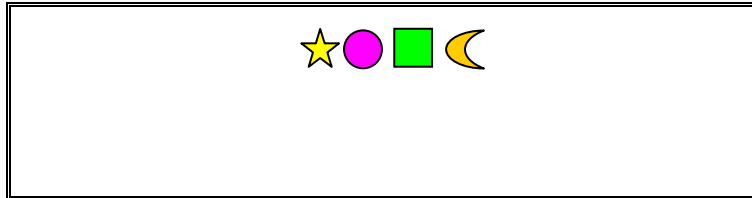
ABOPZ|ABOPZ|ABOPZ|ABOPZ|ABOPZ

Ir: Vedete come potete fare per andare al 22? Fermarsi al 20 e fare più due oppure andare al 25 e fare meno tre. Ma credo che sia meglio fermarsi qui.

Si interrompe l'attività, perché è stata un'ora molto intensa; il tutto sarà ripreso dall'insegnante per favorire l'interiorizzazione del procedimento che permette di individuare l'elemento situato in un dato posto della successione, anche affrontando il concetto di multiplo. Sarà poi necessario far scoprire alla classe l'uso della lettera come incognita attraverso l'unità 'le Piramidi', conosciuta dai bambini, per favorire la generalizzazione del procedimento e la scoperta della regola.

11 febbraio 2005 compresenza 3

IR: Vediamo come ve la cavate; si tratta di spiegare i ragionamenti che fate
Disegna alla lavagna:



IR: Cosa c'è al 57° posto? Come fate a trovarlo?

A: Io ho fatto... dato che lì ci sono quattro elementi, ho fatto 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52, 56 e 60 e c'è la stella... no, no, il 56 è la luna e più uno è la stella

A: Io ho fatto 40 perché è multiplo di 4, poi ho fatto 8 che è un altro multiplo di 4, l'ho aggiunto e fa 48...

IR: Abbiamo capito

A: Io invece ho fatto 4 e ci ho aggiunto 1 che fa 5 ed è stella

IR: Perché 4 più 1?

A: Ho fatto 4 più 1

IR: Se ti davo il 47° posto, facevi sempre quattro più uno?

A: No, facevo...

IR: Al posto numero 57 c'è la stella, e al 47?

A: Forse perché sta più veloce a fare più cinque

A: (*Enrico*) Ho fatto 40 perché è multiplo di 4, 4 per 5 che fa 20, l'ho aggiunto al 40 e ho fatto meno 3

IR: Scrivi per Brioshi la tua strategia per trovare cosa c'è al 57° posto

A: Scrivo proprio tutto?

A: In linguaggio matematico

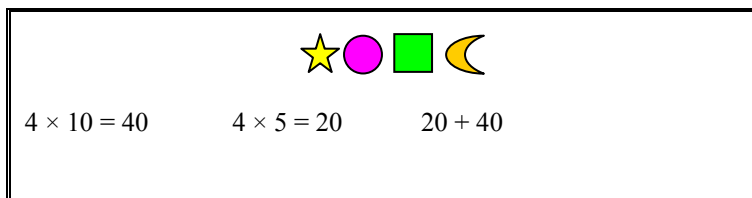
A: Con i numeri ed i segni

A: (*Nicola C.*) Ho fatto quattro, otto, dodici, sedici

IR: (*rivolto ad Enrico*) Vieni a scrivere la tua strategia

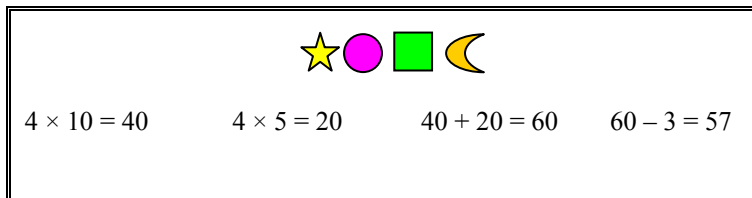
A: Sapevo già che 40 è multiplo di 4

IR: Scrivi



A: (*Enrico*) Forse è meglio farlo all'inverso

E scrive



IR: Molto bene; ritorniamo a te (*si rivolge a Nicola C.*); è vero che hai fatto 4, 8, 12; con le dita cosa hai indicato?

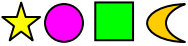
A: I multipli

IR: Quanti ne hai fatto?


A: È il 57°, no? *Pensa un po'* quattordici e uno

IR: Per Brioshi traduci il tuo calcolo

Nicola scrive alla lavagna:

			
$4 \times 10 = 40$	$4 \times 5 = 20$	$40 + 20 = 60$	$60 - 3 = 57$
$4 \times 14 = 56$	$56 + 1 = 57$		

IR: Adesso ci sono più strade; c'è una bella strada, modificando la scrittura e usando una proprietà; mi devono rispondere quelli che non sono ancora intervenuti
Disegna alla lavagna


--

IR: Cosa c'è al 62° posto?

La classe pensa

A: Stella

IR: Come fai a dirlo?


A: Perché ho fatto... allora... il modulo da 6... da 7, ho fatto sette per dieci uguale settanta

IR: Occorre arrivare a sette per dieci?

A: Il multiplo di sette è sessantatre, meno uno sessantadue, quindi albero


G: Anche secondo me

IR: Alessia, come scriveresti questo calcolo?


(a) $7 \times 9 - 1$

IR: Bravissima

A (Alex): Io avevo fatto un po' diverso. *Viene a scrivere alla lavagna:*



(a) $7 \times 9 - 1$
(b) $7 \times 9 = 63 - 1 = 62$

IR: Cosa ne pensate del suo modo (*di Alex*) e di quello suo? (*di Alessia*)

A: Circa uguali

A: Vanno bene tutti e due, ma Alex ha spiegato meglio la faccenda


A: Io farei in un altro modo ancora. *Viene a scrivere:*


(a) $7 \times 9 - 1$
(b) $7 \times 9 = 63 - 1 = 62$
(c) $7 \times 9 = 63 \quad 63 - 1 = 62$

A: La allunghi solo

A: Stessa cosa

IR:(rivolto ad Alessia) Come concludi?



(a) $7 \times 9 - 1$
 (b) $7 \times 9 = 63 - 1 = 62$
 (c) $7 \times 9 = 63 \quad 63 - 1 = 62$
 (d) $7 \times 9 - 1 = 62$

A: Tutte e tre vanno bene

A: No, un po' sì, perché forse va meglio... la c) non proprio tanto

IR: Cos'ha che non va?

A: Non so come dire

A: 7 per 9 meno 1... uno pensa che è 9 meno 1

A: Però nella (a) si potrebbe pensare 7 per 9 meno 1 come dire per 8

A: Per me la (b) va meglio

A: Però ci avevi detto ancora in seconda che la (a) rappresenta in modo più corto e in modo non canonico; 7 per 9 non è canonico²

IR: Io vi dico che (a) e (c) sono corrette, (b) no; perché?

A: Perché non sono due operazioni, perché tutto attaccato non sta bene

A: Non va bene perché 7 per 9 fa 63 ma senza scrivere 63


IR: Cosa c'è che non va in (b)?

A: Sarebbe giusto 7 per 9 meno 1; il 63 va bene due volte: per il 7 per 9 e anche per 63 meno 1; è meglio staccare il 63³

A: Secondo me mancano le parentesi

IR: Va a metterle.

L'alunno le aggiunge con il gesso rosso.




(a) $7 \times 9 - 1$
 (b) $7 \times 9 = (63 - 1) = 62$
 (c) $7 \times 9 = 63 \quad 63 - 1 = 62$
 (d) $7 \times 9 - 1 = 62$

IR: Non mi pare che così servano!

A: Nella (b) non serve scrivere 63, perché 7 per 9 è già 63

IR: Come è scritta questa frase? Cosa c'è di sbagliato? Vi aiuto

Sottolinea 63 e 62 e accanto scrive $3 \times 5 = 16$



(a) $7 \times 9 - 1$
 (b) $7 \times 9 = \underline{63} - 1 = \underline{62}$ $3 \times 5 = 16$
 (c) $7 \times 9 = 63 \quad 63 - 1 = 62$
 (d) $7 \times 9 - 1 = 62$

... è giusto?

G: No!


² L'attività in compresenza in questa classe è iniziata in prima.

³ La percezione del 63 'distribuito' fra le due operazioni alunno è molto efficace e rappresenta chiaramente l'errore della scrittura.

IR: E allora cosa c'è di sbagliato nella (b)?

A: Il 62

A: Forse tu intendi che va meglio senza 62? IR cancella il 62.



(a) $7 \times 9 - 1$
 (b) $7 \times 9 = \underline{63} - 1$ $3 \times 5 = 16$
 (c) $7 \times 9 = 63$ $63 - 1 = 62$
 (d) $7 \times 9 - 1 = 62$

IR: È giusto?

A: Il 63 si è distribuito, si è dato per 2 operazioni

IR: Siamo d'accordo sulla (c)?

C: Sì!


IR: Se scrivo $63 - 1 = 60$, va bene?

C: No!

IR: Come possiamo scrivere giusto per Brioshi senza toccare i numeri?

I bambini propongono di aggiungere o togliere quantità

IR: Brioshi vi risponderebbe e scrive alla lavagna:



(a) $7 \times 9 - 1$
 (b) $7 \times 9 = \underline{63} - 1$ $3 \times 5 = 16$
 (c) $7 \times 9 = 63$ $63 - 1 = 62$
 (d) $7 \times 9 - 1 = 62$
 $63 - 1 \neq 60$

IR: Ma voi avete scritto giusto: $63 - 1 = 62$; prendiamo (a): va bene?


A: È confusionato

IR: Perché?

A: No, sette per nove è uguale a sessantatre, meno uno è uguale a sessantadue

G: È giusto

IR: Adesso la (b) (*aggiunge nuovamente il 62 come nella versione originale*) vediamo... e scrive:




(a) $7 \times 9 - 1$
 (b) $7 \times 9 = \underline{63} - 1 = 62$
 (c) $7 \times 9 = 63$ $63 - 1 = 62$
 (d) $7 \times 9 - 1 = 62$
 $63 - 1 \neq 60$
 $9 = 5 + 4$

... va bene?

C: Sì

IR: E ora?



(a) $7 \times 9 - 1$
 (b) $7 \times 9 = \underline{63} - 1 = 62$
 (c) $7 \times 9 = 63 \quad 63 - 1 = 62$
 (d) $7 \times 9 - 1 = 62$


$63 - 1 \neq 60$

$9 = 5 + 4 = 3 + 6$

... va bene?

C: Sì

IR: Aggiungo 10 meno 1: va ancora bene?




(a) $7 \times 9 - 1$
 (b) $7 \times 9 = \underline{63} - 1 = 62$
 (c) $7 \times 9 = 63 \quad 63 - 1 = 62$
 (d) $7 \times 9 - 1 = 62$

$63 - 1 \neq 60$

$9 = 5 + 4 = 3 + 6 = 10 - 1$

C: Sì!!!

A: Bene. Allora sapete che ci sono tanti modi uguali per rappresentare un numero. E ora?



(a) $7 \times 9 - 1$
 (b) $7 \times 9 = \underline{63} - 1 = 62$
 (c) $7 \times 9 = 63 \quad 63 - 1 = 62$
 (d) $7 \times 9 - 1 = 62$

$63 - 1 \neq 60$

$9 = 5 + 4 = 3 + 6 = 10 - 1$

$7 \times 9 = 63 \quad 7 \times 9 = 63 - 1$

IR: ... Quale è giusta? La prima o la seconda?

A: Secondo me la prima

G: Sì!

IR: Cosa c'è che non va qua? (indica la (b))

A: Sarebbe giusto 7 per 9 uguale a 63... oppure 63 meno 1...

A: Tutti e due

La classe è confusa

A: Togli anche il meno

A: 7 per 9 è uguale a 63, ma poi non fa meno 1!

