No	titre/titolo	3	4	5	6	7	8	9	Ar.	Alg.	Gé.	Lo.	Co.	Orig.
1	Le marmellate/Les confitures	3											X	GE
2	Additions codées/Addizioni in codice	3	4						XX					BB
3	Gli astucci/les boîtes de crayons	3	4						XX					PR
4	Pas de jaloux/Non ci sono gelosi	3	4	5							X			BB
5	Billes/ Biglie	3	4	5					X				X	PR
6	Les deux rectangles/I due rettangoli		4	5	6						XX			C.I.
7	Cartes carrées/Carte quadrate		4	5	6				X			X		BB
8	Una crescita straord/Une croissance extra			5	6	7			X					AO
9	Occhi ai Sassi / Un oeil sur les pierres			5	6	7			X		X			GE
10	la plus petite différence/La differenza più piccola			5	6	7			X			X		C.I.
11	I quadritriangoli/ quadritriangles				6	7	8	9			XX			PR
12	Le ballerine/ Les danseuses				6	7	8	9				XX		PR
13	I golosi/Les gourmands					7	8	9			XX			TI+CI
14	A tavola insieme/A table ensemble					7	8	9				X	X	SI+PR
15	La torre di Transalpino/ La tour de Transalpie					7	8	9	X		X			C.I.
16	Il serpente miope/Le serpent myope						8	9	X		X			CI
17	Il logo/Logos						8	9	X		X			C.I

1. LE MARMELLATE (Cat. 3)

Una contadina del paese di Boscoverde prepara e vende ai turisti cinque tipi di marmellata: alle castagne, all'albicocca, ai fichi, al melone, ai pomodori verdi.
Un cliente compera due barattoli di marmellata di diverso sapore.

Che tipi di marmellata può aver acquistato?

Spiegate il vostro ragionamento.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Combinatoria: aspetti intuitivi

Analisi del compito

- Attivare una procedura per contare attraverso un'elencazione sistematica, oppure con un disegno
- Contare le diverse possibilità per arrivare a trovare che sono 10 (escluse le simmetriche):
  CA - CF - CM - CP - AF - AM - AP - FM - FP - PM

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta esatta: 10 combinazioni senza ripetizione con elenco dettagliato o disegno,
3 Elencazione di 9 casi senza ripetizione
2 Elencazione di tutti i casi possibili senza tener conto della simmetria (20)
oppure da 6 a 8 combinazioni senza ripetizioni
o 10 o 9 combinazioni con in più qualche ripetizione
1 Inizio di ricerca o elencazione di al massimo cinque casi
0 Incomprensione del problema

Livello: 3
Origine: Genova

1. LES CONFITURES (Cat. 3)

Une paysanne du village de Forêt verte prépare et vend aux touristes cinq sortes de confitures : aux châtaignes, aux abricots, aux figues, aux melons, aux tomates vertes.
Un client achète deux pots de confitures de sortes différentes.

Quelles sortes de confitures peut-il avoir acheté ?

Expliquez votre raisonnement.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Combinatoire : aspects intuitifs

Analyse de la tâche

- Mettre en œuvre une procédure d'inventaire systématique, par un dessin ou un liste.
- Déterminer les possibilités pour constater qu'il y en a 10 (en évitant de compter les symétriques) :
  CA - CF - CM - CTv - AF - AM - ATv - FM - FTv - MTv

Attribution des points

4 Réponse exacte : les 10 combinaisons sans répétitions, sous forme d'inventaire ou de dessin
3 Liste de 9 possibilités, sans répétitions
2 Liste de tous les cas possibles, avec les symétriques (20)
ou de 6 à 8 combinaisons sans répétitions
ou 10 ou 9 combinaisons avec quelques répétitions
1 Début de recherche ou liste de 5 combinaisons
0 Incompréhension du problème

Niveau : 3

Origine : Genova

2. ADDITIONS CODEES (Cat 3, 4)

Dans ce tableau, chacun des dessins ●, ■ ★ ▲ ◆ remplace toujours le même nombre.

●	+	●	+	■	=	6
+		+		+		
★	+	●	+	★	=	5
+		+		+		
▲	+	■	+	◆	=	12
+		+		+		
★	+	●	+	▲	=	8
=		=		=		
9		9		13		

Trouvez par quels nombres il faut remplacer ces dessins pour que les égalités sur chaque ligne et sur chaque colonne soient vraies.

Expliquez comment vous avez fait pour trouver.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : addition
- Logique : organiser et gérer un raisonnement

Analyse de la tâche

- Comprendre que deux signes différents représentent deux nombres différents
- Procéder par essais en attribuant des valeurs aux différents signes, effectuer les sommes et comparer aux nombres écrits en bout de lignes ou en bas de colonnes.
- Procéder par hypothèses et déductions. Par exemple, attribuer la valeur 1 au signe ● et déduire en utilisant la première ligne que ■ vaut alors 4. Remplacer ● par 1 et ■ le par 4 à la seconde colonne et vérifier que la somme est différente de 9. Recommencer avec une autre valeur pour ●.
- Arriver enfin à la solution (● = 3, ■ = 0, ★ = 1, ▲ = 4, ◆ = 8.

Attribution des points

4 Réponse correcte (● = 3, ■ = 0, ★ = 1, ▲ = 4, ◆ = 8) avec explication
3 Réponse correcte (les 5 valeurs exactes) sans explication ou quatre valeurs exactes avec explication
2 Quatre valeurs exactes sans explication ou trois valeurs exactes avec explication
1 Trois valeurs exactes sans explication ou deux valeurs exactes (avec ou sans explication)
0 Incompréhension du problème

Niveau : 3 - 4

Origine : Bourg-en-Bresse

2. ADDIZIONI IN CODICE (Cat. 3, 4)

Nella tabella seguente, ciascuno dei simboli ●,■, ★, ▲ , ◆ sostituisce sempre lo stesso numero.

●	+	●	+	■	=	6
		+		+		
★	+	●	+	★	=	5
+		+		+		
▲	+	■	+	◆	=	12
+		+		+		
★	+	●	+	▲	=	8
=		=		=		
9		9		13		

Trovate quali sono i numeri da mettere al posto dei simboli affinché le uguaglianze di ciascuna riga e di ciascuna colonna siano vere.

Spiegate come avete fatto per trovare questi numeri.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: addizione
- Logica: organizzare e gestire un ragionamento

Analisi del compito

- Capire che due simboli differenti rappresentano due numeri differenti
- Procedere per tentativi attribuendo dei valori ai diversi simboli, effettuare le addizioni e confrontare i risultati con i numeri scritti alla fine delle righe e delle colonne.
- Procedere per ipotesi e deduzioni. Per esempio, attribuire il valore 1 al simbolo ● e dedurre, utilizzando la prima riga, che ■ vale allora 4. Sostituire ● con 1 e ■ con 4 nella seconda colonna e verificare che la somma non è 9 . Ricominciare quindi con un altro valore per ●.
- Arrivare infine alla soluzione: ● = 3, ■ = 0, ★ = 1, ▲ = 4, ◆ = 8

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta (● = 3, ■ = 0, ★ = 1, ▲ = 4, ◆ = 8) con spiegazione dei tentativi
3 Risposta corretta (i cinque valori esatti) con spiegazione poco chiara
o quattro valori con spiegazione
2 Risposta corretta (i cinque valori esatti) senza alcuna spiegazione
oppure tre valori esatti con spiegazione
1 Tre valori esatti senza spiegazione
oppure due con spiegazione
0 Incomprensione del problema o uno o due valori esatti senza spiegazione

Livello: 3 - 4

Origine: Bourg-en-Bresse

3. GLI ASTUCCI (Cat. 3, 4)

Cinque astucci sono esposti nella vetrina del cartolaio.

Ecco i prezzi:

5 € 8 € 10 € 12 € 13 €

Dopo qualche giorno il cartolaio ha venduto quattro astucci: uno ad Andrea, uno a Bernardo, uno a Carla ed uno a Davide.

- Andrea ha pagato con monete da 2 euro e non ha ricevuto resto,
- Bernardo ha speso tre euro più di Carla,
- Davide ha pagato con due banconote da 5 euro e ha ricevuto del resto.

Qual è il prezzo dell'astuccio che ha comprato Andrea?

Spiegate il vostro ragionamento.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: addizione, sottrazione, numeri pari
- Logica: deduzioni

Analisi del compito

- Capire i vincoli del problema e le loro conseguenze:
  Andrea non può aver comprato né l'astuccio da 13 € né quello da 5 €
  Bernardo e Clara hanno pagato rispettivamente 8 € e 5 € oppure 13 € e 10 €
  Davide non ha pagato né 5 € (ha dato due biglietti da 5 €), né 10 € (ha avuto del resto), né 12 € né 13 € (2 biglietti da 5 € non sarebbero stati sufficienti), quindi l'astuccio di Davide costa 8 €.
- Di conseguenza Bernardo e Clara hanno speso rispettivamente 13 € e 10 €, dunque l'astuccio di Andrea costa 12 euro

Oppure capire subito che l'ultima condizione consente di ricavare subito il prezzo dell'astuccio di Davide, di conseguenza sono fissati anche i prezzi di quelli di Clara e Bernardo e infine si determina quello di Andrea come l'unico numero pari rimasto a disposizione.

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta (12 €) con spiegazione completa

3 Risposta corretta con spiegazione incompleta o poco chiara (per esempio non fornisce tutti gli elelmenti del ragionamento)

2 Risposta corretta senza alcuna giustificazione

1 Inizio di ragionamento corretto

0 Incomprensione del problema

Livello: 3, 4

Origine: Parma

3. LES BOITES DE CRAYONS (Cat 3, 4)

Cinq boîtes de crayons sont exposées dans la vitrine d'une papeterie.
Leurs prix sont :

5 € 8 € 10 € 12 € 13 €

Après quelques jours, le papetier en a vendu quatre : une à Alex, une à Brice, une à Carla et une à David.

- Alex a payé avec des pièces de 2 euros seulement et on ne lui a rien rendu.
- Brice a dépensé 3 euros de plus que Carla.
- David a payé avec deux billets de 5 euros et le marchand lui a rendu de la monnaie.

Quel est le prix de la boîte achetée par Alex ?

Expliquez votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : addition, soustraction
- Logique : déduction

Analyse de la tâche

- Comprendre les contraintes du problème et leurs conséquences :
  Alex n'a pas pu acheter la boîte à 5 € ni celle à 13 € ;
  Brice et Carla ont payé respectivement 8 € et 5 € ou bien 13 € et 10 € ;
  David n'a payé ni 5 € (il a donné 2 billets de 5 €), ni 10 € (on lui a rendu de l'argent), ni 12 €, ni 13 € (2 billets de 5 € n'auraient pas suffi). Il a donc payé 8 €.
  Par conséquent Brice et Carla ont payé respectivement 13 € et 10 € et la boîte d'Alex coûte 12 €.

Ou, comprendre immédiatement que la dernière condition permet de déterminer immédiatement le prix de la boîte de David , puis celles de Brice et Carla et enfin celle d'Alex, comme unique nombre pair restant à disposition.

Attribution des points

4 Réponse correcte (12 €) avec une explication du raisonnement utilisé

3 Réponse correcte avec une explication incomplète ou peu claire (par exemple, ne fournissant pas tous les éléments du raisonnement)

2 Réponse correcte sans aucune justification

1 Début de raisonnement correct non abouti

0 Incompréhension du problème

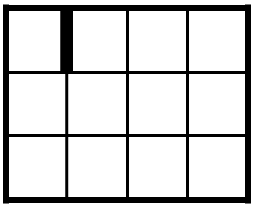
Niveau : 3 - 4

Origine: Parma

4. PAS DE JALOUX (Cat. 3, 4, 5)

Amandine veut partager ce rectangle en deux parties ayant chacune le même nombre de carreaux, mais pas nécessairement la même forme. Tous les carreaux doivent rester entiers et elle doit suivre les lignes du quadrillage.

Elle a commencé le partage, en traçant un premier trait.



Continuez le partage commencé par Amandine.

Trouvez toutes les façons de continuer le partage d'Amandine pour obtenir deux parties ayant le même nombre de carreaux.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

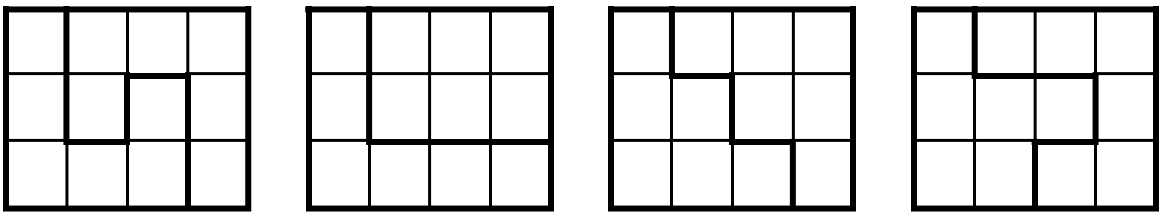
- Géométrie

Analyse de la tâche

- Procéder par essais en partageant le rectangle en deux parties et en comptant le nombre de carreaux contenus dans chacune des parties.
- Poursuivre le tracé commencé par Amandine en contrôlant dans le même temps le nombre de carreaux de part et d'autre de la ligne tracée.
- Dénombrer le nombre de carreaux contenus dans le rectangle, le diviser par 2 et tracer une ligne de façon à faire apparaître une partie contenant exactement 6 carreaux

Attribution des points

4 Réponse correcte : les 4 possibilités, sans aucune réponse erronée, (parties non équivalentes, partage ne suivant pas les lignes, répétition)



3 Les 4 réponses exactes et une réponse erronée ou 3 réponses exactes, sans réponse erronée

2 Trois réponses exactes et une réponse erronée ou 2 réponses exactes, sans réponse erronée

1 Une réponse exacte avec présence ou non de réponses erronées
Deux réponses exactes avec présence d'une ou plusieurs réponses erronées
Trois ou quatre réponses exactes accompagnées de plus d'une réponse erronée

0 Absence de réponse correcte ou incompréhension du problème

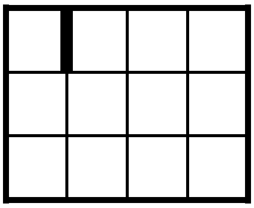
Niveau : 3 - 4 - 5

Origine : Bourg-en-Bresse

4. NON CI SONO GELOSI (Cat. 3,4, 5)

Amanda vuole suddividere questo rettangolo in due parti con lo stesso numero di quadrati, ma non necessariamente con la stessa forma. Tutti i quadrati devono rimanere interi e occorre seguire tutte le righe della quadrettatura.