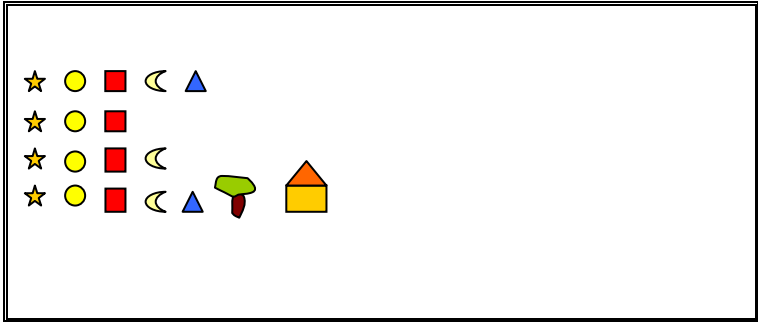
IR: Potete scrivere le due operazioni insieme come nella (b) o le dovete mettere staccate come nella (c)?

La classe non riesce a capire.

IR: Guardate: se io scrivo 4 più 3 è uguale a 7, e poi aggiungo... (scrive alla lavagna)

$$4 + 3 = 7 + 5 = 12 - 10 = 1$$

G: Viene sbagliato!!!
 IR: Avete cominciato a capire
 IR disegna alla lavagna



IR: Cosa c'è al 48° posto in tutte e tre le successioni? Nella prima?
 A: (Giulio) Rotondo
 IR: Perché?
 A: Non sono sicuro...
 IR: Spiega come fai
 (tace; è un bambino che non ha mai parlato)
 IR: Nella seconda successione cosa pensi sia al 28° posto? (diminuisce il numero per facilitare la risposta)
 A: Rotondo
 IR: Nella seconda successione?
 A: Rotondo
 IR: Come fai a dirlo?
 A: Non sono proprio sicuro; io ho fatto la successione del due
 IR: Vi faccio una domanda: secondo voi, il risultato cambia per ognuna delle quattro successioni o no?
 C: Sì
 IR: Al 28° posto cosa c'è?
 A: Stella
 A: No, quadrato: 5 per 5 è uguale a 25 meno 3... no, più 3
 IR: Qui, nella seconda successione, che ne dici?
 A: 3 per 9 più 1
 IR: Oppure?
 A: 3 per 10 meno 2
 IR: E qui nella terza successione?
 A: 4 per 7 uguale 28
 Si riportano le proposte alla lavagna:

Al 28° posto

The image shows the same grid of icons as above. To the right of the grid, the following equations are written:
 $3 \times 9 + 1$
 $3 \times 10 - 2$
 $4 \times 7 = 28$

IR: Nel primo caso è quadrato, nel secondo rotondo, nel terzo luna; secondo te (si rivolge a Giulio) nella quarta successione come si fa a trovare?
 Giulio tace

IR: Cosa c'è al 28° posto?

A: Casetta

IR: È cambiato il metodo?⁴

C: Sìii!

IR indica le operazioni scritte alla lavagna usate per trovare il simbolo del posto indicato nella successione.

IR: Cosa è sempre il primo numero?

A: È il numero degli elementi del modulo

IR: (*si rivolge a Giulio*) Come fai a trovare cosa c'è al 28° posto nella successione che ha questo modulo?



A: 2 per... *Pensa*

A: 2 per 14

IR: In generale il metodo come lo spieghereste? Come si fa a trovare il simbolo nella successione?

A: Guardando quanti elementi ci sono nel modulo; in base agli elementi fare la successione dei multipli.

IR: Fin dove arrivi con i multipli?

A: I multipli si fermano...

IR: Come fate a capire dove fermarsi?

A: Al multiplo più vicino

IR: Pensate all'autobus; se conviene vi fermate al multiplo prima o a quello dopo. Cambia il metodo?

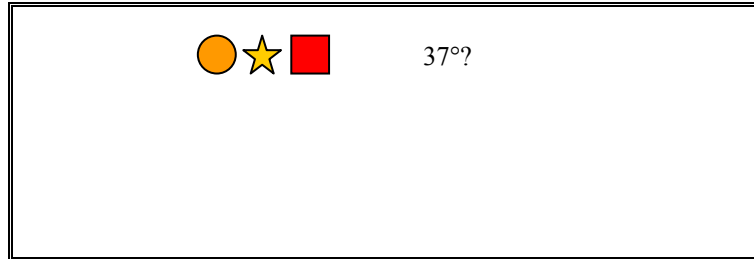
C: No

IR: O si arriva giusti o si deve aggiungere o togliere. Siete stati bravissimi, perché è l'ultima ora; siete stati anche pazienti, perché avete aspettato di sentire cosa diceva il compagno prima di parlare.

⁴ La capacità di astrarre e di generalizzare è ancora debole. Gli alunni confondono il metodo con il calcolo, nel senso che i numeri sono sempre diversi.

26 febbraio 2005 - compresenza 4

IR: Immaginiamo che Brioshi vi mandi questo messaggio:



IR: Come lo interpretiamo? Vi è chiaro?

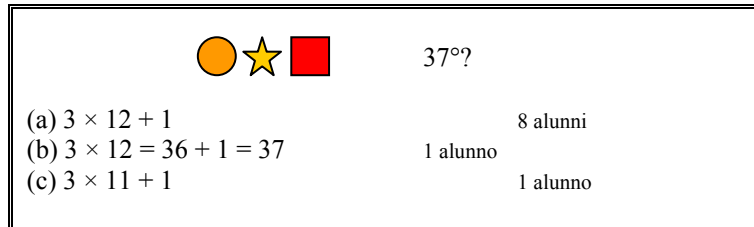
C: Sìii!

IR: Se avete capito, mandiamo il nostro messaggio per spiegare a Brioshi come fate a trovare queste due risposte:

1) come fate a trovare il simbolo in linguaggio matematico

2) qual è il simbolo che avete trovato

La classe lavora; qualche bambino ha bisogno di tempo in più; IR registra le risposte alla lavagna:



IR (rivolto all'autore della (c)): Fai il calcolo.

A: 3 per 11 fa 36

G: No!

A: 3 per 11 fa 33!

IR: ... più 1...

A: ... 34

IR: Hai sbagliato il calcolo... ma ora, secondo te, hai fatto una cosa che assomiglia più ad (a) o a (b)?

A: Ad (a)

IR: Bene. Ditemi cosa pensate della (b)?

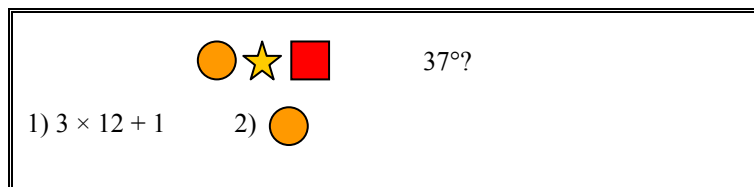
IR: Devi togliere l'uguale; devi mettere l'uguale tagliato!

A: Perché 3 per 12 si capisce che è uguale a 36 più 1, e non è vero.

IR: Una possibilità è di mandare a Brioshi quale messaggio?

G: $3 \times 12 + 1 = 37$ e il simbolo è....

C: Rotondo!



IR: Attenzione, vi faccio una domanda per veri uomini!

A: Allora le femmine no!

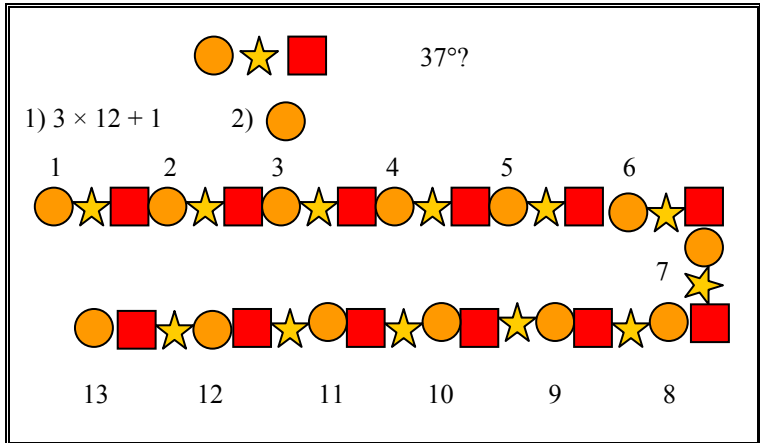
IR: No, no anche le femmine, è un modo di dire! Il 37° simbolo in quale modulo si trova? Che numero ha questo modulo? Avete capito?

C: No

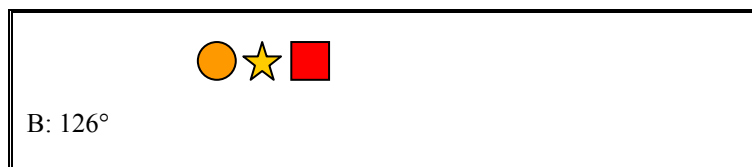
IR: Immaginate che la successione sia il solito treno, e che in ogni carrozza ci sia il modulo; in quale carrozza è il 37° simbolo?

A: Nella dodicesima, perché è 3 per 12 volte, basta guardare l'operazione!

IR: Sicura? Guardate, facciamo il disegno.



IR: Bene! Ora una proposta difficilissima: provate a pensare se potete scrivere a Brioshi in un modo diverso come si trova il 37°. Per esempio... io e la maestra, se dovessimo spiegarlo a Brioshi... lo faremmo in un modo differente... Vediamo un po'... immaginate che Brioshi vi chieda di trovare questo simbolo:



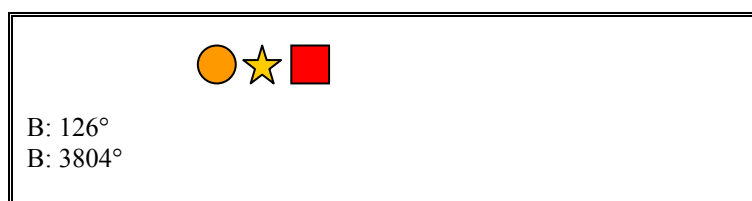
IR: Come fate? Come il solito non mi interessa il simbolo, ma come fareste... la strada che avete seguito voi va bene finché i numeri sono piccoli...

A: Io lo so, ma non so come scrivere...

I: Scrivi in linguaggio naturale

La classe è perplessa⁵

IR: Penso che Brioshi sia triste perché non riceve risposte. E se vi mandasse un'altro messaggio?



Mormorio per l'enormità del numero (che peraltro gli alunni mostrano di saper leggere senza incertezze).

IR: Capite che non potete ragionare nel solito modo?

La classe è sempre perplessa e silenziosa.

IR: Torniamo al 126° posto. Vediamo se riesco ad aiutarvi: ho 126 frutti; voglio preparare dei cestini per Pasqua; ogni cestino deve contenere un'arancia, una mela, una pera

Disegna



IR: Come fate a sapere quanti cestini riuscite a formare?

A: Un'addizione

A: Una moltiplicazione

IR: Provate a scrivere nel quaderno come fate a trovare quanti cestini riesco a fare

A: Ci vuole un'altra operazione

La classe pensa

A: Ci vuole una divisione!

A: 126 per 3 uguale...

C: No!

A: 3 per 126

IR: Ah, c'è proprio una gran differenza!

A: Perché è il 3 che si ripete 126 volte

IR: No, ho 126 frutti e ogni cestino voglio farlo così (*indica il disegno del cestino con i frutti*)

A: 126 diviso 3!

A: Anch'io, ma non ho fatto così...

IR: Non ha importanza; se ho 3804 frutti, quanti cestini posso fare?

I: Guardate che vi chiede come fare... non il risultato!

La classe non sa rispondere.


IR: Facciamo un altro problemi: ho 12 penne e voglio fare mucchietti, ognuno di 3 penne; come faccio a sapere quanti mucchietti posso formare?