Nel disegno la linea più marcata indica come Amanda ha cominciato a suddividere il rettangolo:



Continuate la suddivisione cominciata da Amanda.

Trovate tutte le maniere per continuare la suddivisione di Amanda e ottenere due parti aventi lo stesso numero di quadrati.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

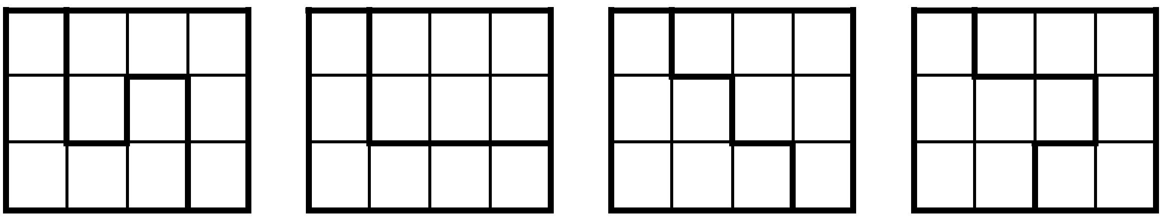
- Geometria

Analisi del compito

- Procedere per tentativi suddividendo il rettangolo in due parti e contando il numero di quadrati contenuti in ciascuna delle due parti.
- Continuare il tracciato cominciato da Amanda controllando contemporaneamente il numero di quadrati da una parte e dall'altra della linea che si sta tracciando.
- Contare il numero di quadrati contenuti nel rettangolo, dividerlo per 2 e tracciare una linea in maniera da far apparire una parte contenente esattamente 6 quadrati.

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta: 4 possibilità, senza alcuna risposta errata o ripetizioni



3 Le 4 risposte corrette ed 1 errata,
oppure 3 risposte corrette, senza alcuna risposta errata

2 3 risposte corrette ed 1 errata
oppure 2 corrette, senza risposte errate

1 Una risposta corretta con o senza risposte errate
oppure 2 risposte corrette con una o più risposte errate
oppure 3 o 4 risposte corrette con più di una risposta errata

0 Assenza di risposte corrette o incomprensione del problema

Livello: 3 - 4 - 5

Origine: Bourg-en-Bresse

5. BILLES (Cat. 3, 4, 5)

Anne, Béatrice et Carlo jouent aux billes avec d'autres camarades.

A eux trois, ils ont gagné 20 billes en tout.

Carlo a gagné le double de billes que Béatrice,

Anne n'a pas gagné plus de billes que Béatrice.

Combien de billes peut avoir gagné chacun des trois enfants?

Expliquez votre raisonnement

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : addition et décomposition additive

Analyse de la tâche

- Commencer la recherche par le nombre de billes de B. Par exemple : si B a 1 bille, C. en a 2, mais A ne peut en avoir gagnée qu'une et la somme n'est pas 20 ; si B a 2 billes, C en a 4 et A 1 ou 2, ce qui ne donne toujours pas une somme de 20, et ainsi de suite jusqu'au cas où B en a 5, C, 10 et A 5 et au cas où B en a 6, C 12 et A 2. On vérifie ensuite que si on augmente encore le nombre de billes de B, on arrive à une somme supérieure à 20.

Ou : comprendre que le nombre de billes de Carlo est pair. Commencer par faire un choix de nombres pour celui-ci. se rendre compte que 20, 18, 16 et 14 sont trop grands, examiner 12 et trouver 6 pour B et 2 pour A, puis examiner 10, qui conduit à 5 pour B et 5 pour A et finalement constater que pour les nombres pairs suivants, 8, 6, … le nombre de billes de A serait supérieur à celui de B.

Ou: décomposer 20 en une somme de trois nombres et vérifier que les conditions soient respectées.

Attribution des points

4 Réponse correcte : les deux solutions (Anne : 5, Béatrice : 5, Carlo : 10 et Anne : 2, Béatrice : 6, Carlo : 12) avec explication de la démarche qui montre qu'il n'y a pas d'autre solution

3 Les deux solutions avec explication peu claires ou incomplètes

2 Les deux solutions sans explication ou une solution avec explications

1 Une solution sans explication ou début de résolution organisée

0 Incompréhension du problème

Niveau : 3 - 4 - 5

Origine: Parma

5. BIGLIE (Cat. 3, 4, 5)

Anna, Bea e Carlo giocano con le biglie e sfidano altri bambini.
In tutto, loro tre ne hanno vinte 20.
Carlo ha vinto il doppio di biglie di Bea,
Anna non ha vinto più biglie di Bea.

Quante biglie può aver vinto ogni bambino?

Spiegate il vostro ragionamento.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale:

- Aritmetica: addizione, scomposizione in addendi

Analisi del compito

- Cominciare la ricerca fissando il numero di biglie di Bea. Ad esempio se Bea ha 1 biglia, 2 sono le biglie di Carlo, ma Anna ne può aver vinto solo 1, dunque la somma non è 20, se Bea ha 2 biglie, Carlo ne ha 4 ed Anna ne può avere 1 o 2, ma in ogni caso la somma è minore di 20 e così via fino a trovare le due soluzioni: 5 biglie per Bea, 10 per Carlo e 5 per Anna oppure 6 per Bea, 12 per Carlo e 2 per Anna.
- Si verifica poi che aumentando il numero di biglie di Bea si ottiene una somma superiore a 20.

Oppure capire che il numero di biglie di Carlo è pari. Cominciare col fare una scelta del numero di biglie di Carlo: capire che 20, 18,16 e 14 sono troppe, assegnare a Carlo 12 biglie e, con le altre condizioni, trovare quelle di Bea (6) e quelle di Anna (2). poi assegnare a Carlo 10 biglie per cui Bea ne avrà 5 e ad Anna, per differenza da 20, ne rimarranno ugualmente 5, ed infine constatare che per i numeri pari successivi, 8, 6,...il numero di biglie di Anna sarà maggiore di quello di Bea.

Oppure decomporre 20 in una somma di tre numeri e verificare poi che le condizioni siano rispettate

- Verificare che non ci sono altre possibilità: se Carlo ne avesse 8, Bea ne avrebbe 4 e Anna 8 (cosa che contraddice una delle condizioni)

Attribuzione dei punteggi:

4 Risposta corretta: le due soluzioni (Anna: 5, Bea: 5, Carlo: 10 o Anna: 2, Bea: 6, Carlo: 12) con procedura esplicitata che mette in luce l'impossibilità di altre soluzioni

3 Le due soluzioni, ma con spiegazione poco chiara o incompleta

2 Le due soluzioni senza spiegazione oppure una sola soluzione con spiegazione

1 Una soluzione senza alcuna spiegazione oppure un inizio organizzato di ricerca

0 Incomprensione del problema

Livello: 3 - 4 - 5

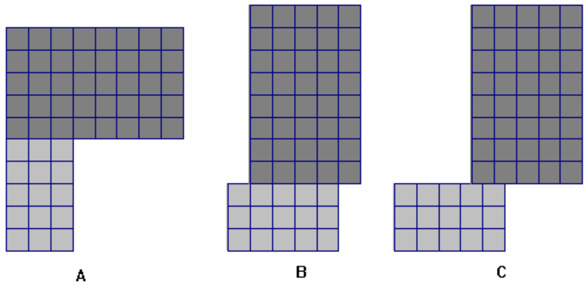
Origine: Parma

6. LES DEUX RECTANGLES (Cat 4, 5, 6)

On découpe deux rectangles dans une feuille de papier quadrillé, en suivant les lignes du quadrillage : les dimensions du premier sont 5 et 8, celles du second sont 5 et 3 (unité : le côté d'un carré du quadrillage).

On place ces deux rectangles l'un contre l'autre, sans les superposer de façon à ce qu'ils se touchent par un ou plusieurs carreaux (un carreau ne peut en toucher qu'un seul autre). On peut obtenir ainsi de nombreuses figures.

Exemples : Les figures A et B sont correctes. La figure C est incorrecte car un carreau du rectangle de dimensions 5 par 3 touche deux carreaux du rectangle de dimensions 5 par 8.



Les figures obtenues n'ont pas toutes le même périmètre. Par exemple, le périmètre de A mesure 36 unités, celui de B en mesure 34.

Quel est le plus petit périmètre que peut avoir une figure obtenue en assemblant ces deux rectangles en respectant les règles d'assemblage ?

Et quel est le plus grand périmètre ?

Expliquez comment vous avez trouvé.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Géométrie : rectangle, polygones et périmètres
- Arithmétique : additions

Analyse de la tâche

- Lire l'énoncé, comprendre les règles de formation des figures à partir des deux rectangles et ce que représente leur périmètre en s'aidant pour cela des deux exemples fournis.
- Dessiner d'autres figures ou les construire par déplacements de rectangles mobiles découpés dans du papier quadrillé et calculer leur périmètre. Trouver ainsi, par essais successifs, que le plus petit périmètre est 32 et le plus grand 45.
- Comprendre que le périmètre des figures est plus petit que la somme des deux périmètres des rectangles (42 = 26 + 16) et qu'il dépend de la longueur de la partie commune, indépendamment de la forme de la figure, ce qui permet d'expliquer que, si cette partie mesure 1 (la plus petite possible), le périmètre sera 42 – 2 x 1 = 40 et si cette partie mesure 5 (la plus grande possible), le périmètre sera 42 – 2 x 5 = 32.

Attribution des points

4 Les deux réponses correctes (32 et 40) avec explications reposant sur la variation du périmètre en fonction de la longueur de la partie commune ou avec les dessins d'une des figures ayant le plus petit périmètre et d'une des figures ayant le plus grand périmètre. (par exemple, le rectangle de 11 x 5)

3 Les deux réponses correctes, avec pour chacune d'elles seulement le dessin d'une des deux figures ou présence des figures correctes et erreurs de calcul du périmètre (écart d'une ou deux unités par rapport à la valeur exacte)

2 Les deux réponses correctes, sans explications
ou une seule réponse correcte avec les deux figures

1 Une des deux réponses correctes, avec une seule des deux figures.
ou une seule réponse proche, avec dessin

0 Incompréhension

Degrés : 4 - 5 - 6

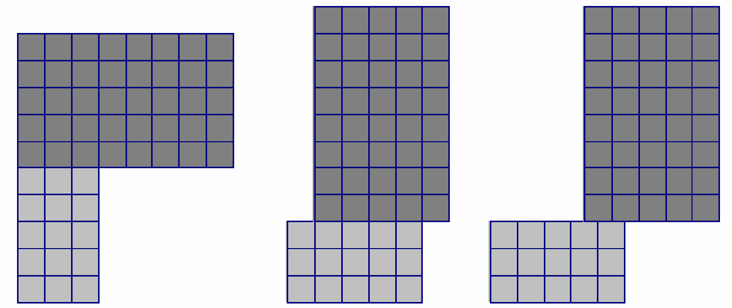
Origine : CI, D'après une idée de François Drouin, Irem de Lille (voir revue APMEP 2003)

6. I DUE RETTANGOLI (Cat. 4, 5, 6)

Si ritagliano due rettangoli in un foglio di carta a quadretti, seguendo le righe della quadrettatura: le dimensioni di uno dei due rettangoli sono 5 e 8, quelle dell'altro sono 5 e 3 (l'unità di misura è il lato di un quadretto).

Questi due rettangoli vengono posti l'uno vicino all'altro, senza sovrapposizioni in modo che si tocchino lungo uno o più quadretti (un quadretto può toccarne solo un altro). È così possibile trovare numerose figure.

Esempi: le figure A e B sono corrette. La figura C non è corretta perché un quadretto del rettangolo di dimensioni 5 e 3 tocca due quadretti del rettangolo di dimensioni 5 e 8).



A B C

Le figure ottenute non hanno tutte lo stesso perimetro. Per esempio. il perimetro di A misura 36 unità, quello di B ne misura 34.

Qual è il perimetro più piccolo che può avere una figura ottenuta unendo questi due rettangoli rispettando le regole assegnate?

E qual è il perimetro più grande che si può ottenere?

Spiegate il vostro ragionamento.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Geometria: rettangolo, poligoni e perimetro
- Aritmetica: addizione

Analisi del compito

- Capire le regole di formazione delle figure a partire dai due rettangoli e ciò che rappresenta il loro perimetro aiutandosi con gli esempi.
- Disegnare altre figure o costruirle con spostamento di rettangoli mobili ritagliati su carta quadrettata e calcolare il loro perimetro. Trovare così, per tentativi successivi, che il perimetro minore è 32 2 il maggiore è 45.
- Capire che il perimetro delle figure è minore della somma dei perimetri dei due rettangoli (42 = 26 + 16) e che dipende dalla lunghezza della parte comune, indipendentemente dalla forma della figura, cosa che permette di spiegare che, se tale parte misura 1 (la più piccola possibile), il perimetro sarà 42 – 2 x 1 = 40 e se questa parte misura 5 (la più grande possibile), il perimetro sarà 42 – 2 x 5 = 32.