A: 12 diviso 3

⁵ *La classe non ha ancora rivisto la divisione*

A: 12 diviso 4
A: No, perché bisogna fare mucchietti da 3
A: Ho fatto diviso 4, perché 3 per 4 fa 12
IR: Ma devo fare mucchietti da 3
Prende 12 pennarelli e fa mucchietti da 3 pennarelli ciascuno.
IR: A quanti bambini do i pennarelli?
A: Sottrazione!⁶
IR: È vero che tolgo 3, e poi ancora 3, e poi...
Scrive:


B: 126°
B: 3804°



$12 - 3 = 9$ $9 - 3 = 6$ $6 - 3 = 3$

A: No, devo dividere!
IR: Certo, faccio diviso 3 e vedo che accontento 4 bambini. Bene. E allora credo proprio che Brioshi vi manderebbe lui questa soluzione:

B: 126°
B: 3804°




$12 - 3 = 9$ $9 - 3 = 6$ $6 - 3 = 3$

B: 37 : 3

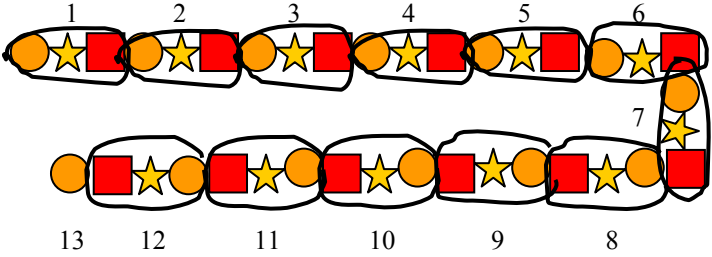
IR: È chiaro perché Brioshi scrive '37 diviso 3'? Se io ho
Ridisegna velocemente la successione dell'inizio, con modulo fino al 37° simbolo.

B: 126°
B: 3804°



$12 - 3 = 9$ $9 - 3 = 6$ $6 - 3 = 3$

B: 37 : 3




⁶ *Compare la concezione della divisione come sottrazione ripetuta.*

IR: Ho 37 frutti, voglio fare tanti cestini; a cosa corrispondono i cestini?

A: Al modulo

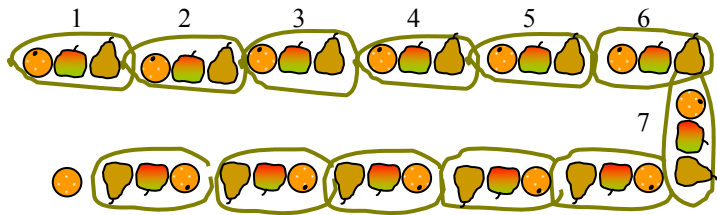
IR disegna la successione con i frutti:

B: 126°
B: 3804°



$12 - 3 = 9$ $9 - 3 = 6$ $6 - 3 = 3$

B: 37 : 3



IR: Che numero ha l'arancia? È al 37° posto. Ora faccio i cestini, se qui faccio un cestino e qui faccio così (*circonda il modulo della successione*) a cosa corrisponde il cestino?

G: Al modulo

IR: Ho fatto la successione dei frutti; se avete 3 frutti, come fate per trovare il numero dei cestini?

A: 37 diviso 3

IR: (*cerchia i cestini nella successione*) quanto verrà?... *Continua a cerchiare* L'avete già fatto questo calcolo

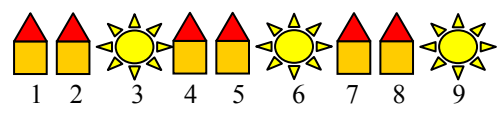
A: 12... più 1!

IR: Certo, il gioco dei moduli è lo stesso del gioco dei cestini

Pausa durante la quale IR e I ragionano sull'approccio didattico per la moltiplicazione e la divisione, ben offerto dall'attività sulla regolarità.

Si riprende l'attività.

IR: Vediamo un'altra cosa; siamo sempre con le successioni; io faccio questo disegno. Numeriamo i posti dove ci sono le casette ed il soli:

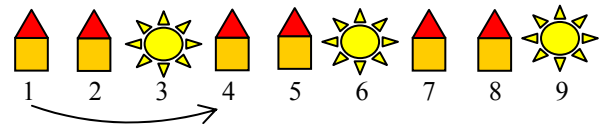


IR: Una domanda potrebbe essere "di quanto faccio un salto per passare dalla prima casetta alla prima casetta del secondo modulo"?

G: Due

G: Tre

IR disegna una freccia:



IR: Che passo è?

A: Da tre

A: Quattro

IR fa contare i passi che fa per passare da un bambino ad un altro.

C: Tre

IR: Di quanto è il passo se salto dal primo sole al secondo sole?

C: Tre

IR: E dal 26° sole al 27° sole?

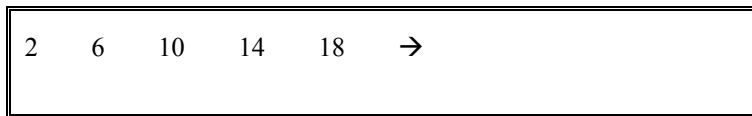
C: Tre

IR: Ogni volta che passo da una figura all'altra nello stesso posto nel modulo, il passo è da tre. Giusto?

Scrive



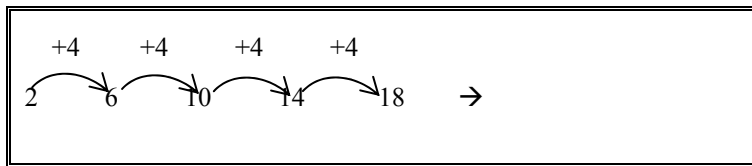
IR: Guardate qui. Scrive



IR: Mi dite qual è il passo di questa successione? Scrivetelo

G: + 4

IR scrive



IR: La maestra che verrà a trovarci fra un paio di settimane⁷ si è inventata un ambiente con gnomi e conigli e potrebbe proporvi un problema di questo tipo:

Legge il problema

87	78	69	60	51	42	
----	----	----	----	----	----	--

Lo gnomo Piripicchio abita nella foresta di Ombralunga.
 Durante il giorno lavora come taglialegna e torna a casa solo a notte fonda.
 Già diverse volte si è accorto che qualcuno è entrato in casa sua e ha mangiato le crostate fatte con i frutti di bosco e bevuto i suoi dolci succhi.
 Piripicchio è uno gnomo molto ospitale. È contento di offrire cibo e bevande a chi attraversa quella grande foresta, ma vuole che nella sua casa entrino soltanto gli amici. Perciò ad ognuno di loro ha consegnato la chiave che serve per aprire la porta.
 Se tu sei amico di Piripicchio e vuoi entrare nella sua casa, scopri la **chiave** (il modulo) **della successione** e scrivila nel rettangolo.

Inventa altre successioni con la stessa chiave che può aprire la porta di Piripicchio.

IR: Chi trova il passo lo scrive nel rettangolo e avrà la chiave di Piripicchio; vediamo chi saranno gli amici di Piripicchio.

⁷ Si riferisce alla visita che prossimamente l'insegnante Vanna Incerti di Spilamberto farà alla classe

A: Ho fatto; è meno 9

IR: Bisogna scrivere il passo ed anche il numero

A: Che numero?

IR: Se scopri il passo sai scrivere il numero qua dentro (*indica la casella finale*) Qual è il passo?

C: Meno nove

IR: E il numero?

C: 33

IR: Bene. Ora il nano Piripicchio dà l'incarico a ciascuno di voi di fare una successione con numeri diversi, ma con lo stesso passo. Poi vi scambierete a coppie le successioni e ognuno risolverà quella del compagno.

A: Ma se è lo stesso passo è facile!

IR: Ma il compagno deve saper scrivere il numero?

IR spiega di nuovo la consegna.

IR: Ultima consegna, ultima sfida. Inventatevi il primo numero di una successione ed anche il passo. Poi vi scambiate quello che avete scritto e il compagno deve scrivere il numero ed il passo che gli avete passato.

I bambini lavorano e scambiano; vengono controllati i lavori

IR: Guardate questa:

120	116	112	108	→		
-----	-----	-----	-----	---	--	--

IR: Cosa va adesso?

G: 104

IR: Qual è il passo?

G: Meno quattro

IR: Vediamo un'altra

120	116	112	108	→		- 4	104
63	71	79	87	95	103	→	

IR: Che passo è?

C: Più otto

IR: Che numero?

C: 112 ...no...111

120	116	112	108	→		- 4	104	
63	71	79	87	95	103	→	+ 8	111

IR: Questa è una sfida che vi lancia Costanza

120	116	112	108	→		- 4	104	
63	71	79	87	95	103	→	+ 8	111
100	79	58	37	→				

IR: Pronti?

Ogni alunno scrive il numero ed il passo; si controlla il lavoro dei bambini; viene aiutato un bambino che è in difficoltà nel calcolo

C: Il passo è meno 21, il numero è 16.

120	116	112	108	→		- 4	104	
63	71	79	87	95	103	→	+ 8	111
100	79	58	37	→		- 21	16	

12 marzo 2005 - compresenza 5 (con IR e Vanna Incerti, Spoilamberto)

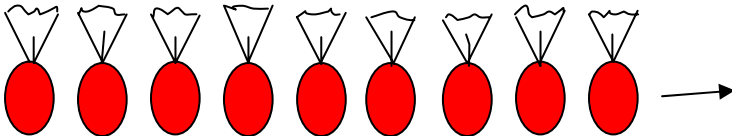
È presente anche la collega Vanna Incerti di Spilamberto (MO) che racconta ai bambini una puntata della storia che ha inventato per presentare i problemi sulla ricerca di regolarità; l'inizio della storia era stato raccontato ai bambini nella compresenza precedente.

Vanna: Vi racconto la storia di Ombralunga. In occasione della Pasqua la moglie del coniglio Saggio si è messa in cucina ed ha preparato tantissime uova di cioccolato con dentro delle sorprese; i coniglietti sanno cosa c'è dentro nel primouovo: un braccialetto di cristallo, nel secondo una macchinina telecomandata, nel terzo una collana di violette e nel quarto un gran pacco di figurine di Wrestling. La moglie del coniglio Saggio ha dato la possibilità ai conigli di scegliere l'uovo con la sorpresa che vogliono; probabilmente le conigliette femmine sceglieranno il braccialetto di cristallo o la collana di violette, i maschi la macchinina telecomandata o le figurine. Vi confido che ho già proposto questo quesito (*viene spiegato il significato della parola non conosciuta dai bambini*) ai miei alunni e lo hanno trovato difficile.

IR: La prima storia che ha inventato la maestra Vanna è stata quella di Piripicchio, lo gnomo, poi sono arrivati i conigli. Qui c'è la situazione (*fa riferimento al foglio che viene distribuito ad ogni alunno*), voi ve la guardate, poi noi vi faremo una domanda; lavoriamo come il solito.

Vanna legge la storia che prima aveva raccontato riassumendo ed alla fine pone il quesito:

La comunità dei Conigli e le Uova di cioccolato



Dentro alle uova la moglie del Coniglio saggio ha messo delle sorprese:

nell'uovo numero 1 un braccialetto di cristallo
 nell'uovo numero 2 una macchinina telecomandata
 nell'uovo numero 3 una collana di violette
 nell'uovo numero 4 un grande pacco di figurine di wrestling

nell'uovo numero 5 un braccialetto di cristallo
 nell'uovo numero 6 una macchinina telecomandata
 e così via...

Vanna: La coniglietta Occhibelli per avere il braccialetto di cristallo dovrà chiedere l'uovo 35, 36, 37 o 38?

IR: Cercate di scrivere il modo per aiutare la coniglietta a scegliere l'uovo in cui c'è il braccialetto di cristallo

IR scrive la domanda alla lavagna

IL BRACCIALETTO DI CRISTALLO SI TROVA NELL'UOVO
35, 36, 37 o 38?

I bambini lavorano e poi chiedono se va bene quello che hanno fatto; alcuni hanno scritto solo il numero dell'uovo; si ricorda che devono spiegare anche COME hanno fatto a trovarlo.

IR: Vi faccio un'altra domanda, vediamo se vi è d'aiuto: cosa c'è nel 41° uovo? Spiegate come fate a trovarlo; dovete scrivere due cose:

- a) come fate a trovarlo
- b) cosa c'è nel 41° uovo

Si discute se è il caso di chiedere se hanno capito qual è il modulo; Vanna ritiene che sarebbe meglio, Giancarlo preferisce di no.

IR spiega di nuovo la domanda su richiesta di un bambino, poi i bambini cominciano a leggere il loro lavoro, che viene riportato alla lavagna:

Il braccialetto di cristallo si trova nell'uovo 35, 36, 37 o 38?

(a) $4 \times 10 + 1$ 9 bambini

Due bambini non scrivono niente.

IR: Cosa c'è nel 41° uovo?

A: Braccialetto...

A: Collana...

A: Macchinina...

IR: Lasciamo stare. Sentite, se vi chiedessi cosa c'è al 156° posto fareste ancora così? Non credo siate capaci, c'è un altro modo, un'altra strategia.

I bambini lavorano, si controlla il loro lavoro; qualcuno trova la strategia giusta.

IR: Quali sono le informazioni importanti di questa situazione, i due numeri con cui avete lavorato?

A: 156 e 4

IR: Perché?

A: Forse ho capito!

IR: Cos'è quel 4?

Gli alunni dettano altre scritte:

Il braccialetto di cristallo si trova nell'uovo 35, 36, 37 o 38?

- (a) $4 \times 10 + 1$ 9 bambini
- (b) $40 \times 4 = 160$ $160 - 4 = 156$
- (c) $100 + 56 = 156$
- (d) 4×156

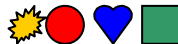
IR: Sì, ma cos'è quel 4?

A: Il modulo!

IR: La cosa che vi ha imbrogliato... cosa facevate di solito? *Fa un disegno alla lavagna per aiutare gli alunni a ricordare le attività precedenti:*

Il braccialetto di cristallo si trova nell'uovo 35, 36, 37 o 38?

- (a) $4 \times 10 + 1$ 9 bambini
- (b) $40 \times 4 = 160$ $160 - 4 = 156$
- (c) $100 + 56 = 156$
- (d) 4×156



IR: Che simbolo c'è al 41° posto?

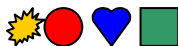
A: 4 per 10 che fa 40 e più 1 che fa 41

IR: Oppure?...

Gli alunni dettano:

Il braccialetto di cristallo si trova nell'uovo 35, 36, 37 o 38?

- (a) $4 \times 10 + 1$ 9 bambini
- (b) $40 \times 4 = 160$ $160 - 4 = 156$
- (c) $100 + 56 = 156$
- (e) 4×156



$4 \times 10 + 1 = 41$
 4×10
 $41 : 4$

IR: Perché usate il 4?

A: Perché sono i moduli da 4

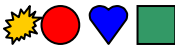
IR: E allora?

A: Tu ci chiedi cosa c'è al 41° posto, il modulo è da 4, noi dobbiamo raggruppare per 4

IR: Come potrebbe essere trasformato in un problema? Guardate... *scrive alla lavagna*

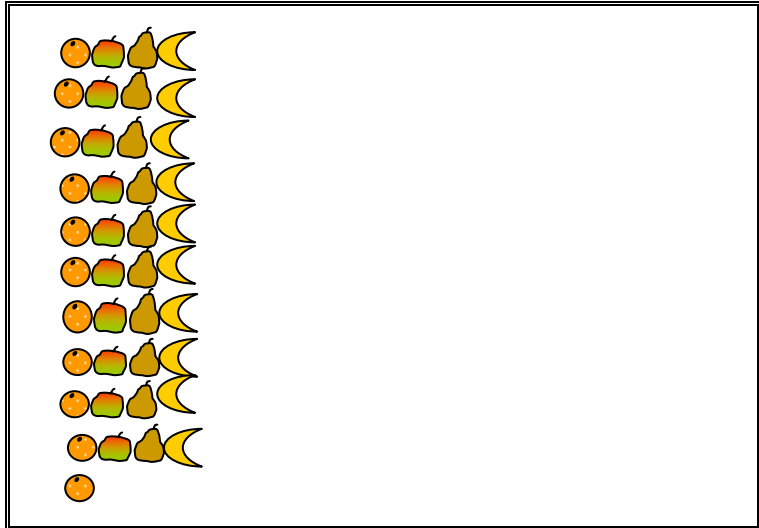
Il braccialetto di cristallo si trova nell'uovo 35, 36, 37 o 38?

(a) $4 \times 10 + 1$ 9 bambini
 (b) $40 \times 4 = 160$ $160 - 4 = 156$
 (c) $100 + 56 = 156$
 (f) 4×156

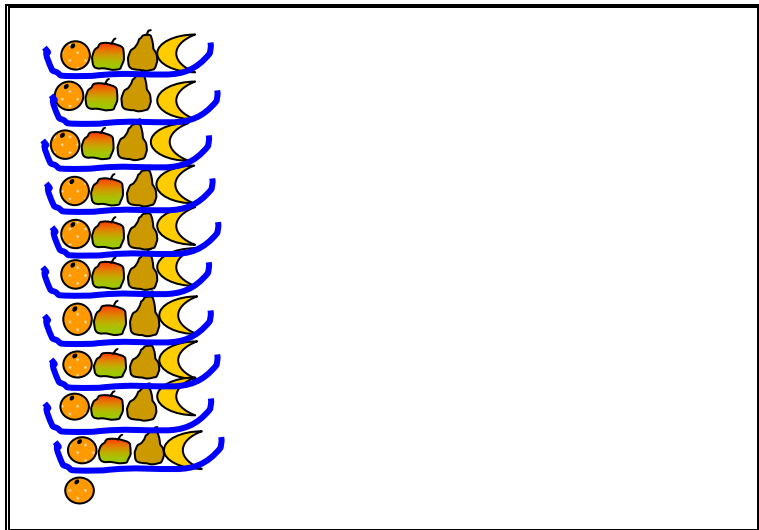

41°?

$4 \times 10 + 1 = 41$
 4×10
 $41 : 4$

A: Abbiamo un'arancia, una mela, una banana, una pera; abbiamo dei cestini da fare e vogliamo mettere 4 frutti in ogni cestino; quanti cestini si possono fare?
Si riflette sul fatto che $1 + 1 + 1 + 1$ forse non è percepito dai bambini nello stesso modo di 4
IR disegna alla lavagna:



IR chiama un bambino alla lavagna
 IR: Cerchia il primo cestino, il secondo... arriviamo al 41° frutto
Il bambino continua a cerchiare i cestini raggruppando i frutti a 4 a 4



A: Resta fuori un'arancia!
 IR: Che numero ha?

C: 41

IR: Secondo voi come conviene fare per arrivare a capire che frutto sta al 41° posto?

G: Una divisione

IR: Che operazione?

A: 41 diviso 10

G: No, 41 diviso 4

IR: Perché?

G: Perché in ogni cestino ci sono 4 frutti

IR: Cos'è il 41?

G: Il numero di tutti i frutti

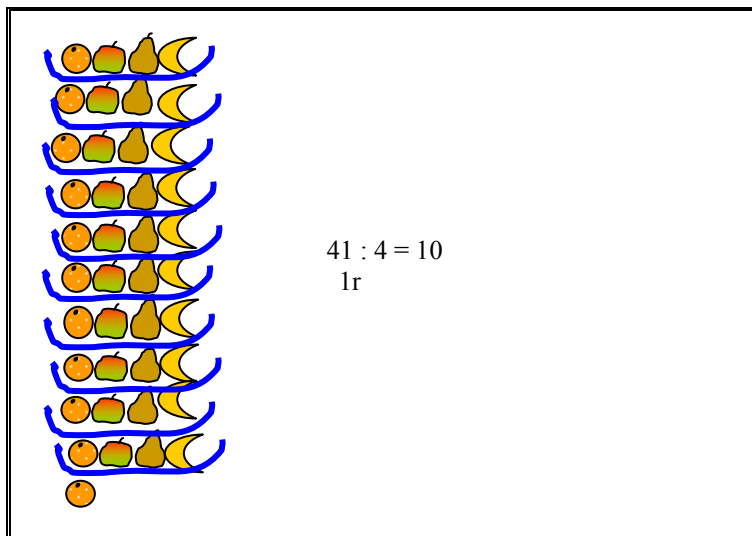
IR: E 4?

G: Il numero dei frutti in ogni cestino!

IR scrive $41 : 4 = 10 \quad r \ 1$

G: No, noi facciamo così:

Un bambino scrive alla lavagna:



IR: Si assomigliano i due problemi? In cosa?

A: Sì, nel modulo

A: Il modulo da 4 in tutti e due i problemi

IR: Si risolvono in modi diversi?

G: No, uguale

IR: E allora al 156° posto, come si fa?

G: 156 diviso 4

A: Ho capito; il numero del dividendo, no... del divisore è il modulo

IR: Cosa è importante capire per sapere cosa c'è al 41° posto?

G: Il modulo

IR: Qui (indica l'arancia rimasta fuori dai raggruppamenti) cosa c'è?

G: Un'arancia che avanza

IR: La trovate qui? (indica l'operazione)

G: Sì, è il resto

IR: Se fosse al 44° posto?

G: La pera, perché è 3 di resto

IR: In che posto è l'arancia?

A: Al terzo posto nel modulo

IR: Allora verrebbe fuori l'arancia in tutte le divisioni che...

A: ... hanno le stesse operazioni...

IR disegna alla lavagna:



IR: Immaginate che sull'operazione siano cadute delle macchie di gelato e che leggiate soltanto alcuni numeri. Riuscite a capire di che frutto si tratta?

G: Mela, perché è al secondo posto

IR: Quindi non ha importanza il dividendo, ma...?

G: ... il resto!

IR: E se c'è un resto 0, che frutto è?

A: Non ci può essere resto 0, perché noi non lo scriviamo

Si chiarisce; noi (ancora) non lo scriviamo, ma abbiamo incontrato tante divisioni con resto 0⁸

A: Il frutto non c'è

A: Sì, è la pera!

IR: Perché?

A: Forse c'è la pera perché... (non sa spiegare)

IR: Cosa c'è nel cestino dopo?

G: Niente

IR riprende il disegno dei cestini alla lavagna.

IR: Ci sono 4 frutti in ogni cestino; fino a qui (indicando l'ultimo frutto dell'ultimo cestino) quanti frutti ci sono?

G: 40

IR: Che frutto c'è al 40° posto?

G: Banana

IR: Se fosse 42° posto, sarebbe resto 2

G: Mela

IR: Quale mela?

A: Il secondo frutto nell'undicesimo modulo o cestino

IR: Vi farei un'ultima domanda; la domanda iniziale era come aiutare Occhibelli per capire se il braccialetto si trova nel 35°, nel 36°, nel 37° o nel 38° posto; come potremo fare ad aiutarla? Scrivetelo nel quaderno.

I bambini lavorano

IR: Scriviamo le vostre proposte:

- | |
|--|
| <p>(a) $40 - 4 = 36$
 (b) $4 \times 9 + 1 = 37$
 (c) $37 : 4 = 9$
 1r
 (d) $9 \times 4 + 1 = 35$</p> |
|--|

L'alunno che ha dettato (d) si corregge e fa scrivere 37. Poi osserva: È come la (b) con la proprietà commutativa

IR: Cosa hai trovato? Dove deve pescare Occhibelli? Nel 36°?

A: Sì

Un altro detta la sua proposta (e):

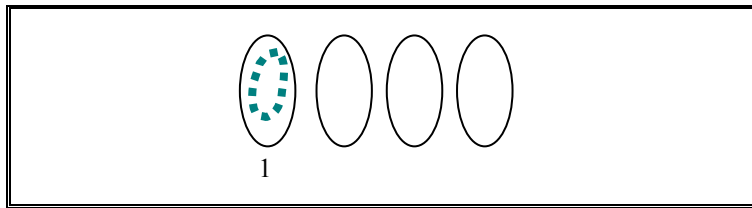
- | |
|--|
| <p>(a) $40 - 4 = 36$
 (b) $4 \times 9 + 1 = 37$
 (c) $37 : 4 = 9$
 1r
 (d) $9 \times 4 + 1 = 35$
 (e) $5 \times 7 = 35$</p> |
|--|

IR: Io penserei così: in quale uovo c'è un braccialetto?

G: Nel primo uovo del modulo, ... di ogni modulo

IR disegna alla lavagna:

⁸ Si fa riferimento al calcolo delle divisioni che è ancora all'inizio; il dividendo è multiplo del divisore o c'è un resto; il quoto o quoziente è un solo numero.