Attribuzione dei punteggi

4 Le due risposte corrette (32 e 40) con spiegazione basata sulla variazione del perimetro in funzione della lunghezza della parte comune o con i disegni di una delle figure aventi il perimetro più piccolo e il disegno di una di quelle aventi il perimetro più grande (per esempio il rettangolo di 11 x 5*)*

3 Le due risposte corrette, con, per ognuna delle due solo il disegno di una delle due figure o presenza delle figure corrette e errore nel calcolo del perimetro (scarto di uno o due unità in rapporto al valore eatto)

2 Le due risposte corrette senza alcuna spiegazione
oppure una sola risposta corretta con le due figure

1 Una delle due risposte corrette, con una sola delle due figure
oppure una sola risposta (vicina a quella giusta) ma con il disegno di entrambe le figure

0 Incomprensione del problema

Livello: 4, 5, 6

Origine: CI, da un'idea di François Drouin, Irem de Lille (si veda la rivista APMEP 2003)

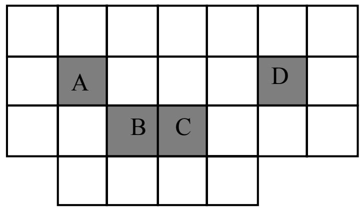
7. CARTES CARREES (Cat. 4, 5, 6)

Grégory a 81 cartes carrées, de même dimension, avec une face blanche et l'autre face grisée.

Il les dispose toutes, les unes contre les autres, pour obtenir un grand carré entièrement blanc.

Thomas lui propose un défi : « Essaie de retourner le plus possible de cartes pour faire apparaître leur face grisée. Mais attention, à la fin, chaque case grise devra avoir au moins 7 cases voisines blanches.

Deux faces sont voisines si elles ont un sommet ou un côté commun. Dans cet exemple, les cases grises A et C ont 7 voisines blanches, et D en a 8, mais B n'en a que 6 !



Combien de cartes Gregory peut-il retourner au maximum ?

Expliquez votre raisonnement et dessinez une de vos solutions.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Géométrie : positions relatives de carrés dans un quadrillage
- Logique et raisonnement : recherche d'une disposition maximale

Analyse de la tâche

- Comprendre que le carré initial est un quadrillage de 9 x 9, dont toutes les cases sont blanches.
- Comprendre que l'expression « au moins 7 » se traduit ici par 7 ou 8.
- Comprendre que les cartes retournées ne peuvent être celles du bord car elles n'auraient que 5 voisins blanches, ni celles des angles car elles n'auraient que 3 voisins blanches.
- Se rendre compte que des cases grisés « isolées » à l'intérieur de la grille ont chacune 8 voisines blanches et répondent ainsi à la condition. Si toutes les cases grisées étaient isolées, on pourrait en placer au maximum 16, régulièrement.
- Se rendre compte ensuite que deux faces grisées peuvent avoir un côté ou un sommet commun et, par exemple, former un rectangle de 2 x 1. On peut ainsi placer 10 rectangles de ce type, isolés les uns des autres, et une face grisée seule, ce qui fait monter le nombre total des cases grisées à 21.

Attribution des points

4 Réponse optimale (21) avec explications et/ou grille correctement dessinée

3 Réponse optimale (21) avec explication peu claire et sans dessin
ou réponse « 20 » avec explications ou dessin

2 Réponse optimale (21) sans explication ni dessin

1 Réponse (20) sans explications ni dessin
ou réponse (différente de 21 et 20) avec dessin respectant la condition de voisinage

0 Incompréhension du problème

Niveaux : 4 - 5 - 6

Origine : Rencontre de Bourg-en-Bresse, sur une idée de Suisse romande

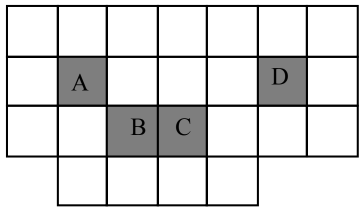
7. CARTE QUADRATE (Cat. 4, 5, 6)

Gregorio ha 81 carte quadrate della stessa dimensione, con una faccia bianca ed una grigia.

Le dispone le une accanto alle altre per ottenere un grande quadrato interamente bianco.

Tommaso gli propone una sfida: *Cerca di girare il maggior numero possibile di carte per far apparire le loro facce grigie, ma in modo che alla fine ogni faccia grigia abbia vicino almeno 7 facce bianche. Due facce sono vicine se hanno un vertice o un lato in comune, come nel disegno.*

Due facce sono vicine se hanno un vertice e un lato in comune. In quest'esempio, le caselle grigie A e C hanno 7 caselle vicine bianche, D ne ha 8, ma B ne ha solo 6!



Quante carte, al massimo, può girare Gregorio?

Spiegate il vostro ragionamento e disegnate una delle vostre soluzioni.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Geometria: posizioni relative di quadrati (carte) su un foglio quadrettato.
- Logica e ragionamento: ricerca di una posizione ottimale

Analisi del compito

- Capire che il quadrato iniziale è del tipo 9 x 9, con tutte le caselle.
- Capire che l'espressione "almeno 7" si traduce in questo caso in "7 o 8".
- Capire che le carte girate non possono essere quelle che sono lungo il bordo poiché avrebbero solo 5 vicine bianche, né quelle agli angoli perché avrebbero solo 3 vicine bianche.
- Rendersi conto che alcune facce grige "isolate" all'interno della griglia quadrettata hanno ciascuna 8 vicine bianche e rispondono così alla condizione posta. Se tutte le facce grigie fossero isolate, se ne potrebbero sistemare al massimo 16, in maniera regolare.
- Rendersi conto poi che due facce grigie possono avere un lato o un vertice comune e, per esempio. formare un rettangolo de 2 x 1. Si possono così sistemare 10 rettangoli di questo tipo, isolati gli uni rispetto agli altri, ed una sola faccia grigia, che fa sì che in totale le facce grigie siano 21.

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta ottimale (21) con spiegazioni e/o griglia disegnata correttamente

3 Risposta ottimale (21) con spiegazione poco chiara e senza disegno
oppure risposta (20) con spiegazione o disegno

2 Risposta ottimale (21) senza spiegazione né disegno

1 Risposta (20) senza spiegazione né disegno
oppure risposta (diversa da 21 e 20) con disegno che rispetta la condizione di vicinanza

0 Incomprensione del problema

Livello: 4 - 5 - 6

Origine : Incontro di Bourg-en-Bresse, da un'idea della Svizzera Romanda

8. UNA CRESCITA STRAORDINARIA (Cat. 5, 6, 7)

Quando vivevano nel nostro paese, Ugo era alto 115 cm, Leo 130 cm, Sara 135 cm, Edy 145 cm.

Da alcuni anni sono andati a vivere nel paese di Cresciben, dove l'unità di misura è il cre.

Ieri si sono misurati ed hanno visto che Ugo è cresciuto di 7 cre, Leo di 6 cre, Sara e Edy sono cresciuti di 3 cre ciascuno.

Sara si accorge di una cosa strana: adesso non ci sono più quattro altezze diverse, ora le altezze sono uguali a due a due.

Sapreste dire a quanti cm corrisponde il cre?

Spiegate il vostro ragionamento

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Misura: unità di misura arbitrarie e convenzionali
- Aritmetica: addizione e moltiplicazione

Analisi del compito

- Avere coscienza che l'unità di misura del cre è diversa dal cm
- Attribuire un valore ad un cre, in cm, e verificare come varia l'altezza:

valore in cm da attribuire al cre	altezza raggiunta, in cm			
ipotesi:	UGO	LEO	SARA	EDY
1	7x1+115=122	6x1+130=136	3x1+135=138	3x1+145=148
2	7x2+115=129	6x2+130=142	3x2+135=141	3x2+145=151
3	7x3+115=136	6x3+130=148	3x3+135=144	3x3+145=154
4	7x4+115=143	6x4+130=154	3x4+135=147	3x4+145=157
5	7x5+115=150	6x5+130=160	3x5+135=150	3x5+145=160

- Capire che, se si continua ad attribuire altri valori al cre non sarà più possibile avere due coppie di persone della stessa altezza perché Sara ed Edy mantengono sempre la stessa differenza di altezza e Leo ha già superato sia Sara sia Edy.

Oppure: procedere facendo dei tentativi a caso, senza poter arrivare all'unicità della soluzione.

Oppure osservare che possono raggiungere la stessa altezza le coppie Ugo-Sara e Leo-Edy oppure Ugo-Edy e Leo-Sara. Dalle equazioni, nel primo caso., 115cm+7cre=135cm+3cre e 130cm+6cre=145cm+3cre si ricava 1cre=5cm; analoghe equazioni per il secondo caso portano invece ad una contraddizione.

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta con spiegazione chiara e con tentativi sistematici (tabella, grafico…)
3 Risposta giusta ma non giustificata
2 Tentativi sistematici ma errori di calcolo
1 Inizio di ragionamento corretto
0 Incomprensione del problema

Livello: 5 - 6 - 7

Origine: Valle d'Aosta

8. UNE CROISSANCE EXTRAORDINAIRE (Cat 5, 6, 7)

Quand ils vivaient dans notre pays, Ugo, Léo, Sara, Edy, avaient les tailles suivantes : Ugo mesurait 115 cm, Leo 130 cm, Sara 135 cm, Edy 145 cm.

Depuis quelques années ils sont allés vivre dans un autre pays nommé « Biengrandir », où l'unité de mesure est le gra.

Hier ils se sont mesurés, et ils ont vu que Ugo a grandi de 7 gra, Leo de 6 gra, Sara et Edy ont grandi chacun de 3 gra.

Sara s'aperçoit d'une chose étrange : maintenant, il n'ont plus quatre tailles différentes, mais deux enfants ont la même taille et les deux autres aussi.

Trouvez à combien de cm correspond le gra.

Expliquez votre raisonnement.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Mesure de grandeurs : unités conventionnelles et non conventionnelles
- Arithmétique : addition et multiplication

Analyse de la tâche

- Procéder de manière systématique, en attribuant des valeurs successives au "gra", en cm, calculer les tailles des enfants quand ils ont grandi comme indiqué, et observer les résultats :

	Taille atteinte par chacun en cm :			
valeur en cm à attribuer au "gra"	UGO	LEO	SARA	EDY
1 cm	7x1+115=122	6x1+130=136	3x1+135=138	3x1+145=148
2 cm	7x2+115=129	6x2+130=142	3x2+135=141	3x2+145=151
3 cm	7x3+115=136	6x3+130=148	3x3+135=144	3x3+145=154
4 cm	7x4+115=143	6x4+130=154	3x4+135=147	3x4+145=157
5 cm	7x5+115=150	6x5+130=160	3x5+135=150	3x5+145=160

- Comprendre que, si on continue à donner d'autres valeurs au "gra", il ne sera plus possible d'avoir deux paires de personnes de la même taille, car Sara et Edy auront toujours la même différence de taille, et Léo aura déjà dépassé soit Sara, soit Edy.

Ou : procéder en faisant des essais au hasard, sans alors pouvoir conclure à l'unicité de la solution.

Ou : observer que les couples qui peuvent atteindre la même taille sont Ugo-Sara et Leo-Edy ou Ugo-Edy et Leo-Sara. Les « équivalences » du premier cas :115cm + 7 cre = 135 cm + 3 cre et 130 cm + 6 cre = 145 cm + 3 cre se réduisent à 1cre = 5 cm; les mêmes équivalences dans le second cas conduisent à une contradiction

Attribution des points

4 Réponse correcte avec explication claire permettant de conclure à l'unicité de la réponse : 1 gra = 7 cm.

3 Réponse correcte obtenue par essais systématiques sans justification de l'unicité de la réponse.

2 Réponse correcte obtenue par essais au hasard
ou essais systématiques mais avec erreurs de calculs

1 Début de raisonnement correct (quelques essais au hasard, avec vérification, mais n'aboutissant pas)

0 Incompréhension du problème

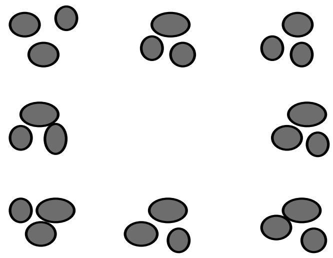
Niveau : 5 - 6 -7

Origine : Val d'Aoste

9. OCCHIO AI SASSI ! Cat. 5, 6, 7)

Giuliano è in vacanza al mare. Sulla spiaggia raccoglie sassi e li dispone come in figura raggruppandoli in 8 mucchietti.

In questo modo su ogni lato ci sono 9 sassi.



Poi raccoglie altri quattro sassi e vuole aggiungerli ai mucchietti, ma per avere ancora 9 sassi su ogni lato deve spostarne alcuni da un mucchietto all'altro.

Quante pietre potrebbero esserci ora in ogni mucchietto?

Esiste una sola possibilità?