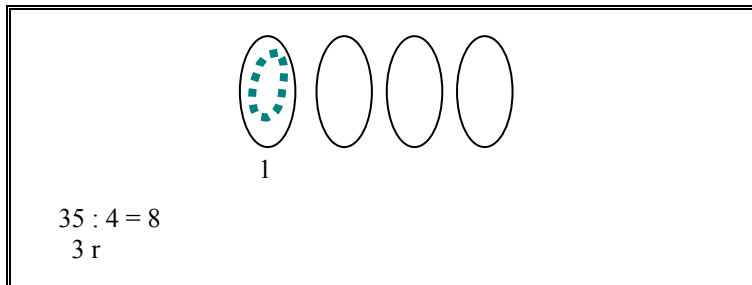
IR: Se il braccialetto è nel primo posto del modulo, la divisione che caratteristiche deve avere?

A: Col resto

IR: Di che?

A: Di 1

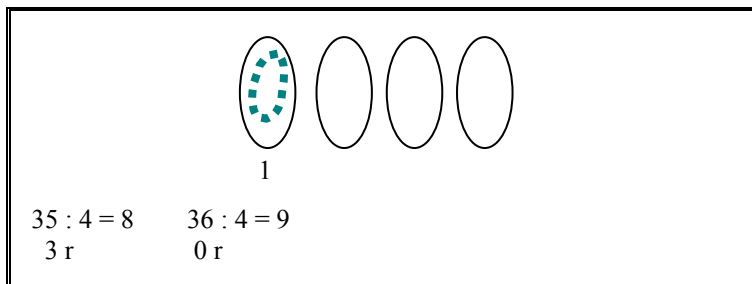
IR: Allora proviamo:



IR: La collana può essere nel 35° uovo?

G: No, perché c'è 3 di resto

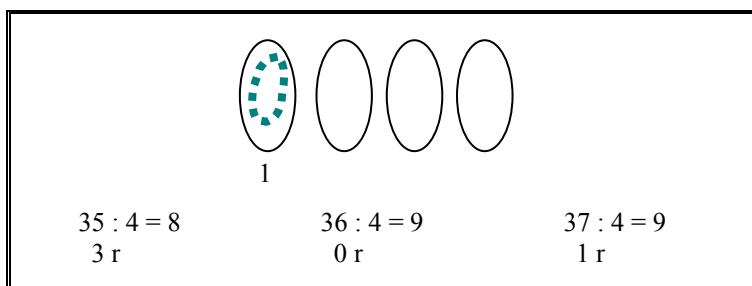
IR: Provo ancora:



IR: Può essere nel 36° uovo?

G: No, perché il resto è zero!

IR: Provo ancora:



IR: Può essere?

G: Sì

IR: Ognuno di voi sceglie la sorpresa che preferisce e ci dice in che uovo è

IR chiede individualmente la risposta a qualche bambino.

L'attività è stata molto intensa e non facile; giocoforza non sono stati rispettati i tempi dei singoli bambini; il tutto sarà comunque ripreso nel corso di un'altra compresenza ed anche dall'insegnante di classe. Alla fine si discute sul modo con cui si affronta normalmente la divisione con i bambini e sulla valenza didattica del problema non come mera applicazione di concetti appresi, ma nell'ottica di ArAl e del rally matematico (filosofia costruttivista).

9 aprile 2005 - compresenza 6

IR: Questo è un problema normalissimo che ho trovato nel testo dei bambini di S. Giustina, però non mi piaceva com'era.

A: L'hai modificato

IR: No, lo modificate voi trovando la domanda; adesso scrivete il testo e poi ognuno troverà la domanda.

Detta e scrive alla lavagna:

Per la vendita di beneficenza zia Adele ha preparato 48 biscotti di 5 forme diverse e li mette in scatole da 5 sempre nello stesso ordine.

A: Scriviamo la domanda?

IR: Scrivete la o le domande chiedendo delle cose che potreste chiedere; potete scriverne anche più di una.

I bambini lavorano; si raccolgono le domande scrivendole alla lavagna.

Per la vendita di beneficenza zia Adele ha preparato 48 biscotti di 5 forme diverse e li mette in scatole da 5 sempre nello stesso ordine.

- (1) Quanti bambini potranno godere dei soldi spesi per i biscottini? [1 al]
- (2) Quante scatolette usa la zia Adele? [8 al]
- (3) Avvanzeranno dei biscotti? [2 al]
- (4) Adele ne fa ancora due carichi da 10; quanti biscotti ci sono? [1 al]
- (5) Quanti sono i biscotti per ogni forma? [1 al]
- (6) Quanti biscotto ha preparato in tutto? [1 al]

A: *riferendosi alla proposta (6)* Si sa già, sono 48

A: Ho pensato 48 biscotti per una forma, 48 per un'altra, ...

IR: Aggiungiamo nel testo "in tutto" (*scrive la modifica*):

Per la vendita di beneficenza zia Adele ha preparato 48 biscotti in tutto, di 5 forme diverse e li mette in scatole da 5 sempre nello stesso ordine.

- (1) Quanti bambini potranno godere dei soldi spesi per i biscottini? [1 al]
- (2) Quante scatolette usa la zia Adele? [8 al]
- (3) Avvanzeranno dei biscotti? [2 al]
- (4) Adele ne fa ancora due carichi da 10; quanti biscotti ci sono? [1 al]
- (5) Quanti sono i biscotti per ogni forma? [1 al]
- (6) Quanti biscotto ha preparato in tutto? [1 al]

A: Quale è l'ordine? (*intende l'ordine dei biscotti nella scatola*)

IR: Lo decidete voi

A: Chi legge non sa l'ordine

IR: E se mandassimo questo problema a Spilamberto con il disegno e le domande?

(I bambini, dopo la compresenza con Vanna Incerti, in uno scambio di missive con i compagni di Spilamberto, avevano proposto di inventare un problema e di mandarlo a S. Giustina ed a Spilamberto)

A: Non ha importanza quali sono le forme

A: Non serve per risolverlo

IR: Avete altre domande?

C: No

IR: Cosa dite della prima domanda?

G: No, perché non si parla di soldi

IR: E la seconda?

C: Sì

Si analizzano le altre domande e si conclude che vanno tutte bene, ad eccezione della quarta che è una continuazione del problema e lo modifica. Dopo aver cancellato le domande ritenute non significative, questa è la situazione alla lavagna:

Per la vendita di beneficenza zia Adele ha preparato 48 biscotti in tutto, di 5 forme diverse e li mette in scatole da 5 sempre nello stesso ordine.

(2) Quante scatolette usa la zia Adele? [8 al]
 (3) Avvanzeranno dei biscotti? [2 al]
 (4) Adele ne fa ancora due carichi da 10; quanti biscotti ci sono? [1 al]
 (5) Quanti sono i biscotti per ogni forma? [1 al]


IR: Ma non c'è una domanda legata a quello che stiamo facendo noi quest'anno; pensate al lavoro che abbiamo fatto; quale potrebbe essere la domanda?

I bambini non parlano

IR: Beh, intanto decidiamo le forme

La classe propone:

Per la vendita di beneficenza zia Adele ha preparato 48 biscotti in tutto, di 5 forme diverse e li mette in scatole da 5 sempre nello stesso ordine.



(2) Quante scatolette usa la zia Adele? [8 al]
 (3) Avvanzeranno dei biscotti? [2 al]
 (4) Adele ne fa ancora due carichi da 10; quanti biscotti ci sono? [1 al]
 (5) Quanti sono i biscotti per ogni forma? [1 al]

IR: Allora: qual è questa domanda che si può fare? Una domanda che c'entri con quello che abbiamo fatto nei nostri incontri?

A: Cosa c'è al 90° posto?

IR: Benissimo!

La classe afferma che c'è il biscotto col buco.

IR: Mi meraviglio che facciate ancora così, dopo tanto che lavoriamo insieme; io vi avevo raccontato una storia: "sul ramo di un albero ci sono 4 corvi, dopo ne arrivano altri 5": quale domanda si può fare? Ce ne sono due molto diverse...

A: Quanti corvi in tutto?

IR: C'è un'altra domanda...

A: Che corvo c'è al...

IR: No, sono tutti uguali, neri; non è quella domanda che ci interessa, ma quale?

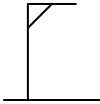
I: Nel lavoro di quest'anno, qual era la domanda importante che vi faceva sempre il prof. Navarra?

G: Come abbiamo fatto...

IR: E allora qual è la domanda magica?

IR scrive ad una lavagna per il gioco dell'impiccato:

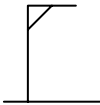
R _ _ _ _ _ A



IR: Ditemi le lettere

I bambini provano e si ottiene la parola RAPPRESENTA

RAPPRESENTA



IR: Bene. RAPPRESENTA... è il modo con cui puoi trovare, dopo, se interessa conoscerlo, il numero dei corvi. E allora come fate a 'rappresentare'? Immaginate di avere un fratellino che fa la prima; non dovete dirgli '9', cosa dovete mostrargli per fargli capire come fare per 'rappresentare'?

A: L'operazione

IR: Cioè?

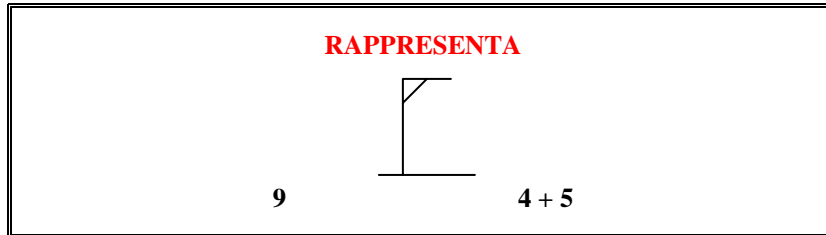
A: 4 più 5 uguale a 9

IR: Cosa vuol dire 'uguale' ?

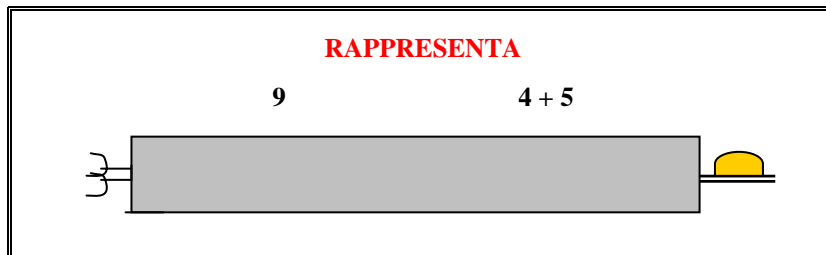
A: Che è la stessa cosa, che è equivalente

A: 9 è la forma canonica, 4 più 5 è la forma non canonica

IR: Bravo! *Scrive alla lavagna:*

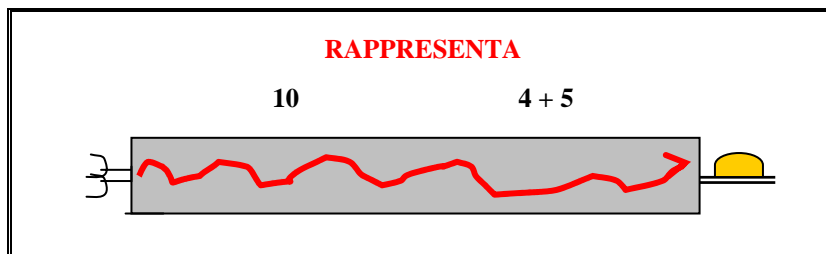


Sentite un po'... avete visto il film d'animazione "Galline in fuga"? (*coro di sùù! divertiti*) È un film bellissimo; c'è un pollaio con una padrona terrificante e ad un certo momento le galline non fanno più uova. Allora la padrona compera una macchina lunga come tre TIR uno vicino all'altro... *mentre racconta disegna alla lavagna*



IR: La padrona prende una gallina per il collo, la mette all'inizio della macchina con le zampe dentro delle ganasce di metallo e la gallina sparisce! Un lungo momento di silenzi alternati a ronzii e... poco dopo esce la gallina confezionata in un 'pasticcio di gallina' Le povere colleghe stupefatte vedono la gallina trasformata. La padrona prende un'altra gallina - la protagonista della storia - la introduce nella macchina con lo stesso sistema ma ecco che il un gallo - altro protagonista - per cercare di salvare la gallina entra anche lui nella macchina, e questa volta si vede cosa succede 'dentro': spruzzi di sale, pepe, una macchina che spennia i polli, un coltello che taglia carote, cipolle, sedano, aglio, e poi arriva l'olio e infine si accende il forno... ma poi è ovvio che si salvano! Ecco: nella prima scena l'attenzione è concentrata sul pasticcio di gallina, nel secondo caso si vede quello che succede dentro la macchina.

Disegna alla lavagna



IR: Nel primo caso si vede il pasticcio di gallina, nel secondo caso cosa si vede dentro la macchina e si può immaginare cosa uscirà... capite cosa c'entra con RAPPRESENTA?

A: Che nella prima situazione... *a bambina vuole dire qualcosa, ma fatica a trovare le parole, prova e si ferma.*

IR: Aspettate che faccio una cosa che vi aiuterà a trovare le parole.

IR taglia un cartoncino; man mano che procede i bambini cercano di indovinare cosa sta preparando; alla fine ottiene una grande chiave:

IR: È la magica chiave ArAl, serve per dare la carica ai bambini che non trovano le parole...
 Con la chiave “carica” la bambina di prima che ‘magicamente’ continua a parlare, anche se con grandi incertezze (però continua).

A: Nel primo disegno...

IR carica ancora

A: ...non si vede cosa succede...

IR: Cosa si vede?

A: Il risultato

IR: Bravissima! E qual è di questi che mi avete detto prima? ‘9’ o ‘4 più 5’?

A: La forma canonica

IR: E nel secondo?

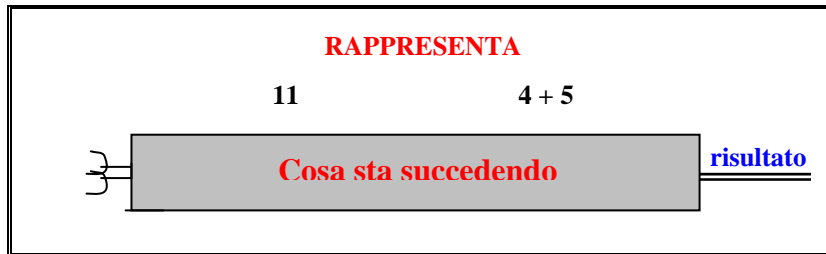
A: Si vede l’operatore...

IR: Dillo in modo più semplice

A: Cosa sta succedendo...

A: È la forma non canonica!

IR disegna alla lavagna sostituendo parti dei disegni precedenti



IR: Cosa vediamo qui? (indica $4 + 5$)

C: Cosa sta succedendo

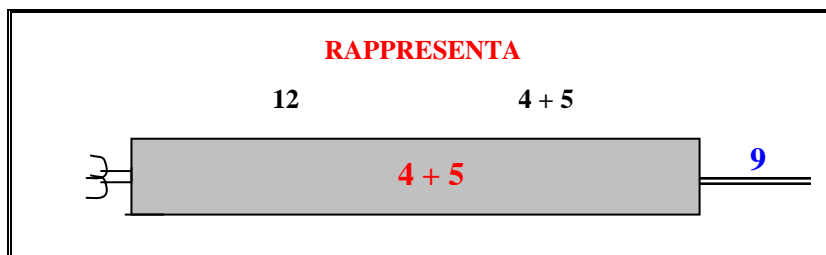
IR: A noi non interessa il 9 o la forma del biscotto, ma “cosa sta succedendo”, che è quello che succede nelle nostre teste e si rappresenta poi in linguaggio matematico. Le domande che chiedono “Quanto...” mi piacciono poco. Avete mai sentito dire che siamo dei ‘consumatori’?

C: Sìiii!

IR: Come si chiamano le cose che noi ‘consumatori’ comperiamo?

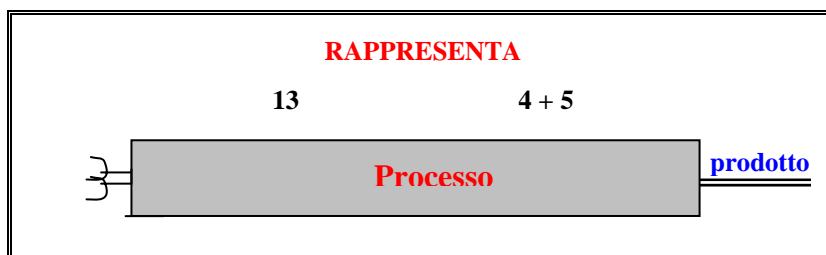
A: Prodotti!

IR: Bravo! E allora ‘4 più 5’ è il ‘processo’, che mostra cosa si fa, e ‘9’ è il ‘prodotto’, il risultato *e aggiusta il disegno*:



IR: Facciamo un esempio: la bici è il **prodotto**; se il papà vi porta in fabbrica e vi fanno vedere come costruiscono le ruote, come montano le gomme, come applicano tutte le parti in plastica, ecc. voi vedete il **processo**

IR disegna.



IR: Per esempio: se dovete fare 14 per 3 in colonna, come fate?


A: Faccio 3 per 4 che fa 12; scrivo 2 e 10 unità le cambio con una decina e la scrivo sopra le decine; 3 per 1 fa 3, 3 più 1 fa 4.

IR: E cos'è tutta questa roba?... il processo... il processo aiuta a capire come e perché si fanno le cose. Alcune domande portano subito al prodotto, ad esempio la seconda che avete proposto: "Quante scatolette usa la zia Adele?"

A: 9 col resto di 3

IR: Ma se uno non sa il processo, non capisce; è meglio dire (e nel parlare modifica le scritte alla lavagna:

Per la vendita di beneficenza zia Adele ha preparato 48 biscotti in tutto, di 5 forme diverse e li mette in scatole da 5 sempre nello stesso ordine.




- (1) Rappresenta la situazione in modo da trovare quante scatolette usa la zia Adele;
- (2) Rappresenta la situazione in modo da capire se avanzano dei biscotti;
- (3) Rappresenta la situazione in modo da trovare quanti biscotti ci sono per ogni forma;
- (4) Rappresenta la situazione in modo da trovare che forma ha il biscotto al 98° posto.

A: Il prodotto ti viene fuori dal processo

IR: Certo! *Scrivo alla lavagna:*

Per la vendita di beneficenza zia Adele ha preparato 48 biscotti in tutto, di 5 forme diverse e li mette in scatole da 5 sempre nello stesso ordine.



- (1) Rappresenta la situazione in modo da trovare quante scatolette usa la zia Adele;
- (2) Rappresenta la situazione in modo da capire se avanzano dei biscotti;
- (3) Rappresenta la situazione in modo da trovare quanti biscotti ci sono per ogni forma;
- (4) Rappresenta la situazione in modo da trovare che forma ha il biscotto al 98° posto.

QUANTI...? → PRODOTTO
RAPPRESENTA → PROCESSO

IR: Se i 10 bambini di una classe portano a scuola tre penne ciascuno ed io chiedo "Quante sono in tutto le penne?", cosa si chiede?

G: Il prodotto

IR: Se io dico "Rappresenta il modo con cui puoi trovare tutte le penne?"

G: Il processo

IR: Che è?

G: 3 per 10

IR: Si può benissimo chiedere tutti e due, ma a me interessa il processo più che il prodotto. Vediamo: ora rappresentate la situazione in linguaggio matematico in modo da trovare quante scatolette riempie la zia Adele.

I bambini scrivono nel quaderno

I: Rileggete bene la consegna

IR: Cosa vi si chiede?


A: Il numero delle scatolette

IR: Il processo o il prodotto?

G: Il processo

Si raccolgono le proposte dei bambini e si trascrivono alla lavagna:

Per la vendita di beneficenza zia Adele ha preparato 48 biscotti in tutto, di 5 forme diverse e li mette in scatole da 5 sempre nello stesso ordine.



(1) Rappresenta la situazione in modo da trovare quante scatolette usa la zia Adele;

(a) $48 : 5 = 9$ [8 al]
 $\quad\quad\quad 3$


(b) $48 : 5 =$ [1 al]

(c) $48 : 5$ [2 al]

(d) 4×48 [1 al]

G: No, è sbagliato (*si riferisce all'ultima proposta*)
 IR: Quali vi sembrano più corrette rispetto a quanto vi ho chiesto?
 A: Sono giuste tutte e tre; si capisce un po' meno 48 diviso 5
 A: '48 diviso 5 uguale' perché tu ci chiedi il processo
 G: È vero
 IR: '48 diviso 5' dice il processo?
 A: Sì, però '48 diviso 5 uguale', oppure '48 diviso 5', più o meno è uguale
 A: Secondo me è più giusto '48 diviso 5 uguale', perché è tutto il processo; '48 diviso 5' manca l'uguale, che è una parte del processo
 A: Non è una parte del processo, ti dice come esce il prodotto
 IR: Se la consegna vi dice che il prodotto lo potete trovare dopo, l' uguale serve, o serve quando trovate il prodotto?
 A: Serve
 A: No, serve solo il processo
 IR: Quindi: quando devo trovare anche il prodotto, allora scrivo anche l' 'uguale'; comunque vanno bene tutte e tre le proposte (a), (b) e (c), d'accordo? Solo che cambiamo il punto di vista.
 A: Ma per la consegna (1) allora è meglio la (c) 48 diviso 5
 IR: Per i corvi cosa avevate detto?
 G: 4 più 5
 IR: Dopo avete detto 9, giusto? Per la consegna (a) va bene '48 diviso 5', se poi vi chiedo "Quante scatole?", allora troverete anche il risultato dell'operazione 48 diviso 5 uguale a 9'. OK?
 A: Però avanzano biscotti
 IR: Questa è la terza domanda
 A: Adesso sì che devi mettere il resto di 48 diviso 8 perché il 3 serve
 IR scrive:

Per la vendita di beneficenza zia Adele ha preparato 48 biscotti in tutto, di 5 forme diverse e li mette in scatole da 5 sempre nello stesso ordine.



(1) Rappresenta la situazione in modo da trovare quante scatolette usa la zia Adele;

(a) $48 : 5 = 9$ prodotto
 $\quad\quad\quad 3$ resto

The diagram shows the equation $48 : 5 = 9$ with '48 : 5' circled in red and labeled 'processo' with a red arrow. The number '9' is circled in blue and labeled 'prodotto' with a blue arrow. The number '3' is circled in green and labeled 'resto' with a green arrow.

IR: Rappresentate quindi il modo di trovare "quanti biscotti per ogni forma"
 A: 48 diviso 5
 IR: Cosa trovate?
 G: 9
 A: Trovo quanti elementi ha una forma

I: Cosa volete dire con forma?

A: Quanti per tipo; quanti cuori, quante lune, ...

IR: Quanti cuori?

C: 9

IR: Quante stelle?

C: 9

IR: Questo vale per tutti i tipi?

C: Sì!

IR: No

A: Per alcuni ce ne devono essere di più di 9, perché ce ne sono tre di resto, e non solo su uno

IR: Quanti cuori?

G: 10!

IR: Quante stelle?

C: 10!

IR: Quante lune?

C: 10!

IR: Quanti soli?

C: 9!

IR: Quanti col buco?

C: 9!

A: Mattia si è sbagliato, sono sempre scatole da 5

IR: Quanti biscotti avanzano?

A: Tre: il cuore, la stella e la luna

IR: Qual è il numero che mi fa capire quanti biscotti avanzano?

C: Il resto

IR: E per sapere che forma ha il 98° biscotto?

A: 48 diviso 5 uguale 9 col resto di 3

IR: Mmm... *(rivolto ad un alunno)* Tu hai parlato di schieramento, disegniamolo; *con la collaborazione della classe disegna lo schieramento 'semplificato' in cui ogni riga di biscotti è rappresentata da una linea:*

$98 : 5 = 19$
 45
 3r

IR: Al 98° posto cosa c'è?

C: Una luna!