Spiegate il vostro ragionamento.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale:

- Aritmetica : addizione; moltiplicazione ; scomposizione di un numero.
- Geometria

Analisi del compito:

- Comprendere l'enunciato : capire che lo stesso numero di sassi per lato può essere dato da terne numeriche differenti.
- Capire che occorre però mettere in relazione fra loro le terne, tenere presente la condizione che su ogni lato devono esserci 9 pietre ed il numero totale deve essere sempre 28.
- Capire che poiché non è possibile ruotare la figura sulla sabbia le disposizioni simmetriche sono da ritenersi differenti
- Comprendere quindi che la cifra 5, in entrambe le combinazioni possibili (1-5-3; 2-5-2) deve mantenere la posizione centrale su ciascuno dei quattro lati
- Attivare una procedura per trovare le soluzioni (elencazione sistematica di numeri, oppure disegno), individuare i due casi possibili:

terna 1-5-3:

1	5	3	O	OOOOO	OOO
5		5	OOOOO		OOOOO
3	5	1	OOO	OOOOO	O

e terna 2-5-2:

2	5	2	OO	OOOOO	OO
5		5	OOOOO		OOOOO
2	5	2	OO	OOOOO	OO

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta esatta (individuazione delle 3 terne numeriche possibili con elencazione o disegno corretto) con spiegazione

3 Risposta che preveda l'individuazione di due terne non simmetriche fra loro con spiegazione

2 Individuazione delle tre terne senza spiegazioni o delle due terne simmetriche con spiegazione

1 Individuazione di una sola terna

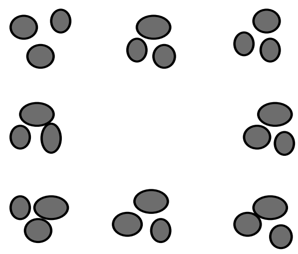
0 Incomprensione del problema

Livello: 5 - 6 - 7

Origine: Genova

9. VISEZ LES PIERRES ! (Cat. 5, 6, 7)

Julien est en vacances à la mer. Sur la plage, il ramasse des pierres et les dispose par petits tas de trois, en forme de carré, comme sur ce dessin.
Selon cette disposition, il y a 9 pierres par côté.



Puis il ramasse quatre autres pierres et il les ajoute à son carré. Il se donne le droit de modifier la façon dont les pierres sont groupées : les tas n'ont plus nécessairement le même nombre de pierres.

Après ce travail, sur chaque côté de son quadrilatère il y a toujours 9 pierres.

Comment sont disposées les pierres dans le nouveau quadrilatère ?

N'y a-t-il qu'une seule possibilité ?

Expliquez votre raisonnement.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : addition, multiplication, décomposition d'un nombre
- Géométrie

Analyse de la tâche :

- Comprendre l'énoncé : comprendre que le même nombre de pierres sur un côté peut être obtenu avec des termes différents.
- Comprendre qu'il faut jouer sur les valeurs possibles de ces termes, sachant que sur chaque côté il doit y avoir 9 pierres, et que le nombre total de pierres est 28.
- Comprendre alors que le nombre 5, avec les deux combinaisons possibles (1-5-3; 2-5-2) doit occuper la place centrale sur chacun des 4 côtés.
- Engager une procédure permettant de trouver les solutions (essais systématiques avec nombres ou dessin), sélectionner les deux cas possibles :

triplets 1-5-3 :

1	5	3	O	OOOOO	OOO
5		5	OOOOO		OOOOO
3	5	1	OOO	OOOOO	O

et avec les triplets 2-5-2 :

2	5	2	OO	OOOOO	OO
5		5	OOOOO		OOOOO
2	5	2	OO	OOOOO	OO

Attribution des points

4 Réponse exacte (production des deux solutions, listes des nombres ou dessin), avec explication
3 Une seule solution trouvée et expliquée
2 Deux solutions trouvées mais sans explications
1 Une seule solution trouvée sans explications
0 Incompréhension du problème

Niveau : 5 - 6 - 7

Origine : Genova

10. LA PLUS PETITE DIFFÉRENCE (Cat. 5, 6, 7)

Cette grille est partagée en deux régions par une ligne continue, épaisse, qui suit le quadrillage.

Lorsqu'on additionne les nombres de chacune de ces régions, on constate que la différence entre les deux sommes obtenues est 39.

3	15	16	22
7	13	2	43
40	30	35	17
19	18	12	5

Est-il possible de trouver une différence plus petite en découpant la grille selon d'autres lignes, en deux parties seulement?

Si vous en trouvez, dessinez celle qui donne la plus petite différence et notez vos calculs.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : addition de nombres et compensations
- Logique et raisonnement: organisation des échanges entre cases

Analyse de la tâche

- Vérifier la donnée en effectuant les sommes
- Effectuer des essais et chercher à améliorer le résultat par compensation (par exemple, sur la grille donnée, voire qu'en faisant passer la case « 16 » dans la partie de gauche, la différence diminue de 32
- Constater que, la somme étant de 297, on n'arrivera pas à une différence inférieure à 1, entre 149 et 148. Une solution consiste à échanger le « 15 » qui passe à droite, contre le « 30 » et le « 5 » qui passent à gauche.

  Solutions optimales : il y a au moins ces deux-là, avec 148 et 149

3	15	16	22
7	13	2	43
40	30	35	17
19	18	12	5

3	15	16	22
7	13	2	43
40	30	35	17
19	18	12	5

Attribution des points

4 Une solution minimale, avec dessin et sommes conduisant à 148 et 149

3 Une solution avec une différence de 3 avec dessin correct et sommes de 147 et 150 ou la solution minimale, sans toutes les explications demandées

2 Une solution avec une différence de 5 avec dessin correct et sommes de 146 et 151 ou la solution avec une différence de 3, sans toutes les explications demandées

1 Une solution avec une différence de 7 ou 9 avec dessin correct et sommes de 144 ou 145 et 153 ou 155 ou autres solutions avec fautes de calcul

0 Incompréhension du problème ou aucune solution meilleure trouvée

Niveau : 5 - 6 - 7

Origine : C.I.

10. LA DIFFERENZA PIÙ PICCOLA (Cat. 5, 6, 7)

Questa griglia è divisa in due parti da una linea continua, spessa, che segue la quadrettatura.

Quando si addizionano i numeri di ciascuna delle due parti, si osserva che la differenza fra le due somme ottenute è 39.

3	15	16	22
7	13	2	43
40	30	35	17
19	18	12	5

È possibile trovare una differenza più piccola dividendo la griglia ancora in due parti, ma in modo diverso?

Se trovate delle suddivisioni differenti da quella data, disegnate quella che dà la differenza più piccola e annotate i calcoli.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: addizioni e compensazioni
- Logica e ragionamento: organizzazione degli scambi fra caselle

Analisi del compito

- Verificare la condizione effettuando delle addizioni
- Effettuare dei tentativi e cercare di migliorare il risultato per compensazione (per esempio, sulla griglia data vedere che facendo passare la casella «16» nella parte di sinistra, la differenza diminuisce di 32.
- Constatar che, poiché la somma è 297,non si arriverà ad una differenza minore di 1, tra 149 e 148. Una soluzione la si trova nello scambio di «5» che passa a destra, contro il «30» e il «5» che passano a sinistra.

  Soluzioni ottimali: ci sono almeno le due seguenti, con 148 e 149, cioè con differenza 1:

3	15	16	22
7	13	2	43
40	30	35	17
19	18	12	5

3	15	16	22
7	13	2	43
40	30	35	17
19	18	12	5

Attribuzione dei punteggi

4 Una soluzione ottimale (differenza di 1), con disegno e somme che conducono a 148 e 149

3 Una soluzione con una differenza di 3 con disegno corretto e somme: 147 e 150
oppure la soluzione ottimale, con solo una parte delle spiegazioni richieste

2 Una soluzione con una differenza di 5 con disegno corretto e somme di 146 e 151
oppure la soluzione con una differenza di 3, e spiegazione incompleta

1 Una soluzione con una differenza di 7 o 9 con disegno corretto e somme 144 o 145 e 153 o 155
o altre soluzioni con errori di calcolo

0 Incomprensione del problema o soluzione con differenza maggiore di quella data

Livello: 5 - 6 - 7

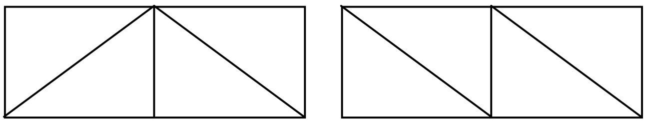
Origine: C.I.

11. QUADRITRIANGOLI (Cat. 6, 7, 8, 9)

Con quattro triangoli rettangoli uguali, di lati 3 cm, 4 cm e 5 cm, disposti in modo che ogni triangolo abbia almeno un lato in comune con un altro, si possono ottenere varie figure che chiameremo quadritriangoli.

Si considerano diversi due quadritriangoli che hanno almeno un lato o un angolo diverso (e non solo una diversa disposizione dei triangoli al loro interno).

Ad esempio questi due quadritriangoli, di perimetro 22 cm, non sono considerati diversi:



Quali e quanti sono i quadritriangoli di perimetro minimo?

Spiegate come li avete trovati e perché non ne esistono altri con un perimetro minore.

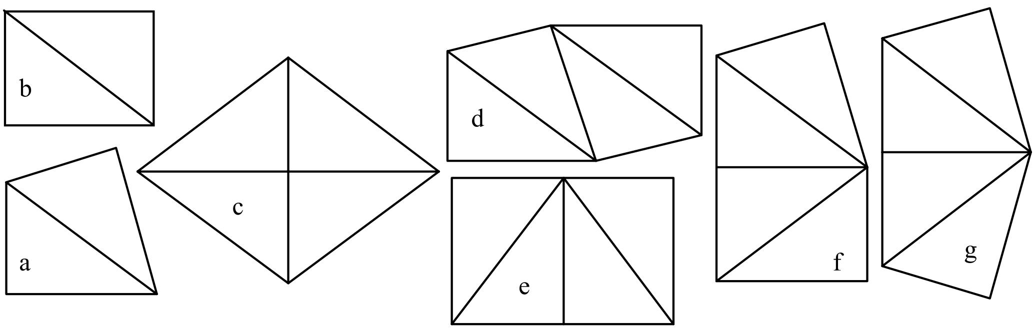
ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: addizione, sottrazione, moltiplicazione
- Geometria: poligoni, equiestensione, perimetri

Analisi del compito

- Leggere l'enunciato e comprendere le regole di formazione delle figure.
- Considerare che, se ci fossero lati in comune, il perimetro del quadritriangolo risulterebbe 4 x12 = 48 (in cm). Per ogni lato in comune occorre togliere, da 48 cm, due volte la misura del lato comune.
- Osservare che i lati comuni sono tre oppure quattro. Nel primo caso, per avere il perimetro minimo, occorre avere in comune due lati da 5 cm e un lato da 4 cm. Nel secondo caso due lati da 3 cm e due da 4 cm.
- Costruire i quadritriangoli rispettando i vincoli fissati. Considerare che ci sono sempre due diversi modi di disporre due triangoli, una volta scelto il lato comune. Ad esempio due triangoli con l'ipotenusa in comune possono essere disposti nei due modi a e b delle figure seguenti, corrispondenti rispettivamente ad una simmetria assiale e a una simmetria centrale:
- Si può anche procedere in modo empirico ritagliando i triangoli e ricomponendo le figure.
  Si ottengono le cinque possibilità seguenti, tutte di perimetro 20 cm (48 cm-28 cm): c, d, e, f, g



Attribuzione dei punteggi

4 I cinque quadritriangoli corretti (di perimetro 20 cm) con spiegazioni chiare del fatto quelle figure sono tutte quelle di perimetro minimo.

3 I cinque quadritriangoli corretti, con spiegazione poco chiara o incompleta
oppure quattro quadritiangoli differenti con spiegazione chiara sul perimetro
o i cinque quadritriangoli con una ripetizione

2 Almeno tre quadritriangoli corretti senza spiegazione o almeno due con spiegazione.

1 Un solo quadritriangolo corretto o un inizio di ragionamento corretto.

0 Incomprensione del problema.

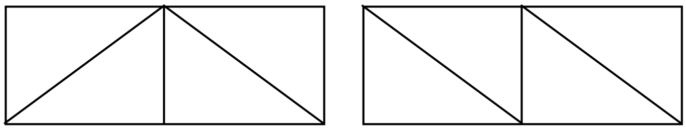
Livello : 6 - 7 - 8 - 9

Origine : Parma

11. QUADRITRIANGLES (Cat. 6, 7, 8, 9)

Avec quatre triangles rectangles égaux, de côtés 3 cm, 4 cm et 5 cm, disposés de manière à ce que chaque triangle ait au moins un côté commun avec un autre, on peut obtenir différentes figures que nous appellerons « quadritriangles ».

Deux quadritriangles sont différents s'ils ont au moins un côté ou un angle différent (on ne tient pas compte de la disposition des triangles à l'intérieur). Par exemple, ces deux quadritriangles, de 22 cm de périmètre, ne sont pas consiférés comme différents.



Combien y a-t-il de quadritriangles de périmètre minimum, lesquels ?
Expliquez comment vous les avez trouvés et pourquoi il n'en existe pas de périmètre plus petit.

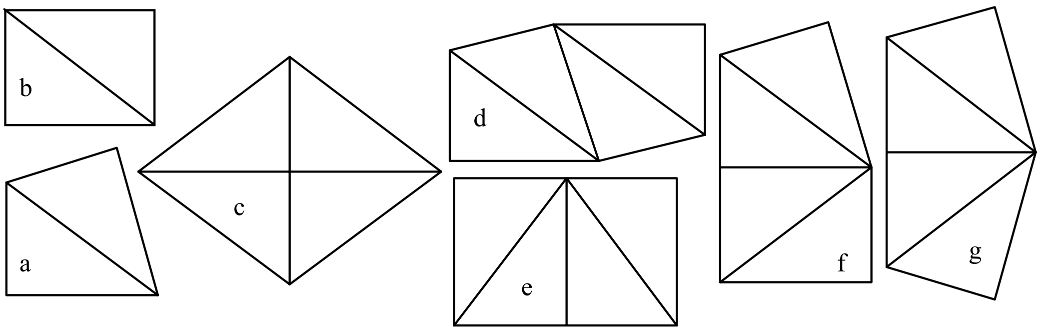
ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : additione, soustraction, multiplication
- Géométrie : polygones, équivalence, périmètre

Analyse de la tâche

- Lire l'énoncé et comprendre les règles de formation des figures.
- Considérer que, s'il n'y avait pas de côtés communs, le périmètre du quadritriangle serait 4 x 12 = 48. À ce résultat, il faut ensuite soustraire deux fois la mesure de chaque côté en commun.
- Observer qu'il ne peut y avoir que 3 ou 4 côtés communs. Dans le premier cas, pour obtenir le périmètre minimum, il faut avoir deux couples de côtés de 5 et un couple de côtés de 4 en commun. Dans le second cas, deux couples de côtés de 3 et deux couples de côtés de 4.
- Construire les quadritriangles avec les côtés communs ainsi déterminés. Observer qu'il y a toujours deux manières de disposer deux triangles une fois que leur côté commun a été choisi. Par exemple, pour deux triangles ayant l'hypoténuse en commun, la disposition fait apparaître une symétrie axiale ou une symétrie centrale comme le montrent les figures a et b ci-dessous.
- On peut aussi procéder de manière empirique, en découpant les triangles et recomposant les figures.
  On obtient ainsi les 5 possibilités suivantes, c, d, e, f, g, ayant toutes un périmètre de 20 cm (48 - 28)



Attribution des points

4 Les cinq quadritriangles corrects (de périmètre 20 cm) avec des explications claires sur le fait que les figures ont un périmètre minimum

3 Les cinq quadritriangles corrects, avec des explications peu claires ou incomplètes
ou quatre quadritriangles différents avec des explications claires sur le périmètre
ou les cinq quadritriangles avec une répétition

2 Au moins trois quadritriangles corrects sans explications ou au moins deux avec explications

1 Un seul quadritriangle trouvé ou un début de raisonnement correct

0 Incompréhension du problème

Niveaux: 6 - 7 - 8 - 9

Origine : Parma

12. LE BALLERINE (Cat. 6, 7, 8, 9)

Chiara ha spedito questa fotografia alla sua corrispondente francese Stephanie.

Ha pensato di farsi riconoscere dalla sua nuova amica attraverso degli indizi che contemporaneamente le permettono anche di presentare le ragazze del suo gruppo di danza. Così scrive nella lettera:

Cara Stephanie,
ti mando una delle mie foto preferite perché sto danzando con le mie amiche.

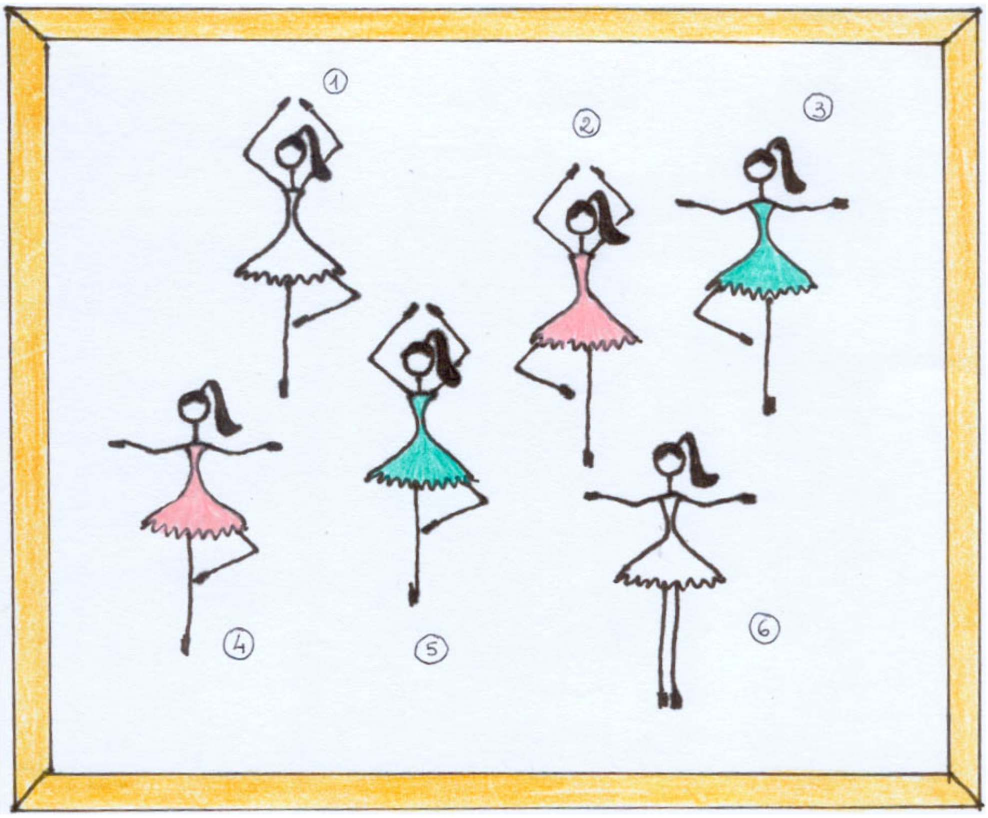
C'è Francesca che ha le braccia in alto, la mia stessa gamba alzata ed il suo vestito è dello stesso colore di quello di Elena;
Elena ha alzato la stessa gamba di Giorgia;
Giorgia ha il vestito della stessa stoffa di quello di Paola,
il vestito di Paola è diverso da quello di Ilaria;
il mio vestito è come quello di Ilaria e certamente vedi che non ho le braccia come Paola!

Spero di ricevere tua posta al più presto e di trovarci la sequenza giusta dei nomi così da sapere se mi hai trovato!

Chiara

Aiutate Stephanie ad individuare Chiara e le sue amiche.

Spiegate il vostro ragionamento.



ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Logica: negazioni, affermazioni, ipotesi

Analisi del compito

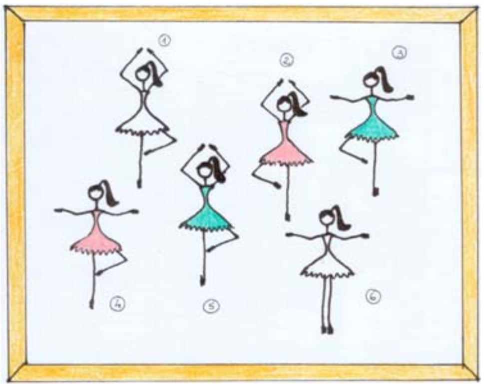
- Dalla prima condizione si deduce che Francesca può essere la ballerina 1 o 2 o 5
- La seconda indicazione consente ipotesi seguenti:

  Se Francesca è la **1**,Chiara può essere la **4** oppure la **5**, Elena necessariamente la **6** ma non sta alzando alcuna gamba. Pertanto questa combinazione è errata.

  Se Francesca è la **2**, Chiara non può che essere la **3**. Seguendo questa strada si arriva alla fine con la combinazione: (Giorgia,Francesca,Chiara,Elena,Ilaria,Paola) ma questa combinazione è da escludere perché negata dall'ultima affermazione in quanto, in questo caso, Chiara avrebbe le braccia nella stessa posizione di Giulia.

  Se Francesca è la **5**, si arriva alla soluzione corretta:

1	Chiara
2	Giorgia
3	Elena
4	Paola
5	Francesca
6	Ilaria



Attribuzione dei punteggi

4 La soluzione corretta con spiegazione completa (indicazione delle ipotesi)
3 La soluzione corretta con spiegazione incompleta o poco chiara
2 Soluzione errata ma con almeno tre abbinamenti corretti
1 Una o due abbinamenti corretti e/o altre che non tengano conto solo di una delle ultime tre condizioni
0 Incomprensione del problema o abbinamenti che non tengano conto di due o più condizioni

Livello: 6 – 7 –8 - 9

Origine: Parma

12. LES DANSEUSES (Cat. 6, 7, 8, 9)

Chiara a envoyé cette photo à Stéphanie, sa correspondante française.

Elle a pensé qu'elle pourrait se faire reconnaître de sa nouvelle amie par les indices qu'elle lui donnera et, dans le même temps, de lui présenter les camarades de son groupe de danse. elle lui écrit donc ceci:

Chère Stéphanie,

Je t'envoie une de mes photos préférées car j'y danse avec mes amies.

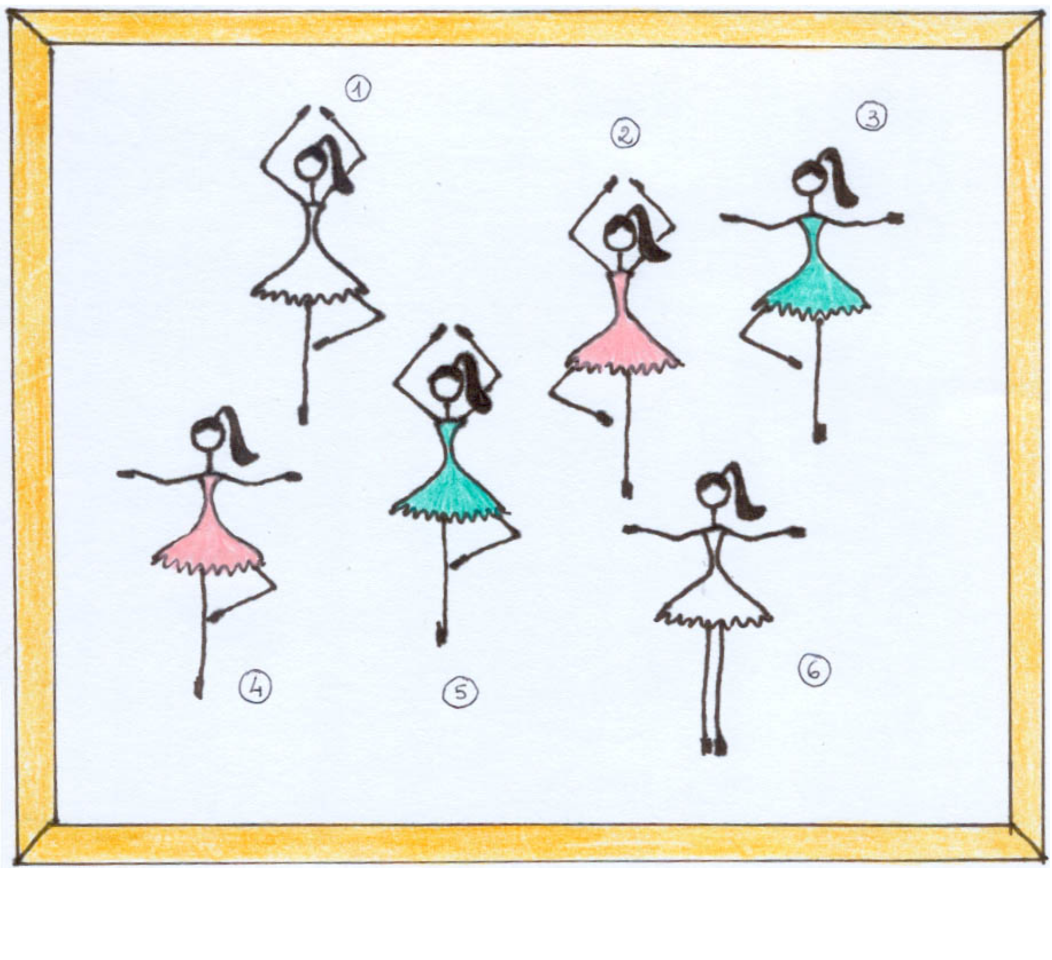
C'est Francesca qui a les bras au-dessus de la tête, qui lève la même jambe que moi et qui a le tutu de la même couleur que celui d'Elena;
Elena lève la même jambe que Giorgia;
Giorgia a un tutu de la même couleur que celui de Paola,
le tutu de Paola est différent de celui d'Ilaria;
mon tutu est comme celui d'Ilaria et tu vois que mes bras ne sont pas dans la même position que ceux de Paola!

J'espère que tu recevras rapidement cette photo et que tu trouveras comment nous sommes placées, pour avoir si tu m'as trouvée!

Chiara

Aidez Stéphanie à identifier Chiara et ses amies.

Expliquez votre raisonnement.



ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Logique : négation, affirmation, hypothèses

Analyse de la tâche

- De la première information, on sait que Francesca peut être la danseuse 1, 2 ou 5.
- La deuxième laisse la place aux hypothèses suivantes :

  Si Francesca est la **1**,Chiara peut être la **4** ou la **5**, Elena serait nécessairement la **6** mais comme elle n'a aucune jambe levée, il y a une contradiction et cette hypothèse est à rejeter.

  Si Francesca est la **2**, Chiara ne peut être que la **3**. En suivant cette hypothèse on arrive à la combinaison : (1. Giorgia, 2.Francesca, 3 Chiara, 4 Elena, 5 Ilaria, 6 Paola) que l'on doit exclure parce qu'elle en contradiction avec la dernière information selon laquelle Chiara aurait les bras dans la même position que Giulia.