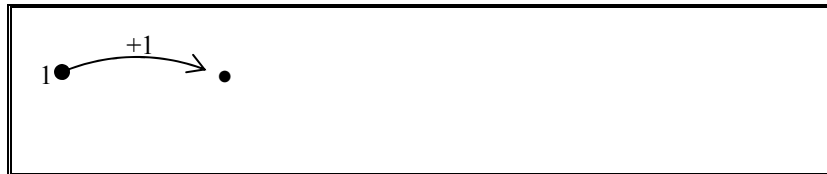
IR: Per Spilamberto potete aggiungere la domanda "Quante sono le scatole piene?", perché si potrebbe pensare che c'è un'altra scatola, anche se non è piena, e invece vogliamo che le scatole siano tutte complete con i cinque biscotti. Siete stati molto bravi! Abbiamo fatto una cosa bellissima; è stato bello che voi abbiate trovato le domande.⁹

⁹ Sulla base dell'esperienza odierna potrebbe diventare un'attività interessante modificare il testo di problemi dati in forma classica introducendo consegne che inducano una riflessione sui processi.

23 aprile 2005 - compresenza 7

IR: In questo incontro vedremo qualcosa che continuerà il prossimo anno. Sarà una lezione ancora più sperimentale delle altre.

Scrive alla lavagna:

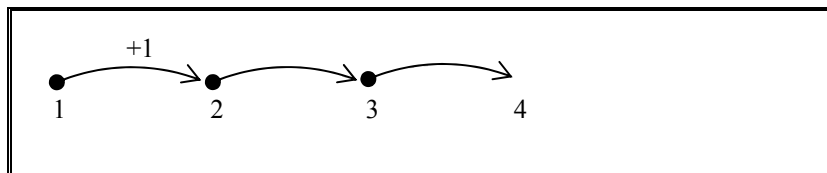


IR: Questo è il modulo; vediamo lei (*indica una bambina che parla pochissimo*); che cosa ci va qua? (*indica il pallino alla fine della freccia*)

A: 2

IR: Se io continuo la successione...

Disegna:



IR: Copiate quello che scriviamo ora nel quaderno. Vi ricordate quando parliamo di forma canonica e non canonica?

A: Forma canonica è l'operazione, il processo. Il prodotto è la forma non canonica

IR: Bene. Facciamo un esempio. Ditemi qualche forma non canonica di: 30

A: 6 per 5!

A: 10 per 3!

IR: E con qualche somma?

A: 10 più 10 più 10!

IR: Con tre addendi diversi?...

A: (*pensa a lungo*)

IR: Di' una moltiplicazione che vuoi

A: 3 per 10...

IR: Cosa puoi aggiungere per fare 30?

A: 0

IR: E allora?

A: 3 per 10 più 0!

A: 3 per 10 meno 0!

IR: Benissimo! Allora adesso vi propongo un'altra cosa: un gioco che si chiama:

Scrive alla lavagna:

IO VI DICO UN NUMERO
 VOI DOVETE DIRMI UN ALTRO NUMERO (IN FORMA NON
 CANONICA) CHE "PARTA" DAL MIO NUMERO¹⁰

IR: Ora Alex dovrà dirmi un altro numero che parta dal mio

G: Come?

IR: Io vi dico un numero, voi dovete dirmi una "strada", cioè un processo, che parta dal mio primo numero e arrivi al secondo. Facciamo un esempio: io ti propongo di partire da 3... tu devi dirmi una strada che parte 3 e che arrivi ad un secondo numero che ti do io

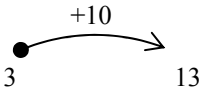
A: Allora devi dirmi 3 ed anche un altro numero

IR: Sì. Ti do 3 e 13

¹⁰ Lo scopo dell'attività che comincia ora è quello di preparare gli alunni, attraverso un gioco, all'esplorazione di coppie di numeri per arrivare ad individuare vari modi per passare dall'uno all'altro. Si dovrebbero così costruire dei prerequisiti per lo studio delle relazioni lineari.

A: (dopo un attimo di riflessione) Più 10!
 IR scrive la proposta alla lavagna:

IO VI DICO UN NUMERO
 VOI DOVETE DIRMI UN ALTRO NUMERO (IN FORMA NON CANONICA) CHE "PARTA" DAL MIO NUMERO




IR: Chi mi dice un'altra strada che contenga una moltiplicazione ed un'addizione?
 Visi che pensano, poi si alzano delle mani.

A: 3 per 4 più 1

R: Quindi cosa scriviamo sopra la freccia? E scrive una nuova freccia 'vuota'

IO VI DICO UN NUMERO
 VOI DOVETE DIRMI UN ALTRO NUMERO (IN FORMA NON CANONICA) CHE "PARTA" DAL MIO NUMERO




IR: Cosa fai da 3 a 13?

A: Per 4 più 1

IR scrive la proposta alla lavagna:

IO VI DICO UN NUMERO
 VOI DOVETE DIRMI UN ALTRO NUMERO (IN FORMA NON CANONICA) CHE "PARTA" DAL MIO NUMERO

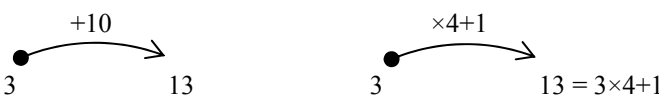


IR: E allora in questo caso come posso scrivere 13?

A: 3 per 4 più 1

IR scrive:

IO VI DICO UN NUMERO
 VOI DOVETE DIRMI UN ALTRO NUMERO (IN FORMA NON CANONICA) CHE "PARTA" DAL MIO NUMERO



IR: Bene... desso una divisione ed un'addizione

A: Ohooooddio!

IR: Parti da 3

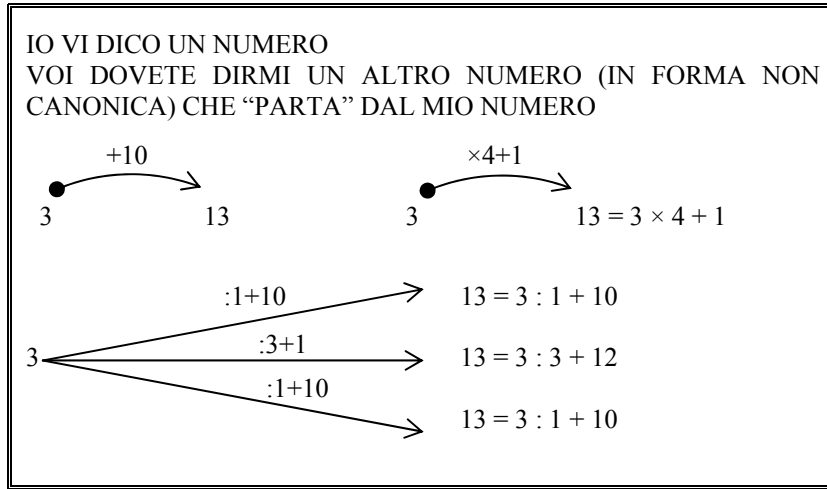
A: Prima la divisione?

IR: Sì

A: Ohooooddio!

IR: Se qualcuno la trova la scrive

Gli alunni lavorano, poi si raccolgono le varie proposte e si rappresentano alla lavagna



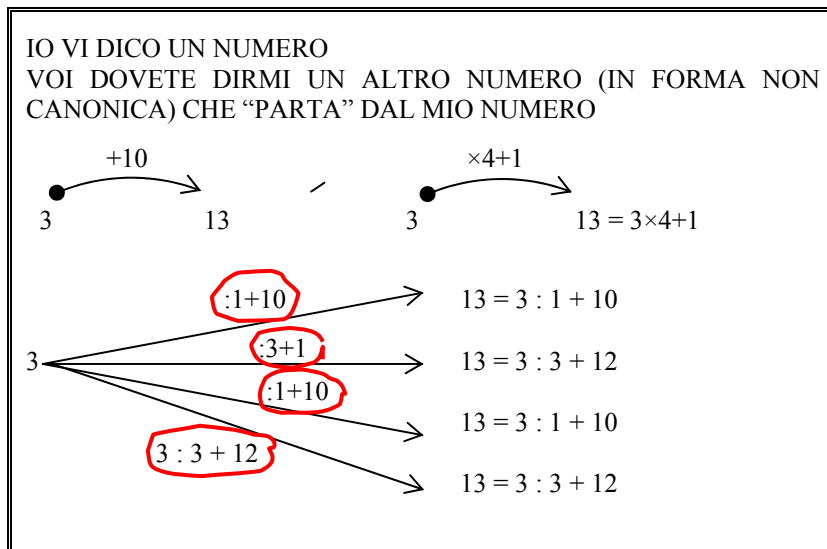
IR: Ancora una divisione ed un'addizione, sempre partendo da 3

A: : 6, no... 2, no... 3... sì... 3 diviso 3...

IR: Come scrivo il 13?

A: 3 : 3 + 12

IR: *IR completa la freccia.* La cosa importante è che abbiate capito come si fa a trovare la regola (*cerchia quelle trovate sinora*) e la forma non canonica del numero di partenza



IR: Facciamo ancora un esercizio di prova, da 2 a 7, OK?

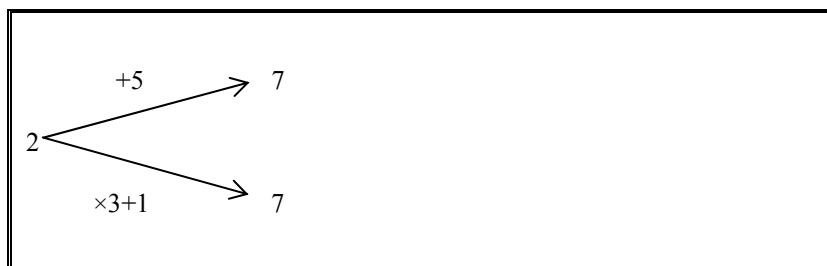
A: Più 5

IR: 7 come lo scriviamo?

A: 7 = 2 + 5

A: 2 per 3 più 1

IR: La freccia vale 'per 3 più 1' e 7 si scrive 2 per 3 più 1. OK?



IR: Attenzione: ora passate da 2 a 7 con un'addizione e poi una divisione. Quando avete scritto mi chiamate.

IR controlla il lavoro dei bambini; ci sono parecchie mani alzate

IR: Vediamo cosa avete fatto

A: La mia è sbagliata

A: Anche la mia

A: Più 12 diviso 2

IR: Allora viene...

A: 2 più 12 diviso 2

IR: Altri?

A: Più 47 diviso 7!

IR: Quindi viene...

A: 2 più 47 diviso 7

IR: Benissimo! Altri?

A: Ho cambiato: diviso 7 diviso 0...

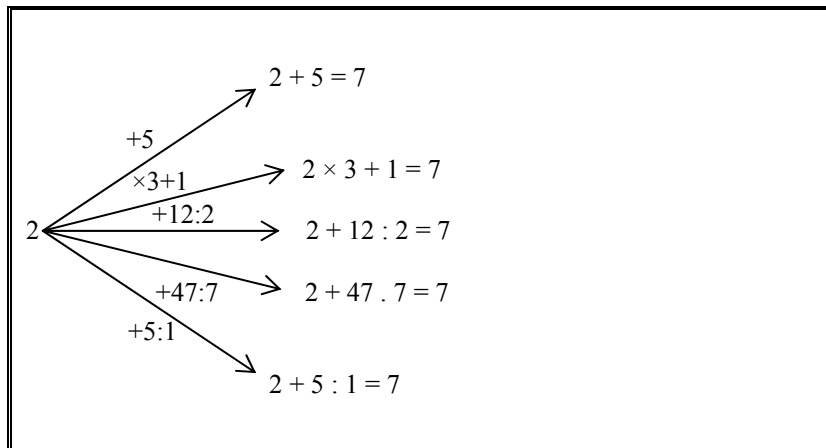
IR spiega che la divisione con lo zero al divisore è un discorso complicato che si affronterà quando i bambini saranno più grandi.

A: Più 5 diviso 1

IR: E quindi...

A: 2 più 5 diviso 1

Si rappresenta tutto alla lavagna:



IR: Cosa ne pensate?

G: Tutte giuste

IR: Facciamo i calcoli per tutte e tre

A: Però 2 più 47 diviso 7 è un po' più complicata

A: Ho pensato alla tabellina del 7

IR: Vediamo un po'... in 2 più 12 diviso 2, dobbiamo fare prima 2 più 12 o prima 12 diviso 2? voi cosa avete fatto prima?