  Si Francesca est la **5**, on arrive à la solution correcte :

  1 Chiara 2 Giorgi 3 Elena 4 Paola 5 Francesca 6 Ilaria

Attribution des points

4 La solution correcte avec explications complètes (les hypothèses indiquées)

3 La solution correcte avec explications incomplètes ou peu claires

2 Erreur, mais avec au moins trois informations vérifiées

1 Une ou deux correspondances vérifiées

0 Incompréhension du problème

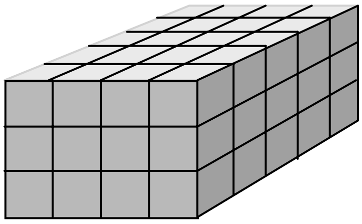
Niveaux : 6 - 7 - 8 - 9

Origine :Parma

13. PETITS GOURMANDS (Cat. 7, 8, 9)

Madame Tourte, la prof. de maths, a fait un pavé au chocolat comme modèle pour son cours de géométrie. Le biscuit intérieur n'est pas très bon, mais comme elle l'a trempé dans du chocolat, toutes les six faces sont recouvertes d'une épaisse couche délicieuse.

Pour expliquer la formule du volume du parallélogramme, elle découpe son pavé en cubes de mêmes dimensions : 3 dans la hauteur, 4 dans la largeur et 5 dans la longueur.



A la fin de la leçon, ses 30 élèves, qui ont bien travaillé, recevront chacun deux cubes du pavé.

Mais Madame Tourte sait qu'ils sont tous très gourmands et qu'ils vont se ruer sur les cubes qui ont le plus de chocolat.

Elle décide donc d'organiser le partage ainsi, après avoir donné un numéro à chaque élève:

- *pour commencer, chacun ira prendre un cube, dans l'ordre des numéros, le numéro 1 en premier, puis le numéro 2 … et enfin le numéro 30.*
- *quand chacun aura mangé son premier cube, chacun ira en chercher un second, mais dans l'ordre inverse: le numéro 30 en premier, puis le numéro 29 … et enfin le numéro 1.*

Après le partage, quelques élèves ont un grand sourire car ils ont eu plus de chocolat que les autres, qui trouvent que c'est injuste.

Quels sont ces élèves qui ont eu de la chance et ont du chocolat jusqu'aux oreilles?

Indiquez leurs numéros, expliquez ce qu'ils ont eu de plus et comment vous les avez trouvés.

ANALISI A PRIORI

Domaine de connaissances

- Géométrie: parallélépipède rectangle et cube
- Arithmétique : addition et soustraction

Analyse de la tâche

- Vérifier qu'il y a bien 60 cubes et comprendre qu'ils peuvent avoir 0, 1, 2 ou 3 faces en chocolat; comprendre que c'est le critère "nombre de faces en chocolat" qui va déterminer les choix et se rendre compte qu'il faut connaître le nombre de cubes de chaque type.
- Déterminer le nombre de cubes à 3 faces: 8, un par sommet; le nombre de cubes à 2 faces: (3 + 2 + 1)x4 = 24 sur les arêtes; le nombre de cubes à 1 face: (6 + 3 + 2)x2 = 22 à 'intérieur des faces; le nombre de cubes sans chocolat, à l'intérieur du pavé : 1 x 2 x 3 = 6.

  Cette détermination peut se faire par comptage sur le dessin, par comptage sur un modèle, par calculs, …
- Noter que, au premier tour, les 8 premiers (1 à 8) vont prendre les cubes à 3 faces et que les 22 suivants (9 à 30) prendront des cubes de deux faces en chocolat. Pour le second tour, il restera alors 2 cubes à deux faces chocolatées pour les deux premiers (30 et 29) 22 cubes à une face en chocolat (28 à 7) et 6 cubes sans chocolat pour les numéros 6 à 1.
- Vérifier que les 60 cubes ont bien été distribuée et faire les comptes: tous auront eu 3 faces chocolatées à l'exception des numéros 7 et 8 (4 faces: 3 + 1) et des numéros 29 et 30 (avec 4 faces également (2 + 2).

Attribution des points

4 Réponse correcte et complète (7 et 8, 29 et 30 avec 4 faces au chocolat) avec explications complètes

3 Réponse correcte et complète (7 et 8, 29 e 30 avec 4 faces au chocolat), mais avec explications incomplètes
ou la réponse correcte pour les numéros, mais sans le nombre de faces, avec explications

2 Réponse avec une erreur dans le partage mais avec la répartition correcte des différents types de cubes

1 Début de recherche organisée mais non aboutie (erreur dans le comptage des différents cubes, ..)

0 Incompréhension du problème

Niveau : 6 - 7 - 8 - 9

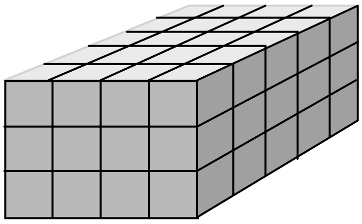
Origine : Cantone Ticino + CI

13. PICCOLI GOLOSI (Cat. 7, 8, 9)

La signora Dolci, insegnante di matematica, ha preparato un dolce per parlare del parallelepipedo rettangolo (come in figura). Il dolce non le è venuto molto gustoso e ha deciso di immergerlo nel cioccolato, in modo che le sei facce ne venissero ben ricoperte.

Per parlare del volume del parallelepipedo, l'insegnante taglia il dolce in cubetti della stessa dimensione: 3 lungo l'altezza, 4 lungo la larghezza e 5 lungo la lunghezza.

Alla fine della lezione i suoi 30 allievi avranno il diritto di prendere ciascuno due cubetti di dolce.



La signora Dolci organizza però la distribuzione dopo aver assegnato un numero a ciascun allievo da 1 a 30:

- *ciascuno andrà a prendere un cubetto, in ordine, dal numero 1 fino al numero 30;*
- *quando ciascuno avrà mangiato il primo cubetto, andrà a cercarne un secondo, ma nell'ordine inverso: dal numero 30 al numero 1.*

Alcuni allievi sorridono perché sanno che avranno più cioccolato di altri, i quali trovano che non sia giusto!

Quali sono gli allievi fortunati che hanno avuto più cioccolato?

Indicate i loro numeri, spiegate ciò che hanno avuto in più e come avete trovato questo risultato .

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Geometria: parallelepipedo rettangolo e cubo
- Aritmetica: addizione e sottrazione

Analisi del compito

- Verificare che ci siano effettivamente 60 cubetti e capire che è possibile avere cubetti con 0, 1, 2 o 3 facce al cioccolato; capire che è il criterio "numero di facce al cioccolato" che determina le scelte e rendersi conto che bisogna trovare il numero di cubetti di ciascun tipo
- Determinare il numero di cubetti a 3 facce (con cioccolato): 8, uno per vertice; il numero di cubetti a 2 facce: (3 + 2 + 1)x4 = 24 lungo gli spigoli; il numero di cubetti ad 1 faccia: (6 + 3 + 2) x 2 = 22 "all'interno" delle facce; il numero di cubetti senza cioccolato all'interno del parallelepipedo: 1 x 2 x 3 = 6.

  Questa ricerca può essere fatta per conteggio sul disegno, per conteggio su un modello, per conteggio, ...
- Notare che, al primo giro, i primo 8 allievi (da 1 a 8) andranno a prendere i cubetti a 3 facce e che i 22 successivi (da 9 a 30) prenderanno dei cubetti con due facce al cioccolato. Al secondo giro, resteranno 2 cubetti a due facce con cioccolato per i due primo allievi (30 e 29), 22 cubetti ad una faccia al cioccolato (da 28 a 7) e 6 cubetti senza cioccolato per gli allievi con i numeri da 6 a 1.
- Verificare che i 60 cubetti sono esauriti e fare i conti: quasi tutti avranno ricevuto 3 facce al cioccolato all'eccezione di due allievi: 7 e 8, che avranno 4= 3+1 facce e gli allievi con i numeri 29 et 30 che avranno ugualmente 4 facce al cioccolato (2 + 2).

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta e completa (7 e 8, 29 e 30 con ciascuno in tutto 4 facce al cioccolato) con spiegazione esauriente

3 Risposta corretta e completa (7 e 8, 29 e 30 con ciascuno in tutto 4 facce al cioccolato), ma con spiegazione incompleta oppure la risposta corretta per i numeri: 7, 8, 29 e 30, ma senza il numero di facce, con spiegazione

2 Risposta con un errore nella suddivisione, ma con ripartizione corretta dei diversi tipi di cubi

1 Inizio di ricerca organizzata ma non finita (errore nel conteggio dei diversi cubi, ...)

0 Incomprensione del problema

Livello: 6 - 7 - 8 - 9

Origine: Cantone Ticino + CI

15. À TABLE ENSEMBLE (Cat. 7, 8, 9)

Tymer, Sejko et Annòvic travaillent pour la même entreprise FUSEAURAIR qui a des filiales dans le monde entier. Tymer travaille à Anchorage, Sejko travaille à Tokio et Annòvic travaille à Moscou.

Un jour à midi, heure locale au siège central de l'entreprise FUSEAURAIR, le président directeur général, Monsieur Clock, demande à ses trois collaborateurs de participer à une vidéo conférence.

Monsieur Clock découvre avec surprise que ses trois collaborateurs sont tous en train de manger, selon le fuseau horaire de la ville où chacun se trouve, l'un prenant son petit-déjeuner à 8 h, l'autre son déjeuner à 14h et le troisième son dîner à 20 h.

M. Clock a devant lui une carte du monde avec les fuseaux horaires et y lit :

– 11.00 Samoa	– 10.00 Tahiti	– 9.00 Anchorage
– 8.00 San Francisco	– 7.00 Denver	– 6.00 Mexico-City, Chicago
– 5.00 Havana, New York	– 4.00 Caracas	– 3.00 Bueno Aires, San Paolo
– 2.00 South Georgia	– 1.00 Azores	0.00 London
+ 1.00 Paris	+ 2.00 Cape Town	+ 3.00 Moscow
+ 4.00 Dubai	+ 5.30 New Delhi	+ 6.00 Dacca
+ 7.00 Bangkok	+ 8.00 Beijing	+ 9.00 Tokyo
+10.00 Sydney	+ 11.00 Vanuatu Island	+ 12.00 Auckland

Où se trouve, selon vous, le siège central de l'entreprise FUSEAURAIR?

Expliquez votre raisonnement.

ANALISI A PRIORI

Domaine de connaissances

- Logique
- Combinatoire

Analyse de la tâche

- Constater, à la lecture des données, que l'heure d'Anchorage est 12 heures en retard par rapport à l'heure de Moscou, qui, à son tour, a 6 heures de retard sur celle de Tokyo.
- Déterminer les six permutations possibles des trois types de repas (Petit déjeuner, Déjeuner et Dîner) et constater qu'il n'y en a qu'une d'acceptable :

Tymer (0)	Annòvic (+12)	Sejko (+18)	
Petit déjeuner (8)	Déjeuner (14)	Dîner (20)	non acceptable
Petit déjeuner (8)	Dîner (20)	Déjeuner (14)	non acceptable
Déjeuner (14)	Dîner (20)	Petit déjeuner (8)	non acceptable
Déjeuner (14)	Petit déjeuner (8)	Dîner (20)	non acceptable
Dîner (20)	Petit déjeuner (8)	Déjeuner (14)	acceptable
Dîner (20)	Déjeuner (14)	Petit déjeuner (8)	non acceptable

- Le siège de l'entreprise est à Bangkok parce que si Sejko déjeune à 14h, à ce moment il est 12h à Bangkok, 20h (du jour précédent) à Ancorage et 8h à Moscou.

Ou procéder par essais : supposant par exemple que ce soit Tymer qui prend son petit déjeuner, déterminer la ville où il est midi quand il est 8 h à Anchorage et déduire que Annòvic peut dîner, mais que Sejko ne peut déjeuner à ce moment.

Attributions des points

4 Réponse exacte (Bangkok) avec explications claires et cohérentes
3 Réponse exacte avec explications incomplètes
2 Réponse exacte sans aucune explication
1 Début de recherche
0 Incompréhension du problème

Niveaux : 7 - 8 - 9

Origine : Siena + Parma

15. A TAVOLA INSIEME (Cat. 7, 8, 9)

Tymer, Sejko e Annòvic lavorano per la stessa ditta FUSIORA che ha filiali in tutto il mondo (vedi bollini nella mappa). Tymer lavora ad Anchorage, Sejko lavora a Tokio e Annòvic lavora a Mosca.

Un giorno, a mezzogiorno, ora locale della sede centrale della FUSIORA, il direttore generale Signor Clock, chiede ai tre collaboratori di partecipare ad una video conferenza .

Clock scopre con sorpresa che tutti stanno consumando un pasto secondo il fuso orario della propria città, facendo colazione alle 8, pranzo alle 14 e cena alle 20.

Ha davanti a sé una mappa con i fusi orari e legge:

– 11.00 Samoa	– 10.00 Tahiti	– 9.00 Anchorage
– 8.00 San Francisco	– 7.00 Denver	– 6.00 Mexico-City, Chicago
– 5.00 Havana, New York	– 4.00 Caracas	– 3.00 Bueno Aires, San Paolo
– 2.00 South Georgia	– 1.00 Azores	0.00 London
+ 1.00 Paris	+ 2.00 Cape Town	+ 3.00 Moscow
+ 4.00 Dubai	+ 5.30 New Delhi	+ 6.00 Daka
+ 7.00 Bangkok	+ 8.00 Beijing	+ 9.00 Tokyo
+10.00 Sydney	+ 11.00 Vanuatu Island	+ 12.00 Auckland

Dov'è, secondo voi, la sede della ditta FUSIORA ?
Spiegate il vostro ragionamento.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Logica
- Combinatoria

Analisi del compito

- Constatare dalla lettura della carta che l'ora di Anchorage è indietro di 12 ore indietro rispetto all'ora di Mosca che a sua volta è 6 ore indietro rispetto all'ora di Tokio.
- Determinare le sei possibili permutazioni dei tre tipi di pasto (colazione, pranzo e cena) e constatare che una sola risulta accettabile:

Tymer (0)	Annòvic (+12)	Sejko (+18)	
Colazione (8)	Pranzo(14)	Cena (20)	non accettabile
Colazione (8)	Cena (20)	Pranzo (14)	non accettabile
Pranzo (14)	Cena (20)	Colazione (8)	non accettabile
Pranzo (14)	Colazione (8)	Cena (20)	non accettabile
Cena (20)	Colazione (8)	Pranzo (14)	accettabile
Cena (20)	Pranzo (14)	Colazione (8)	non accettabile

- La sede della ditta è Bangkok perché se Sejko consuma il pranzo alle ore 14, in quello stesso momento a Bangkok sono le 12, ad Ancorage sono le 20 (del giorno precedente) e a Mosca le ore 8.
- Oppure procedere per tentativi: supponendo ad esempio che sia Tymer che fa colazione, determinare la città in cui è mezzogiorno quando ad Anchorage sono le ore 8 e dedurre che Annòvic può nello stesso momento cenare, ma Sejko non può pranzare.

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta (Bangkok) con spiegazione chiara e completa

3 Risposta corretta con spiegazione incompleta

2 Risposta corretta senza alcuna spiegazione

1 Inizio corretto di ricerca

0 Incomprensione del problema

Livello: 7 - 8 - 9

Origine: Siena + Parma

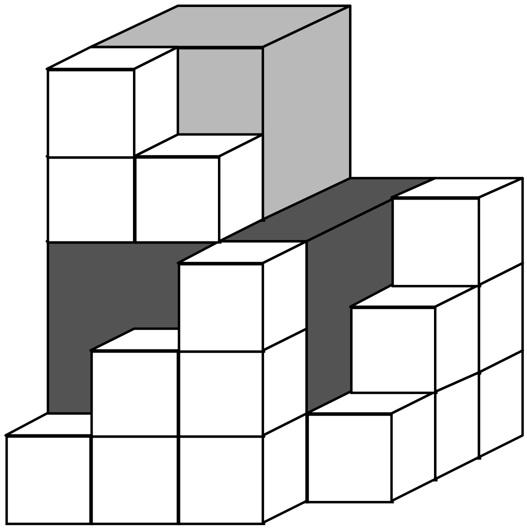
15. LA TOUR DE TRANSALPIE (Cat. 8, 9)

Le roi de Transalpie aime beaucoup les cubes. Il a fait ériger cette tour, dans laquelle on reconnaît facilement 17 cubes.

Pour construire la tour, les maçons ont empilé et cimenté exactement 50000 briques cubiques avant de peindre les parties visibles : en noir pour le grand cube, en gris pour le moyen et en blanc pour les 15 petits, avec le dessin de toutes les arêtes.

La hauteur totale de la tour, depuis le sol à la face supérieure du cube moyen, est 20 mètres.

Un des courtisans a trouvé cette tour si belle qu'il en a fait construire une dans son jardin, tout à fait semblable mais de dimensions réduites.



Son modèle réduit n'a que 8 mètres de hauteur. Il est construit avec les mêmes briques que celles utilisées pour la tour royale.

Combien de briques le courtisan a-t-il utilisées pour construire sa tour ?

Expliquez votre solution.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : addition, multiplication, puissances, rapports, proportionnalité
- Géométrie : cube, volume du cube, rapport de volumes dans une similitude

Analyse de la tâche

- Pour les élèves qui sauraient ou qui pressentiraient que le rapport des volumes est le cube du rapport de similitude de la tour royale à son modèle 8/20 = 2/5, il suffit d'effectuer le calcul : $50000 \times (2/5)^3 = 3200$
- Pour les autres, il faut passer par des observations, des comparaisons de volumes et la détermination de l'arête des briques :

  Calculer le volume de la tour avec les petits cubes comme unité : $15 + 2^3 + 3^3 = 15 + 8 + 27 = 50$, ce qui permet de déduire que chaque cube unité est composé de 1000 briques ($10 \times 10 \times 10$).

  Comme on peut placer 5 petits cubes dans la hauteur de la tour, celle-ci (20 mètres) correspond alors à celle de 50 briques, ce qui permet de calculer la mesure de l'arête d'une brique : 20 : 50 = 0,4 (en mètres).

  Le modèle réduit a aussi un volume de 50, mais en unités « petits cubes réduits ». Sa hauteur (8 mètres) est aussi celle de 5 « petits cubes réduits » dont l'arête sera 8 : 5 = 1,6 (en mètres). Comme $1,6 = 4 \times 0,4$, les « petits cubes réduits » seront composés de $4 \times 4 \times 4 = 64$ briques. Et il faudra $64 \times 50 = 3200$ briques pour construire le modèle réduit.

Attribution des points

4 La réponse juste 3200 briques avec des explications

3 La réponse juste 3200 briques, sans explications
ou une seule erreur de calcul, avec explications

2 Décompte des petits cubes dans la tour et détermination des dimensions d'un petit cube ($10 \times 10 \times 10$) et poursuite du raisonnement non aboutie

1 La réponse « 20000 briques », correspondant à une confusion entre rapport de similitude et rapport des volumes

0 Incompréhension du problème ou rapport faux avec une autre erreur

Niveaux : 8 - 9

Origine : C.I.

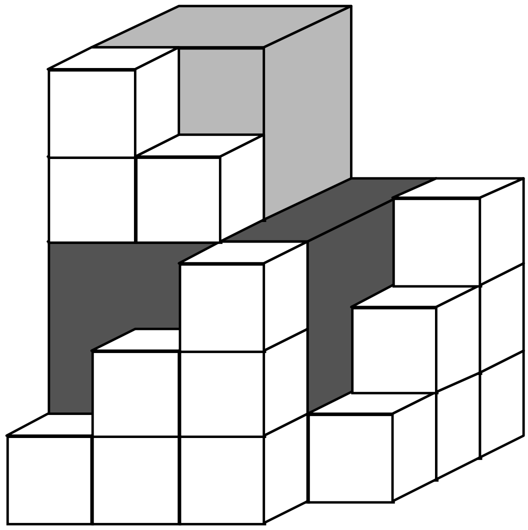
15. LA TORRE DI TRANSALPINO (Cat. 8, 9)

Al re di Transalpino piacciono molto i cubi. Fa costruire questa torre, nella quale può facilmente vedere 17 cubi.

Per costruire la torre, i muratori hanno impilato e cementato esattamente 50000 mattoni a forma di cubo prima di dipingere le parti visibili: in nero il cubo grande, in grigio quello medio e in bianco i 15 piccoli, con il disegno di tutti gli spigoli.

L'altezza totale della torre, dal suolo alla faccia superiore del cubo medio, è di 20 metri.

Uno dei cortigiani ha trovato questa torre così bella che ne ha fatta costruire una nel suo giardino, del tutto simile ma di dimensioni ridotte.



Il suo modello ridotto è alto solo 8 metri. È costruito con mattoni uguali a quelli usati per la torre del re.

Quanti mattoni ha utilizzato il cortigiano per costruire la sua torre?

Spiegate il vostro ragionamento.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica:operazioni, rapporti, proporzionalità
- Geometria: cubo

Analisi del compito

- Per gli allievi che sanno o che intuiscono che il rapporto dei volumi è il il cubo del rappoirto di similitudine tra la torre del re e il modello 8/20 = 2/5, è sufficiente effettuare il calcolo: $50000 \times (2/5)^3 = 3200$
- Per gli altri sarà necessario fare delle osservazioni, dei confronti di volumi e determinare la lunghezza degli spigoli dei mattoni:

  calcolare il volume della torre con i cubi piccoli come unità: $15 + 2^3 + 3^3 = 15 + 8 + 27 = 50$, cosa che permette di deudrre che ogni cubo unità è composto da 1000 mattoni ($10 \times 10 \times 10$).

  poiché si possono sistemare 5 cubi piccoli lungo l'altezza della torre, questa (20 metri) corrisponde allora a quella di 50 mattoni, cosa che permette di calcolare la misura dello spigolo di un mattone: 20 : 50 = 0,4 (in metri).

  il modello ridotto ha pertanto un volume di 50, ma in unità «piccoli cubi risotti». La sua altezza (8 metri)è anch'essa quella di 5 «piccoli cubi ridotti» il cui spigolo sarà 8 : 5 = 1,6 (in metri). Poiché $1{,}6 = 4 \times 0{,}4$, i «piccoli cubi ridotti» saranno composti da $4 \times 4 \times 4 = 64$ mattoni. E ci vorranno $64 \times 50 = 3200$ mattoni per costruire il modello ridotto.

Attribuzione dei punteggi

4 La risposta giusta 3200 mattoni, con spiegazione

3 La risposta giusta 3200 mattoni, senza spiegazione
oppure un solo errore di calcolo, con spiegazione

2 Conteggi dei cubi piccoli della torre e determinazione delle dimensioni di un cubo piccolo ($10 \times 10 \times 10$) e proseguo del ragionamento non finito

1 La risposta «20000 mattoni», corrispondente ad una confusione tra rapporto di similitudine e rapporto dei volumi

0 Incomprensione del problema o rapporto errato con un altro errore

Livello: 8 - 9

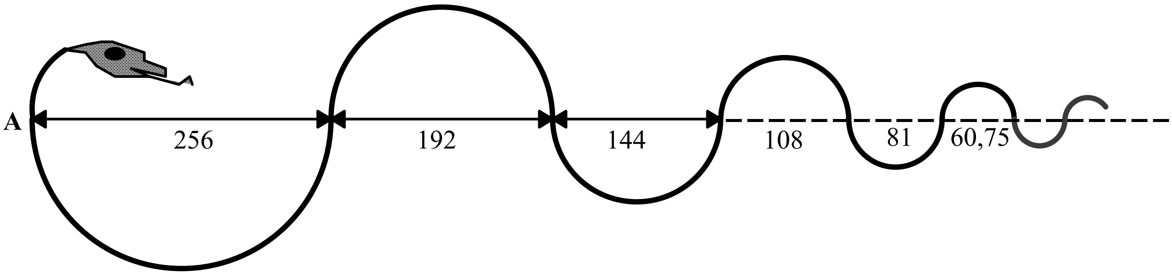
Origine: C.I.

16. LE SERPENT MYOPE (Cat. 8, 9)

Monsieur Python est en train de s'admirer.

Il constate que son corps forme des demi-cercles, dont les diamètres décroissent régulièrement, toujours dans le même rapport : 256, 192, 144, 108, 81, 60,75, … (en mm)

Mais il est myope et, à partir d'une certaine partie, il ne voit plus rien et n'aperçoit pas le bout de sa queue.



Selon vous, quelle est la distance, en mm, entre son cou, au point A, et le bout de sa queue ?

Estimer la longueur de son corps.

Combien y a-t-il de demi-cercles que le serpent myope n'arrive pas à voir ?

Expliquez comment vous avez trouvé vos réponses.

ANALYSE A PRIORI

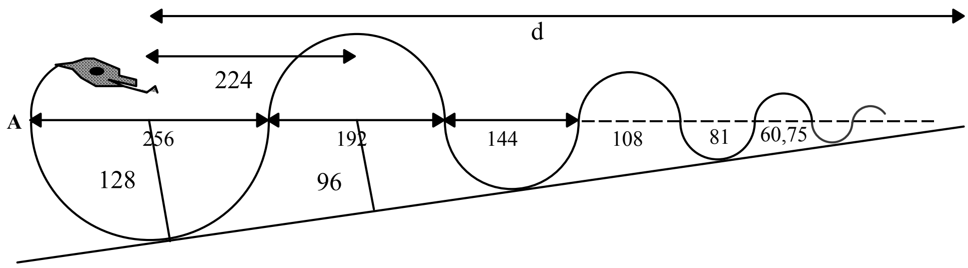
Domaine de connaissances

- Géométrie : longueur de cercle, Thalès,
- Arithmétique : calcul de la somme des termes d'une série géométrique
- Approche de l'analyse

Analyse de la tâche

Il y a au moins trois moyens de trouver la distance demandée :

- La longueur peut être calculée en mobilisant les connaissances sur les similitudes (ou (Thalès) après avoir constaté que les demi-cercles sont homothétie et que le centre d'homothétie est l'extrémité de la queue : d/128 = (d .- 224)/96 => d = 996 et la longueur est 996 + 128 = 1024.



- Après avoir constaté que le rapport d'un diamètre au suivant est 192/256 = 144/192 = 108/144 = … = 3/4, on peut aussi faire la somme des termes de la suite : 256 + 192 + 144 + 108 + 81 + 60,75 + 45,5625 + à la calculatrice. (On arrive à 966 après 10 termes, 1010 après 15 termes, 1020 après 20 termes, 1023 après 25 termes, …) On peut également écrire les deux suites $S = 256 + 256(3/4) + 256\ (3/4)^2 + \ldots.$ et $(3/4)S = 256(3/4) + 256\ (3/4)^2 + \ldots.$ puis calculer la différence qui donne :

  S - (3/4)S = 256 qui se réduit à (1/4)S = 256 puis à S = 1024. (A condition d'être convaincu que ça converge !!!).
- On peut encore faire une construction précise, avec ou sans agrandissement des demi-cercles suivants ou encore remarquer que les tangentes aux demi-cercles en haut et en bas se rejoignent à l'extrémité (centre d'hométhétie) et trouver une bonne approximation de la longueur par une simple mesure.

La longueur du serpent est plus délicate.