A: 2 + 12

IR: Facciamo un gioco: 2 più 12 diviso 2, così com'è scritto alla lavagna, quanto fa?

IR prepara la tabella e scrive le proposte degli alunni, a seconda che siano corrette o meno, nella colonna dei SÌ o in quella dei NO. Come il solito la sfida prende molto. Si susseguono numerosi risultati sbagliati, alcuni decifrabili, altri misteriosi.

$2 + 12 : 2$	
SÌ	NO
	7 ¹¹
	2 ¹²
	17
	6
	12
	10

IR: Non andate in ordine così come sono scritti i numeri; dovete fare le operazioni... andando in un altro ordine...

A: 4, perché ho fatto 12 diviso 2 meno 2

IR: No, dovete fare le operazioni che sono scritte alla lavagna

Perplexità. Gli alunni non sanno più che pesci pigliare.

A (un'alunna si illumina): 8?

IR: Sì, brava! Come hai fatto a trovare 8?

A (un alunno diverso da quella che ha proposto 8): Ho capito! 12 diviso 2 che fa 6 più 2 che fa 8!

IR: Bene! *Completa la tabella:*

$2 + 12 : 2$	
SÌ	NO
8	7
	2
	17
	6
	12
	10

IR: State attenti ora a come faccio, forse avete già visto quello che scrivo adesso.

$2 + 12 : 2$		$(2 + 12) : 2$	
SÌ	NO	SÌ	NO
8	7		
	2		
	17		
	6		
	12		
	10		

IR: Quanto viene?

G: 14

IR: No...

A: Ah, è come fare 10 più 4!

A: Fa 7

IR: Come hai fatto?

A: 2 più 12 che fa 14, diviso 2 che fa 7, no?

IR: Bene!

¹¹ Ha eseguito il calcolo come se fosse scritto $(2 + 12) : 2$. È l'errore classico.

¹² Lettura partigiana (v. Glossario): l'alunno ha separato le due cifre del 12 e ha scomposto l'espressione in due operazioni distinte '2 + 1' e '2 : 2'; poi ha sottratto i risultati: $3 - 1 = 2$.

$2 + 12 : 2$		$(2 + 12) : 2$	
SÌ	NO	SÌ	NO
8	7	7	14
	2		
	17		
	6		
	12		
	10		

IR: Ora ve ne faccio un'altra. Pronti?

Questa volta c'è solo una proposta sbagliata.

$4 + 20 : 2$	
SÌ	NO
14	12

IR: E questa?

Anche questa volta c'è solo una proposta sbagliata.

$(4 + 20) : 2$	
SÌ	NO
12	

A: È al contrario

A: Ma quella parentesi cosa gli fa?

IR scrive un'espressione. Questa volta i NO sono molto più numerosi (alcuni sono il frutto di errori di tipo procedurale, altri di calcolo) prima che compaia il SÌ:

$4 + 3 \times 7$	
SÌ	NO
25	49
	47
	21
	41
	24

A: Come, 25?

IR scrive la stessa espressione con le parentesi. Questa volta la risposta è collettiva e velocissima:

C: 49!!!

$4 + 3 \times 7$		$(4 + 3) \times 7$	
SÌ	NO	SÌ	NO
25	49	49	
	47		
	21		
	41		
	24		

IR: Avete capito?

A: Si scambiano i numeri

IR: Per aiutarvi, pensate ad un incrocio; si dice che le auto che vengono da una certa parte hanno la precedenza; voi in questi casi dovete capire come funzionano le precedenze Guardate:

IR scrive quattro espressioni alla lavagna e poi dà la consegna: Copiatele nel quaderno; poi scrivete per ognuna di esse la forma canonica corrispondente. Attenzione: pensate a come dovrebbe essere la regola delle precedenze che abbiamo visto prima.

Accanto ad ogni numero – giusto o sbagliato - scrivi quanti alunni lo hanno scritto (su 11 alunni). Poi si fa dire quanti hanno dato 4 risposte corrette, quanti 3 e così via e lo scrive alla lavagna:

(a) $5 + 3 \times 2$	(b) $3 \times (2 + 5)$	(c) $(5 + 3) \times 2$	(d) $3 \times 2 + 5$
SÌ NO 11 16	SÌ NO 21 16 24	SÌ NO 16	SÌ NO 11
[6 al]	[7 al]	[7 al]	[8 al]
4 risposte corrette: 4 alunni			
3 “ : 7 alunni			
2 “ : 2 alunni			
1 “ : 0 alunni			
0 “ : 2 alunni			

IR: Spieghiamo a chi non ha capito la regola sulle precedenze: perché si ottiene 11, 21, 16, 11?

A: Non so come ho fatto... ma...

A: La prima ho fatto 3 per 2 che fa 6 e più 5

IR scrive alla lavagna con l'aiuto degli alunni:

$\begin{array}{cc} 2^a & 1^a \\ \downarrow & \downarrow \\ (a) & 5 + 3 \times 2 \end{array}$	$\begin{array}{cc} 2^a & 1^a \\ \downarrow & \downarrow \\ (b) & 3 \times (2 + 5) \end{array}$	$\begin{array}{cc} 1^a & 2^a \\ \downarrow & \downarrow \\ (c) & (5 + 3) \times 2 \end{array}$	$\begin{array}{cc} 1^a & 2^a \\ \downarrow & \downarrow \\ (d) & 3 \times 2 + 5 \end{array}$
SÌ NO 11 16	SÌ NO 21 16 24	SÌ NO 16	SÌ NO 11
[6 al]	[7 al]	[7 al]	[8 al]
4 risposte corrette: 4 alunni			
3 “ : 7 alunni			
2 “ : 2 alunni			
1 “ : 0 alunni			
0 “ : 2 alunni			

IR: Allora: quando fate prima la moltiplicazione e quando fate prima l'addizione? Pensateci. Chi mi dice la regola?

A: Quando ci sono le parentesi si fa l'operazione dentro le parentesi, e quando non ci sono va prima la moltiplicazione.

IR: Ripetilo lentamente in modo che tutti ti ascoltino bene.

Il bambino ripete la regola scoperta

IR: Facciamo una prova; adesso scrivete nel quaderno, sono sicuro che le farete quasi tutti giuste:

a) $3 + 7 \times 2$	b) $(3 + 7) \times 2$
SÌ NO 11 16	SÌ NO 21 16

IR: Vediamo se aumenta il numero di chi fa giusto. Pronti?

A: Non sono pronto

IR: Ripeti la regola

A: Se c'è un'operazione dentro le parentesi si scrive prima quella, se non ci sono le parentesi si fa prima la moltiplicazione

Dopo un po' si riportano alla lavagna i risultati della verifica:

a) $3 + 7 \times 2$		b) $(3 + 7) \times 2$	
SÌ	NO	SÌ	NO
17	16	21	16
[9 al]	[2 al]	[11 al]	

IR: Bene! Siamo passati da 6 a 9 bambini che hanno fatto giusto

IR: Facciamo una cosa più difficile?

C: Sìiiii!!!

IR: Attenti, la regola non cambia

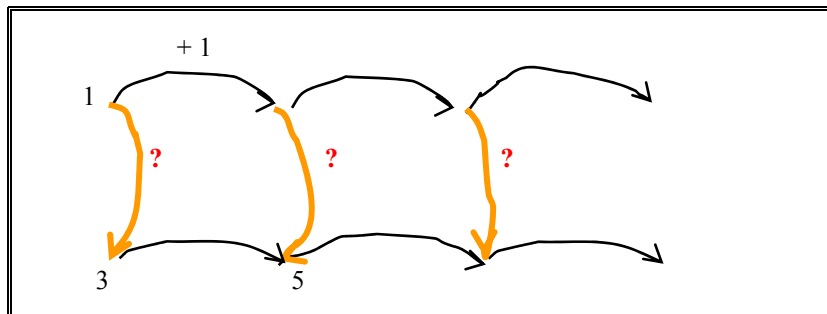
A: Dicci tutto

A: Dai...

IR scrive alla lavagna

a) $2 \times 3 + 5 \times 1$		b) $2 \times (3 + 5) \times 1$	
SÌ	NO	SÌ	NO
11	22	16	17
[10 al]	[1 al]	[9 al]	[1 al]

IR: Bravissimi! Ora vediamo se riusciamo a concludere; vi do il problema al quale volevo arrivare: vi scriverò due successioni. Mi interessa vedere se siete capaci di trovare il valore della freccia arancione; curate il processo che vi passa per la testa, fate i passaggi; la regola è sempre la stessa. Vediamo... disegna alla lavagna:



IR: Nella prima successione come è il modulo?

G: Sempre più 1!

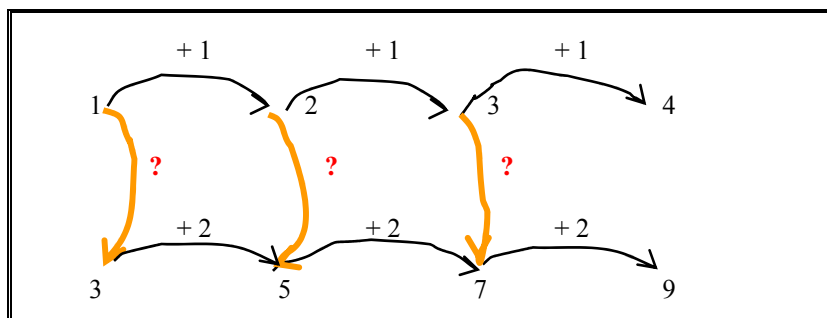
IR: E nella seconda?

G: Sempre più 2!

IR: E le frecce cambieranno? Devono avere sempre lo stesso valore

G: No!!!

Si completano le due successioni



IR: Quanto vale la freccia arancione?

A: 4

IR: (indicando la prima freccia arancione) 1 più 4 fa 3?

A: No, 1 più 4 fa 5

A: Più 3

A: No, più 2

IR: Deve andare bene sempre, non deve cambiare... pensate a quello che abbiamo fatto prima... siete stati bravissimi!

A: Ma adesso non ci capisco niente

A: Qui non ci sono le parentesi

A: (mostrando lo sforzo mentale) Per 3 più 1

IR: Ma bravissimo!!! Questa è la strada... (indica l'alunno autore della proposta) Bisogna trovare la freccia ha sempre lo stesso modulo!

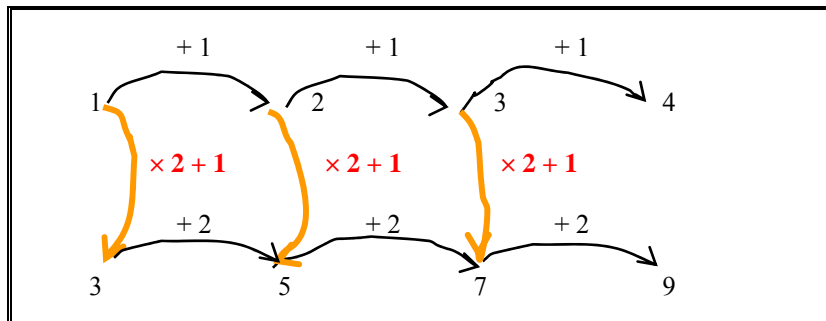
A: No, perché una volta è più 2, una volta più 3

IR: No... dev'essere sempre lo stesso modulo

IR controlla il lavoro dei bambini nel quaderno

IR: Bravo, hai fatto giusto!... Tu sei sulla buona strada... Un altro che ha fatto giusto!... Un altro!! (l'entusiasmo è alle stelle) ... Un altro!... No... (disappunto)... Un altro sulla buona strada... Allora: chi ha capito? Prima una moltiplicazione, poi... deve funzionare sempre!

Altri due bambini ci arrivano. Quasi tutti hanno scoperto il valore della freccia e lo si scrive alla lavagna:



IR. ATTENTI! Un problema per veri uomini e vere donne; se andiamo avanti... (uno scambio di occhiate con l'insegnante di classe) e... un qualsiasi numero 'a'... ?

G: Come 'a'?

I fa cenno di no

IR: Lasciamo stare; siete stati bravissimi! Arrivederci al prossimo anno!