Les élèves peuvent éventuellement y arriver en remplaçant la suite géométrique 256, 192, 144, … par la suite correspondante des longueurs des demi-cercles : $128\pi + 96\pi + 72\pi + \ldots = 512\ \pi \approx 1600$

La question du nombre de demi-cercles est plus intéressante.

On peut s'attendre à « beaucoup », « autant qu'on en veut », « des centaines ou des milliers ». Le mathématicien y verra une approche de l'infini, mais le zoologue (et beaucoup d'élèves) savent bien que le serpent a un corps de longueur finie et qu'il faut quitter la fiction pour revenir dans la réalité.

Attribution des points

4 Les 3 réponse correctes (distance 1024, longueur 512 $\pi \approx 1600$, infini) avec explication

3 3 réponses « acceptables » : une bonne approximation de la distance (1024 ou $\approx$1000, en mm), une estimation de la longueur voisine de 1500, une réponse montrant une compréhension de la suite (théoriquement illimitée) des demi-cercles. avec pour chacune quelques justifications

2 2 réponses « acceptables » ou 3 réponses mal justifiées

1 1 réponse « acceptable » ou 2 réponses mal justifiées

0 Incompréhension du problème

Degrés : 8 – 9

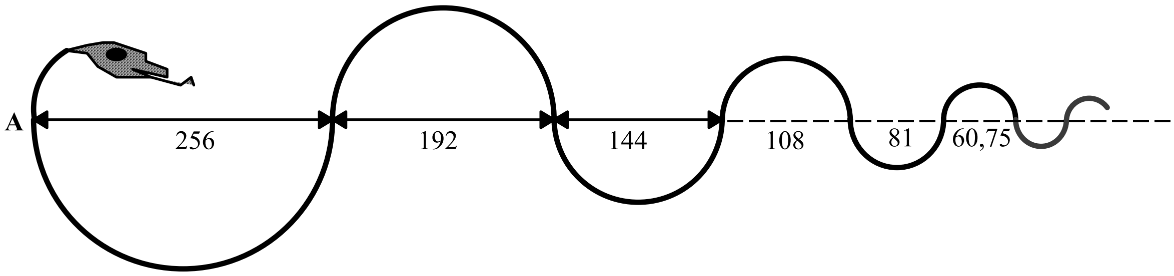
Origine : CI et «Gruppo Zeroallazero »

16. IL SERPENTE MIOPE (Cat. 8, 9)

Il signor Pitone si sta ammirando.

Osserva che il suo corpo forma delle semicirconferenze i cui diametri decrescono regolarmente, sempre con lo stesso rapporto: 256, 192, 144, 108, 81, 60,75, … (in mm)

Però è miope e, a partire da una certo punto, non vede più nulla e non arriva a vedere la fine della coda..



Secondo voi qual è la distanza, in mm, tra il suo collo, nel punto A, e la fine della coda?

Stimate la lunghezza del suo corpo.

Quante sono le semicirconferenze che il serpente miope non riesce a vedere?

Spiegate come avete trovato le vostre risposte.

ANALISI A PRIORI

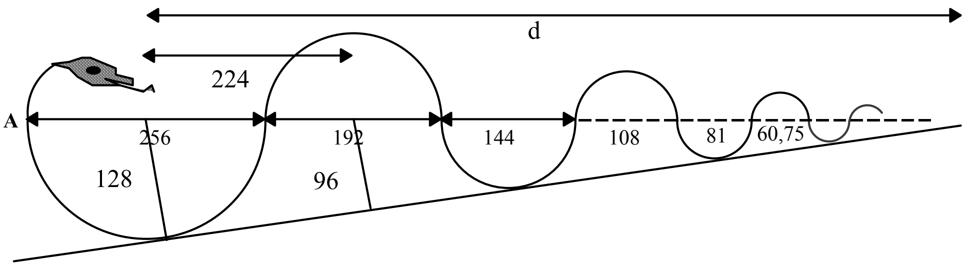
Ambito concettuale

- Geometria: lunghezza della circonferenza, Talete, similitudine
- Aritmetica: successioni, calcolo della somma di termini di una progressione geometrica
- Approccio a qualche aspetto dell'analisi

Analisi del compito

Ci sono almeno tre modi per trovare la distanza richiesta:

- La lunghezza può essere calcolata mobilizzando le conoscenze sulla similitudine (o Talete) dopo aver constatato che le semicirconferenze sono omotetiche e che il centro di omotetia è l'estremità della coda: d/128 = (d .- 224)/96 => d = 996 e la lunghezza è 996 + 128 = 1024.



- Dopo aver constatato che il rapporto di un diametro al successivo è 192/256 = 144/192 = 108/144 = … = 3/4, si possono anche addizionare i termini della successione: 256 + 192 + 144 + 108 + 81 + 60,75 + 45,5625 + con la calcolatrice. (si arriva a 966 dopo 10 termini, 1010 dopo 15 termini, 1020 dopo 20 termini, 1023 dopo 25 termini, …). Si possono anche scrivere le due somme $S = 256 + 256(3/4) + 256\ (3/4)^2 + \ldots$ e $(3/4)S = 256(3/4) + 256\ (3/4)^2 + \ldots$ poi calcolare la differenza che porta a:

  S - (3/4)S = 256 che si riduce a (1/4)S = 256 poi a S = 1024. (A condizione che si sia convinti che la serie «converga» !!!
- Si può ancora fare una costruzione precisa, con o senza ingrandimento delle semicirconferenze che si susseguono oppure osservare che le tangenti alle semicirconferenze in alto e in basso si incontrano in un punto che è l'estremità della coda (centro di omotetia) e trovare una buona approssimazione della lunghezza con una semplice misura.

In effetti, la lunghezza del serpente è una questione più delicata.

Gli allievi possono eventualmente arrivarci passando dalla progressione geometrica 256, 192, 144, … alla successione corrispondente delle lunghezze delle semicirconferenze: $128\pi + 96\pi + 72\pi + \ldots = 512\,\pi \approx 1600$

La questione del numero di semicirocnferenza è più interessante.

Ci si può aspettare una risposta del tipo «molte», «tante quante si vuole», «delle centinaia o delle migliaia». Il matematico vi vede una approccio all'infinito, ma lo zoologo (e molti allievi) sanno bene che il serpente ha un corpo di lunghezza finita e che bisogna passare dalla finzione alla realtà.

Attribuzione dei punteggi

4 Le tre risposte corrette (1024, $512\,\pi$ oppure ≈ 1600, tante quante si vuole oppure infinite) con spiegazione esauriente

3 3 risposte «accettabili»: una buona approssimazione della distanza (1024 oppure ≈ 1000, in mm), una stima della lunghezza vicina a 1500, una risposta che mostra una comprensione della successione (teoricamente illimitata) delle semicirconferenze con qualche giustificazione per ciascuna delle risposte

2 2 risposte «accettabili»
oppure 3 risposte con giustificazione non chiara

1 1 risposta «accettabile»
oppure 2 risposte con giustificazione non chiara

0 Incompréhension du problème

Livello : 8 – 9

Origine : CI e «Gruppo Zeroallazero»

17. LOGOS (Cat. 8, 9)

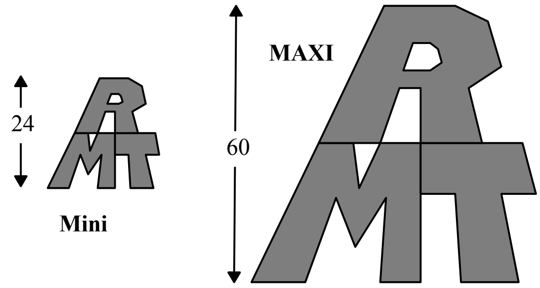
Une grande entreprise internationale de loisirs a créé un logo autocollant pour sa publicité.

Le modèle « Mini » a 24 cm de hauteur.

Le modèle « MAXI », de 60 cm de hauteur.

Les deux modèles sont imprimés sur des mêmes feuilles de plastique aux couleurs chatoyantes et aux reflets métallisés, puis découpés ensuite à la presse et livrés par lots de 10, 20, 40, 50 ou 100 modèles.

Un lot de 100 modèles « Mini » pèse 450 g.



Combien pèse un lot de 40 modèles « MAXI » ?

Expliquez votre solution.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : rapports, proportionnalité
- Géométrie : rapport des aires dans un agrandissement

Analyse de la tâche

- Comprendre que la masse des autocollants est proportionnelle à leur aire, puisqu'elles sont découpées dans les mêmes feuilles de plastique (de même épaisseur) et que les deux figures sont semblables, ce qui signifie que le rapport de deux distances correspondantes est le même, quelque soit la direction.
- Calculer la masse d'un modèle « Mini » : 450 : 100 = 4,5 (en grammes)
- Calculer le rapport de proportionnalité : 60/24 = 5/2 = 2,5 des deux figures
- Calculer le rapport des aires des deux figures :
  de manière « experte » : $2,5^2 = 6,25$,
  ou en imaginant que le petit logo est inscrit par exemple dans un carré de côté 24, d'aire $24^2 = 576$, que le grand logo est inscrit dans un carré de côté 60, d'aire $60^2 = 3600$ et calculer le rapport 3600/576 = 6,25,
  ou en prenant les mesures d'une des lettres, comme le « T » et en calculant l'aire du petit et du grand pour déterminer le rapport.
- Calculer la masse d'un modèle « MAXI » : 4,5 x 6,25 = 28,125 (en grammes) et la masse d'un lot de 40 modèles : 28,125 x 40 = 1125 (en grammes)

Attribution des points

4 La réponse juste 1125 grammes avec des explications

3 La réponse juste 1125 grammes sans explications
ou une seule erreur de calcul (dans l'un des rapports (5/2 et 40/100 ou dans l'élévation au carré, ….) ou encore une réponse approchée au cas où le rapport des aires a été estimé

2 La réponse 2812,5 correspondant à la masse d'un lot de 100 feuilles « MAXI » au lieu de 40, avec ou sans explications
ou une réponse proche au cas où le rapport des aires a été estimé

1 La réponse 450 (450 x 5/2 x 40/100) grammes, correspondant à une confusion entre rapport de similitude et rapport des aires

0 Incompréhension du problème ou rapport faux avec une autre erreur

Niveaux : 8 - 9

Origine : C.I.

17. I **LOGO** (Cat. 8, 9)

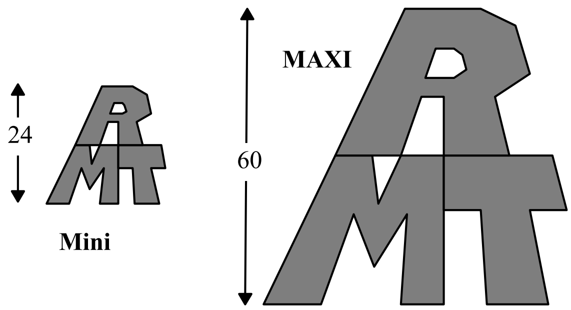
Una grande ditta internazionale di attività ricreative ha creato un logo autoadesivo per la sua pubblicità.

Il modello «Mini» di 24 cm di altezza.

Il modello «MAXI», di 60 cm di altezza.

I due modelli vengono stampati su fogli di plastica con colori cangianti e con riflessi metallizzati, poi ritagliati con la pressa e spediti a lotti di 10, 20, 40, 50 o 100 modelli.

Un lotto di 100 modelli «Mini» pesa 450 g.



Quanto pesa un lotto da 40 modelli «MAXI»?

Spiegate il vostro ragionamento.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: rapporti, proporzionalità
- Geometria: rapporto di aree in un ingrandimento

Analisi del compito

- Capire che il peso degli autoadesivi è proporzionale alla loro area, poiché sono ritagliati dagli stessi tipi di fogli di plastica (dello stesso spessore) e che le due figure sono simili, cosa che significa che il rapporto delle due distanze corrispondenti è la stessa, qualunque sia la direzione.
- Calcolare il peso di un modello «Mini»: 450 : 100 = 4,5 (in grammi)
- Calcolare il rapporto di proporzionalità: 60/24 = 5/2 = 2,5 delle due figure
- Calcolare il rapporto delle aree delle due figure:
  in maniera «esperta» : $2{,}5^2 = 6{,}25$,
  oppure immaginando che il logo piccolo sia inscritto, ad esempio, in un quadrato di lato 24, con area $24^2 = 576$, che il logo grande sia inscritto in un quadrato di lato 60, di area $60^2 = 3600$ e calcolare il rapporto 3600/576 = 6,25,
  oppure prendendo le misure di una delle lettere, come la «T» e calcolando l'area del piccolo e del grande per determinare il rapporto
- Calcolare il peso di un modello «MAXI»: 4,5 x 6,25 = 28,125 (in grammi) e il peso di un lotto da 40 modelli: 28,125 x 40 = 1125 (in grammi)

Attribuzione dei punteggi

4 La risposta giusta 1125 grammi con spiegazione

3 La risposta giusta 1125 grammi senza spiegazione
  oppure un solo errore di calcolo (in uno dei rapporti (5/2 e 40/100 o nell'elevamento a potenza, ….) o ancora risposta prossima nel caso in cui il rapporto delle aree sia stato stimato

2 La risposta 2592, corrispondente al peso di un lotto da 100 fogli «MAXI» al posto di 40, con o senza spiegazioni
  oppure una risposta prossima nel caso in cui il rapporto delle aree sia stato stimato

1 La risposta 450 (450 x 5/2 x 40/100) grammi, corrispondente ad una confusione tra il rapporto di similitudine e il rapporto delle aree

0 Incomprensione del problema o rapporto errato con un altro errore

Livello: 8 - 9

Origine: C.I.